

блюдателя при белом шуме. Последнее определяется видом спектральной интенсивности шума.

Таким образом, для случая, реализующего условия, в которых выполнялись эксперименты, подтверждена применимость методов теории статистических решений для описания результатов визуального различения изображений на фоне аддитивного гауссова шума.

ЛИТЕРАТУРА

1. Дж. Светс, Б. Теннер, Т. Бердзалл. Статистическая теория решений и восприятия.— В сб. «Инженерная психология». Перевод с англ. под ред. Д. Ю. Панова. М., «Прогресс», 1964.
2. М. П. Байдаков, Н. Н. Красильников, О. В. Пастухов, В. К. Поточкий. К вопросу о различении наблюдателем зашумленных изображений.— Автоматрия, 1970, № 3.
3. Н. Н. Красильников. К вопросу о шуме пространственной дискретизации изображений.— Вопросы радиоэлектроники. Техника телевидения, 1971, вып. 1.
4. Л. А. Вайштейн, В. Д. Зубаков. Выделение сигналов на фоне случайных помех. М., «Советское радио», 1959.

Поступила в редакцию 18 ноября 1971 г.

УДК 621.391

В. А. СВИРИДЕНКО

Москва

АНАЛИЗ ЭФФЕКТИВНОСТИ ПРЕДСКАЗЫВАЮЩИХ АЛГОРИТМОВ СЖАТИЯ ДАННЫХ

Введение. Апертурные методы сжатия данных, использующие предсказание, известны как эффективные методы сокращения естественной информационной избыточности в аналоговых сообщениях [1—4]. Анализ эффективности этих методов является трудной в математическом плане задачей, тесно связанной с решением так называемых «пороговых» задач, ввиду нелинейных функциональных операций, проводимых над исходным сообщением [3]. В [2, 4] даны оценки эффективности полиномиальных предсказателей. Однако выбранная авторами этих работ модель аналогового сообщения в виде винеровского или одномерного марковского процесса во многих ситуациях представляется физически необоснованной, так как реальные измерительные процессы являются обычно «гладкими» (дифференцируемыми в среднем квадратическом).

В данной работе предложена методика расчета эффективности предсказывающих алгоритмов сжатия данных (СД), представляющих собой локально-стационарный «гладкий» нормальный процесс $U(t)$, для произвольного типа аппроксимирующих (опорных) функций. Методика позволит проводить теоретический анализ эффективности предсказателей для широкого класса измерительных процессов и выработать требования к устройствам согласования нерегулярного потока информативных выборок с синхронным каналом связи и к самому каналу связи.

При дискретной обработке сообщения $U(t)$ частота опроса f_0 обычно выбирается из расчета на максимально возможную ширину F_{\max} спектра исходного процесса, в то время как текущая ширина $F_T \ll F_{\max}$. Поэтому в дальнейшем можно принять считывание непрерывным.

Расчет эффективности апертурных алгоритмов СД сводится к нахождению закона распределения времени θ между «безызбыточными» выборками (отсчетами) процесса $U(t)$ [2,4], который может быть найден из соотношения

$$W(\theta) = 1 - P(\theta), \quad (1)$$

где $P(\theta)$ — вероятность пребывания траектории исходного процесса $U(t)$ в допусковой области D_h , границы которой $k_1(t) = k(t) + u_0 - \Delta$ и $k_2(t) = k(t) + u_0 + \Delta$ (здесь $u_0 = u(t_0)$ — ордината процесса $u(t)$ в момент t_0 , а Δ — ширина апертур) для произвольного типа аппроксимирующей функции $k(t)$ (причем $k(0) = 0$) имеют переменный во времени характер. Параметры функции $k(t)$ определяются памятью алгоритма СД, которая зависит от количества запоминаемых в ЗУ предыдущих «безызбыточных» отсчетов или в общем случае произвольных функциональных преобразований исходного процесса на некотором интервале времени (например, производных процесса $U(t)$ в точках t_i).

