УДК 621.375.826

Ю. В. ТРОИЦКИЙ

(Новосибирск)

МОДЕЛЬ ПРОВОДЯЩЕЙ ПОВЕРХНОСТИ ПРИ ИЗУЧЕНИИ ОПТИЧЕСКИХ СВОЙСТВ ТОНКИХ МЕТАЛЛИЧЕСКИХ ПЛЕНОК

Поведение тонких металлических пленок в оптической области спектра обычно описывается при помощи модели однородного слоя, который характеризуется коэффициентами преломления n и поглощения χ. Если толщина пленки d значительно меньше длины волны λ, то полученные таким образом формулы разлагают в ряд по степеням d/λ и ограничиваются первыми членами.

Для пленок очень малой толщины, например меньше $1{-}1{,}5\cdot 10^{-8}$ м, такая модель необоснованна, так как из-за сильной гранулярности параметры n, χ и d теряют однозначность [1]. Вторая причина неудовлетворительности этой модели заключается в том, что она без нужды усложняет расчеты в тех случаях, когда пленка является частью сложной оптической системы, например входит в состав оптического резонатора, сочетается с диэлектрическими слоями и т. п. В этих обстоятельствах удобнее упрощенные модели, в которых очень тонкая пленка трактуется как проводящая поверхность на границе двух сред [2, 3] или как сосредоточенная проводимость в длинной линии [4]. Цель настоящей работы — сравнение этих простых моделей с обычным методом расчета. Для этого вместо параметров n и χ здесь будет использоваться другой параметр — комплексная проводимость слоя, которая в случае очень тонкой пленки является ее поверхностной проводимостью.

Расчет параметров металлической пленки в бегущей волне. Рассмотрим плоский однородный поглощающий слой толщиной d, по одну сторону которого находится среда *1*, по другую — среда *2*. Диэлектрическая и магнитная проницаемости поглощающего слоя равны соответственно ε и μ, объемная проводимость материала слоя — σ.

Если из среды *1* на слой падает нормально плоская электромагнитная волна, то коэффициенты отражения ρ_1 и пропускания τ_1 по полю можем записать в виде (см., например, [5]):

$$\rho_1 = \frac{n_1 - n_2 + i\left[\dfrac{n_1 n_2}{n - i\chi} - (n - i\chi)\right]\operatorname{tg}(n - i\chi)\,\delta}{n_1 + n_2 + i\left[\dfrac{n_1 n_2}{n - i\chi} + (n - i\chi)\right]\operatorname{tg}(n - i\chi)\,\delta}; \tag{1}$$

$$\tau_1 = \frac{2n_1}{\left\{n_1 + n_2 + i\left[\dfrac{n_1 n_2}{n - i\chi} + (n - i\chi)\right]\operatorname{tg}(n - i\chi)\,\delta\right\}\cos(n - i\chi)\,\delta}. \tag{2}$$

Здесь n_1 и n_2 — показатели преломления сред *1* и *2*; n и χ — показатели преломления и поглощения в металле; $[(n - i\chi)(2\pi/\lambda)]^2 = \mu\varepsilon\omega^2 - i\mu\omega\sigma$ (в системе единиц СИ); $\delta = 2\pi d/\lambda$ где λ — длина волны в вакууме.

Определим комплексную проводимость Y металлического слоя равенством $Y = Y' + iY'' = (\sigma + i\omega\varepsilon)d$. Выражая действительную и мнимую части Y через n и χ, получаем:

$$Y' = Y_0\left(\frac{\mu_0}{\mu}\right)2n\chi\delta; \tag{3}$$

$$Y'' = Y_0\left(\frac{\mu_0}{\mu}\right)(n^2 - \chi^2)\,\delta, \tag{4}$$

где $Y_0 = \sqrt{\dfrac{\varepsilon_0}{\mu_0}} = (120\pi\ \text{Ом})^{-1}$ — характеристическая проводимость вакуума, константы ε_0

и μ_0 относятся к вакууму. Разделив обе части формул (3) и (4) на Y_0 и полагая $\mu=\mu_0$, получаем:

$$y' = \frac{Y'}{Y_0} = 2n\chi\delta; \tag{5}$$

$$y'' = \frac{Y''}{Y_0} = (n^2-\chi^2)\,\delta. \tag{6}$$

Выражения, стоящие справа в (5) и (6), часто фигурируют в оптике тонких пленок. Величину $y=y'+iy''$ в дальнейшем будем называть приведенной проводимостью слоя.

По мере уменьшения d величина y стремится к нулю, так как n и χ ограничены. Однако в диапазоне видимого света, не говоря уже об инфракрасном, существует такая область толщин пленки, при