Для широко известного наиболее простого в аппаратном смысле алгоритма СД — предсказателя нулевого порядка (ПНП) с плавающей апертурой, в котором в качестве аппроксимирующей функции процесса $U(t)$ служит полином нулевого порядка, расчет эффективности сводится к расчету $P_0(\theta)$ — вероятности пребывания траектории процесса $U(t)$ в области D_0 с постоянными во времени границами.

Расчет вероятности $P_0(\theta)$ для стационарного процесса можно провести известными методами теории марковских процессов, если в качестве модели сообщения выбрать процесс $U(t)$ с дробно-рациональным спектром на интервале стационарности [5—7], или приближенно с помощью метода опорных импульсов Б. Р. Левина и Я. А. Фомина для модели сообщения $U(t)$, не удовлетворяющей условию марковости [7, 8].

Основные соотношения. Рассмотрим методику расчета эффективности предсказывающих алгоритмов СД для произвольного типа аппроксимирующей функции $k(t)$ (область D_h), если известно решение $P_0(\theta)$ для метода ПНП (область D_0).

Введем процесс $V(t) = U(t) + m(t)$, где $m(t) = -k(t)$ и $m(t) \in H$, а H — гильбертово пространство. Траектории ω процессов $U(t)$ и $V(t)$, рассматриваемых в соответствующих допусковых областях D_0 и D_h , порождают вероятностные меры P_0 и P_m , причем P_m абсолютно непрерывна относительно меры P_0 [9]. В соответствии с теоремой Радона — Никодима существует функционал $f(\omega) = dP_m/dP_0$ такой, что

$$P_m = \int_{\omega \in D_0} f(\omega) dP_0. \quad (2)$$

В [9] доказывается, что функционал $f(\omega) = f(U; m)$, определяющий связь между вероятностными мерами P_m и P_0 , индуцированными на выборочных функциях нормального процесса $U(t)$ с заданной корреляционной функцией (КФ) $R(t; t')$ и средними значениями $m(t)$ и 0 соответственно, задается выражением

$$f(U; m) = \exp \left\{ (U, m)_R - \frac{1}{2} (m, m)_R \right\}, \quad (3)$$

где $(h, g)_R$ — скалярное произведение двух функций в гильбертовом пространстве H с воспроизводящим ядром R . Последнее на интервале $(0, t)$ можно представить в виде

$$(h, g)_R = \sum_{k=1}^{\infty} \frac{1}{\lambda_k} \int_0^t h(t) \varphi_k(t) dt \int_0^t g(t) \varphi_k(t) dt, \quad (4)$$

где λ_k и $\varphi_k(t)$ — собственные значения и собственные функции корреляционного ядра $R(t; t')$ процесса $U(t)$.

Соотношения (2), (3) с учетом (4) решают поставленную задачу по определению $P_m(\theta)$ по известной вероятности $P_0(\theta)$. Однако выполнить интегрирование в (2) для конкретного расчета непосредственно нельзя, поскольку функционал $f(\omega)$ зависит от случайной траектории ω . Эту трудность можно обойти, если заменить траекторию процесса $U(t)$ аппроксимирующей ее детерминированной функцией $U_a(t)$, в качестве которой при произвольной ширине апертуры Δ целесообразно выбрать апостериорное среднее значение $m_{ps}(t)$ случайного процесса $U(t)$ с учетом памяти предсказывающего алгоритма СД. Плотность вероятности апостериорного процесса $U_{ps}(t) = U(t/t_i)$, координаты которого фиксированы в n точках t_i , находим по теореме Байеса [6, 7]. При этом для нормального априорного процесса $U_{pr}(t) = U(t)$ сохраняется нормальность апостериорного процесса $U_{ps}(t)$, среднее значение которого определяется из соотношения [6]

$$m_{ps}(t) = m_{pr}(t) + \sum_{i, j=1}^n R(t; t_i) a_{ij} [U(t_j) - m_{pr}(t_j)], \quad (5)$$

где $m_{pr}(t)$ — среднее значение априорного процесса $U(t)$, которое без потери общности целесообразно положить равным нулю, а a_{ij} — элементы матрицы $A = \|a_{ij}\|$, обратной корреляционной матрице $R = \|R(t_i; t_j)\|$, $1 \leq i, j \leq n$.

Такая замена $U(t)$ на $U_a(t)$ в формуле (3) приведет к ошибке, величина которой уменьшается с уменьшением отношения Δ/σ , где σ^2 — дисперсия процесса $U(t)$. Для апертурных алгоритмов обычно выполняется условие $\Delta/\sigma \ll 1$, при котором для области D_0 можно принять $U(t) \approx U(0) = x_1$, т. е. в качестве $U_a(t)$ взять постоянную $U(0)$.

Анализ полиномиальных предсказателей. Проиллюстрируем предлагаемую методику анализа эффективности апертурных алгоритмов СД на примере расчета вероятности $P(\theta)$ для предсказателя нулевого (ПНП) и первого (ППП) порядка при выборе в качестве модели сообщения $U(t)$ нормального двумерного марковского процесса с КФ $R(\tau) = \sigma^2 e^{-\alpha|\tau|} \left(\cos \beta\tau + \frac{\alpha}{\beta} \sin \beta|\tau| \right)$ на интервале стационарности. Такая модель адекватна многим типам реальных измерительных процессов [10].

Для ПНП закон распределения времени θ можно определить из соотношения [2,5]

$$W_0(\theta) = 1 - P_0(\theta) = 1 - \int_{\bar{y} \in D_0} \omega(\bar{y} | \theta/\bar{x}) d\bar{y}, \quad (6)$$

где $\omega(\bar{y} | t|\bar{x})$ — решение двумерного второго уравнения Колмогорова, соответствующего заданной КФ [5—7]:

$$\frac{\partial \omega}{\partial t} + \frac{\partial}{\partial y_1} (y_2 \omega) - \frac{\partial}{\partial y_2} [(\gamma^2 y_1 + 2\alpha y_2) \omega] - 2\sigma^2 \alpha \gamma^2 \frac{\partial^2 \omega}{\partial y_2^2} = 0, \quad (7)$$

при начальном условии $t = t_0 = 0$

$$\omega = \delta(y_1 - x_1) \delta(y_2 - x_2) \quad (8)$$

и граничном условии $t > t_0$

$$\lim_{\substack{y_1 \rightarrow k_1 \\ y_2 > 0}} \omega = \lim_{\substack{y_1 \rightarrow k_2 \\ y_2 < 0}} \omega = 0. \quad (9)$$

Границы $k_1(t) = lt + x_1 - \Delta$ и $k_2(t) = lt + x_1 + \Delta$ области D_l определяются алгоритмами СД (для ПНП $l=0$, для ППП $l=x_2=U'(0)$) и шириной апертуры Δ . Отметим, что для ППП допусковая поло-

са направляется по производной $U'(0)$, что отличает этот алгоритм от рассмотренного в [1]. Решение уравнения (7) при условиях (8) и (9) найти трудно, поэтому рассмотрим приближенное решение при нулевых граничных условиях [11]:

$$\lim_{y_1 \rightarrow k_1} \omega = \lim_{y_1 \rightarrow k_2} \omega = 0. \quad (10)$$

В этом случае для области D_0 (ПНП) можно использовать метод дополнительных источников для решения уравнения (7) [11], которое представляется в виде линейной комбинации фундаментальных решений:

$$\bar{\omega}(y; t|x) \approx \bar{\omega}_0(y; t|x) - b_1 \bar{\omega}_0(y; t|x_1) - b_2 \bar{\omega}_0(y; t|x_2), \quad (11)$$

где $\bar{x}_1 = (x_{11}; x_{12})$ и $\bar{x}_2 = (x_{21}; x_{22})$ — координаты дополнительных источников, симметрично располагаемых относительно точки $\bar{x} = (x_1; x_2)$ т. е. $x_{11} = x_1 - 2\Delta$; $x_{21} = x_1 + 2\Delta$; $x_{12} = -x_2$; $x_{22} = -x_2$.

Фундаментальное решение представляет собой двумерный нормальный закон [5]:

$$\omega_0(\bar{y}; \tau|\bar{x}) = \frac{1}{2\pi \sqrt{k_{11}k_{22} - k_{12}^2}} \times \exp \left\{ \frac{k_{11}(y_1 - \tilde{y}_1)^2 - 2k_{12}(y_1 - \tilde{y}_1)(y_2 - \tilde{y}_2) + k_{22}(y_2 - \tilde{y}_2)^2}{2(k_{11}k_{22} - k_{12}^2)} \right\}, \quad (12)$$

параметры которого определяются соотношениями:

$$\begin{aligned} \tilde{y}_1 &= \exp(-\alpha\tau) [x_1 \cos \beta\tau + \beta^{-1}(x_2 + \alpha x_1) \sin \beta\tau]; \\ \tilde{y}_2 &= \exp(-\alpha\tau) [x_2 \cos \beta\tau - (\gamma^2 \beta^{-1} x_1 + \alpha \beta^{-1} x_2) \sin \beta\tau]; \\ k_{11} &= \sigma^2 \{1 - \exp(-2\alpha\tau) [\gamma^2 \beta^{-1} - \alpha^2 \beta^2 \cos 2\beta\tau + \alpha \beta^{-1} \sin 2\beta\tau]\}; \\ k_{12} &= k_{21} = \sigma^2 \alpha \gamma^2 \beta^{-2} \exp(-2\alpha\tau) [1 - \cos 2\beta\tau]; \\ k_{22} &= \gamma^2 \sigma^2 \{1 - \gamma^2 \beta^{-2} \exp(-2\alpha\tau) [1 - \alpha^2 \gamma^{-2} \cos 2\beta\tau - \alpha \beta \gamma^{-2} \sin 2\beta\tau]\}. \end{aligned}$$

В общем случае не удастся найти постоянные коэффициенты интенсивностей b_1 и b_2 дополнительных источников, удовлетворяющих условию непрерывности плотности вероятности $\omega(\bar{y}; t|\bar{x})$ [11]. В [11] предлагается выбирать b_1 и b_2 из условия равенства нулю плотности вероятности на границах области D_0 в среднем за время наблюдения t_H . При этом искомые коэффициенты находятся из системы алгебраических уравнений:

$$\begin{aligned} \int_0^{t_H} \omega_0(k_1; t|\bar{x}) dt &= b_1 \int_0^{t_H} \omega_0(k_1; t|x_1) dt + b_2 \int_0^{t_H} \omega_0(k_1; t|x_2) dt; \\ \int_0^{t_H} \omega_0(k_2; t|\bar{x}) dt &= b_1 \int_0^{t_H} \omega_0(k_2; t|x_1) dt + b_2 \int_0^{t_H} \omega_0(k_2; t|x_2) dt, \end{aligned} \quad (13)$$

где $\omega_0(k_i; t|\bar{x}_j)$ — одномерные плотности вероятности. Время t_H для нашего случая целесообразно выбрать из условия $t_H \ll \tau_R$, где τ_R — текущее время корреляции исходного процесса $U(t)$.

По найденному решению (11) уравнения (7) можно в соответствии с (6) определить закон распределения времени θ для метода ПНП [5, 6, 11]:

$$W_0(\theta|x_1; x_2) = 1 - P_0(\theta|x_1; x_2) = 1 - \int_{-\infty}^{\infty} \int_{k_1(0)}^{k_2(0)} \omega(y_1; y_2; \theta|x_1; x_2) dy_1 dy_2. \quad (14)$$

Теперь в соответствии с предложенной методикой определим вероятность $P_h(\theta) = P_l(\theta)$ для метода ППП. Для заданной КФ скалярное произведение $(h, g)_R$ двух функций определяется соотношением [9]

$$(h, g)_R = (4\sigma^2\alpha\gamma^2)^{-1} \left\{ \int_0^t (h'' + 2\alpha h' + \gamma^2 h)(g'' + 2\alpha g' + \gamma^2 g) dt + 4\alpha\gamma^2 h(0)g(0) + 4\alpha h'(0)g'(0) \right\}. \quad (15)$$

Для большинства измерительных процессов обычно можно считать $\beta=0$. Тогда с учетом (15) функционал (3), опуская выкладки, можно представить в виде

$$f(U, m) = \exp \left\{ - (4\sigma^2\alpha^3)^{-1} \left[3\alpha^2 l (u_t - u_0) + 2\alpha^3 l t u_t + \alpha^4 l \int_0^t u(t) dt + \alpha l u'_t (2 + \alpha t) + 2\alpha l u'_0 + \frac{\alpha l^2}{6} (2 + \alpha t)^3 + \frac{5\alpha l^2}{3} \right] \right\}. \quad (16)$$

Во многих практических случаях выполняется условие $\Delta \ll \sigma$, а поэтому, как отмечалось, для области D можно положить $u_t \approx u_0 = x_1$. Тогда с учетом (3) и (16) получим выражение $P_l(\theta)$ для области D_h (метод ППП: $l = x_2$):

$$P_l(t) \approx \int_{-\infty}^{\infty} \left\{ \exp \left[- (4\sigma^2\alpha^3)^{-1} \left[\alpha^3 l t x_1 \left(2 + \frac{t}{2} \right) + 2\alpha l x_2 + \frac{\alpha l^2}{6} (2 + \alpha t)^3 + \frac{5\alpha l^2}{3} + \alpha l (2 + \alpha t) y_2 \right] \right] \int_{x_1 - \Delta}^{x_1 + \Delta} w(y_1; y_2; t | x_1; x_2) dy_1 \right\} dy_2, \quad (17)$$

где использованы обозначения: $u'_t = y_2$ и $u'_0 = x_2$.

Выражение (17) непосредственным интегрированием можно привести к виду:

$$P_l(t) \approx \exp \left[- B(t) + A^2(t) \frac{k_{11}}{2} \right] \left\{ \exp \left[- A(t) \tilde{y}_2 \right] \Phi(x_1; \tilde{y}_1; \Delta) - \Phi(x_1; \tilde{y}_1; -\Delta) - b_1 \exp \left[- A(t) \tilde{y}_{12} \right] \left[\Phi(x_1; \tilde{y}_{11}; \Delta) - \Phi(x_1; \tilde{y}_{11}; -\Delta) \right] - b_2 \exp \left[- A(t) \tilde{y}_{22} \right] \left[\Phi(x_1; \tilde{y}_{21}; \Delta) - \Phi(x_1; \tilde{y}_{21}; -\Delta) \right] \right\}, \quad (18)$$

где введены обозначения:

$$A(t) = (4\sigma^2\alpha^3)^{-1} \alpha l (2 + \alpha t); \quad B(t) = (4\sigma^2\alpha^3)^{-1} \left[\alpha^3 l t x_1 \left(2 + \frac{t}{2} \right) + 2\alpha l x_2 + \frac{\alpha l^2}{6} (2 + \alpha t)^3 + \frac{5\alpha l^2}{3} \right]; \quad \Phi(x_1; \tilde{y}; \pm \Delta) = \Phi \left(\frac{x_1 - \tilde{y} \pm \Delta + A(t) k_{12}}{\sqrt{k_{12}}} \right); \quad \Phi(x) =$$

табулированный интеграл вероятностей.

Выражение (18) является общим: при $l=0$ получим $P(\theta) = P_0(\theta)$ (ПНП) и при $l \neq 0$ $P(\theta) = P_l(\theta)$ (ППП).

Плотность вероятности $w(\theta/\bar{X})$ времени θ определяется формулой

$$w(\theta|\bar{x}) = \frac{\partial w(\theta|\bar{x})}{\partial \theta} = - \frac{\partial P(\theta|\bar{x})}{\partial \theta}, \quad (19)$$

а моменты распределения условного времени θ находятся с помощью известных соотношений:

$$\overline{\theta(x_1; x_2)} = \int_0^{\infty} \theta w(\theta|x_1; x_2) d\theta = \int_0^{\infty} P(\theta|x_1; x_2) d\theta \quad (20)$$

для условного среднего времени $\overline{\theta(x_1; x_2)}$, необходимого для расчета коэффициента сжатия по числу выборок [1-3];

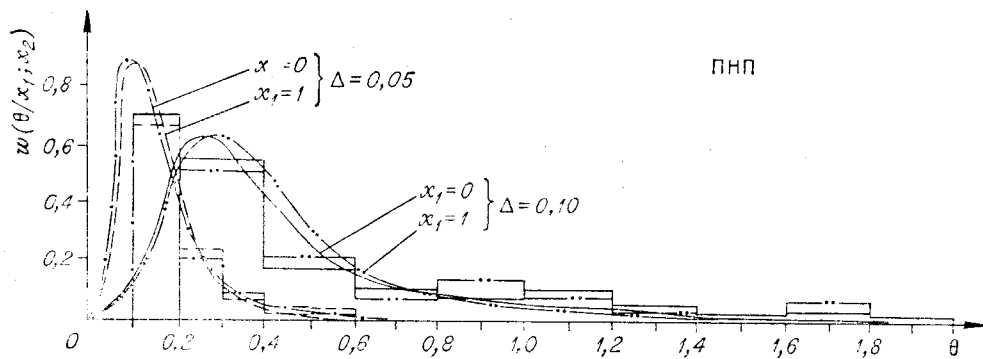


Рис. 1.

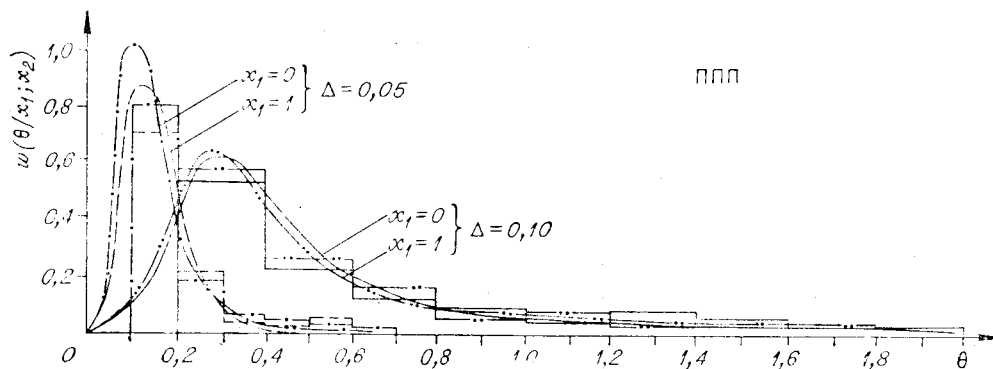


Рис. 2.

$$\overline{\theta^2(x_1; x_2)} = \int_0^{\infty} [\theta - \overline{\theta(x_1; x_2)}]^2 w(\theta|x_1; x_2) d\theta \quad (21)$$

для условной дисперсии времени $\overline{\theta^2}$, необходимой для расчета емкости буферного ЗУ, служащего для согласования нерегулярного потока «безызбыточных» выборок с выхода устройства СД с синхронным каналом связи [2].

Для получения безусловной функции плотности вероятности времени θ , а также безусловных значений моментов $\overline{\theta}$ и $\overline{\theta^2}$ необходимо провести усреднение соответственно условной плотности $w(\theta|x_1; x_2)$ и условных моментов $\overline{\theta(x_1; x_2)}$ и $\overline{\theta^2(x_1; x_2)}$ с весом $w(x_1; x_2)$, который представляет собой плотность вероятности процесса $U(t)$ и его производной в начальный момент времени. Однако получение безусловных вероятностных характеристик времени θ является в вычислительном плане громоздкой задачей.

Результаты расчетов плотности вероятности $w(\theta|\bar{x})$ по формуле (19) с учетом (17) для ПНП и ППП, вычисленные на ЭВМ «Минск-22», представлены на рис. 1 и 2 при $\Delta=0,05; 0,1; x_1=0; 1$ и $x_2=0,01$, нормированных относительно $\sigma=1$ и $a=1$. На этих же рисунках представлены результаты моделирования на ЭВМ «Минск-22» алгоритмов ПНП и ППП для обработки 100 реализаций нормального двумерного марковского процесса в виде гистограмм времени θ для тех же значений Δ, x_1 и x_2 . Величины условного среднего

x_1	x_2	$\bar{\theta}(x_1; x_2)$ —ППП			$\bar{\theta}(x_1; x_2)$ —ППП		
		$\Delta=0,01$	$\Delta=0,05$	$\Delta=0,10$	$\Delta=0,01$	$\Delta=0,05$	$\Delta=0,10$
0	0	0,07	0,21	0,51	0,07	0,21	0,51
	0,01	0,06	0,16	0,52	0,05	0,13	0,47
	0,025	0,04	0,15	0,54	0,03	0,09	0,41
	0,5	0,02	0,12	0,42	0,01	0,05	0,30
1	0	0,06	0,17	0,50	0,06	0,17	0,50
	0,01	0,05	0,19	0,52	0,10	0,22	0,49
	0,025	0,04	0,21	0,52	0,09	0,19	0,45
	0,5	0,02	0,13	0,51	0,05	0,10	0,31
	-0,01	0,04	0,16	0,47	0,18	0,28	0,59
	-0,025	0,03	0,12	0,41	0,21	0,34	0,63
-0,5	0,01	0,09	0,33	0,25	0,28	0,64	
2	0	0,06	0,16	0,47	0,06	0,16	0,47
	0,01	0,07	0,17	0,48	0,09	0,25	0,45
	0,025	0,08	0,19	0,52	0,07	0,19	0,41
	0,5	0,10	0,16	0,53	0,05	0,15	0,35
	1	0,08	0,12	0,49	0,03	0,10	0,27
	-0,01	0,05	0,11	0,45	0,12	0,26	0,57
	-0,025	0,04	0,10	0,39	0,32	0,37	0,63
	-0,5	0,03	0,08	0,33	0,37	0,31	0,69
-1	0,02	0,05	0,29	0,29	0,25	0,68	
$\bar{\theta}_{\text{ср}} = \frac{1}{n} \sum_{i=1}^n \bar{\theta}(x_1; x_2)$		0,048	0,14	0,46	0,125	0,205	0,49

времени $\bar{\theta}(x_1; x_2)$, расчет которых проводился по формуле (20), даны в таблице (при $\Delta=0,01; 0,05; 0,1$, $x_1=0; 1; 2$ и $x_2=0; \pm 0,01; \pm 0,025; \pm 0,5; \pm 1$, нормированных относительно $\sigma=1$ и $\alpha=1$), где также приведены среднеарифметические значения $\bar{\theta}_{\text{ср}}$.

Анализ полученных результатов позволяет сделать следующие выводы: результаты аналитического расчета условной плотности вероятности $w(\theta|x)$ хорошо согласуются с данными моделирования на ЭВМ; метод ППП имеет более высокую эффективность при относительно малых апертурах; величина $\bar{\theta}$ меняется при изменении координат x_1 и x_2 , что не позволяет считать условные значения $\bar{\theta}(x_1; x_2)$ близкими к безусловным; модель «гладкого» процесса дает значительно большие величины $\bar{\theta}$, чем одномерная марковская модель [2].

Таким образом, предложенная методика аналитического расчета закона распределения времени θ позволяет решить задачу анализа эффективности апертурных алгоритмов СД предсказывающего типа, так как допускает обобщение на предсказатели с произвольной аппроксимирующей функцией $k(t)$ для произвольных локально-стационарных нормальных процессов.

ЛИТЕРАТУРА

1. J. E. Medlin. Sampled — Data Prediction for Telemetry Bandwidth Compression.— IEEE Tr., 1965, v. SET-11.
2. Л. Эрман. Анализ некоторых способов сжатия полосы частот путем устранения избыточности.— ТИИЭР, 1967, т. 55, № 3.
3. Л. Девиссон. Теоретический анализ систем сжатия данных.— ТИИЭР, 1968, т. 56, № 2.
4. В. М. Ефимов, З. А. Лившиц. Некоторые оценки сокращения избыточности при использовании предсказывающих алгоритмов.— Автометрия, 1970, № 5.

5. А. А. Свешников. Прикладные методы теории случайных функций. М., «Наука», 1968.
6. Р. Л. Стратонович. Избранные вопросы теории флуктуаций в радиотехнике. М., «Советское радио», 1961.
7. Б. Р. Левин. Теоретические основы статистической радиотехники. Кн. I. М., «Советское радио», 1966.
8. М. Г. Билык. Приближенное распределение времени пребывания случайного процесса в заданной области.— Отбор и передача информации, 1970, № 23.
9. E. Parzen. Regression analysis of Continuous parameter time series.— Proc. 4-th Berkeley Symposium, 1960, v. I.
10. В. В. Дубовский. Метод определения основных параметров автокорреляционной функции стационарного случайного процесса.— Автоматика и телемеханика, 1971, № 2.
11. Г. В. Обрезков. Вероятность достижения границы в нелинейных системах авторегулирования.— Изв. АН СССР, Техническая кибернетика, 1968, № 3.

*Поступила в редакцию 7 декабря 1971 г.,
окончательный вариант — 7 августа 1972 г.*

УДК 681.2.082/083.519.2

Б. А. МОРЯКИН

(Новосибирск)

СРАВНЕНИЕ АЛГОРИТМОВ ФИЛЬТРАЦИИ

Алгоритмы обработки результатов эксперимента часто строят при предположении, что сигнал является параметрическим случайным процессом, так как на интервале обработки он разлагается в ряд

$$X(t) = \sum_{s=1}^m C_s \varphi_s(t),$$

где C_s — случайные величины; $\varphi_s(t)$ — известные функции, а ошибки измерения некоррелированы на интервале, превышающем интервал между двумя соседними измерениями. При этих предположениях оптимальное решение многих задач обработки дает хорошо разработанный метод наименьших квадратов. Однако исследование сигналов и ошибок в ряде случаев не подтверждает гипотезу параметрического сигнала и некоррелированных ошибок. В подобных случаях возникает необходимость оценить, насколько снижается качество обработки из-за различия статистических свойств моделей сигнала и ошибки и их реализаций.

Ниже находятся оценки потерь качества фильтрации для сигналов и ошибок, являющихся марковскими случайными процессами первого порядка.

Рассмотрим вначале задачу оценивания потерь от использования гипотезы некоррелированности ошибок. Пусть последовательность случайных величин $\{Z_i\}_1^n$, которые будем называть ошибками измерения, образует марковскую цепь

$$Z_i = \beta Z_{i-1} + \zeta_i, \quad (1)$$

где Z_{i-1} и ζ_i — некоррелированные случайные величины; их дисперсии не зависят от i и связаны соотношением

$$\sigma_Z^2 = \frac{\sigma_\zeta^2}{1-\beta^2}.$$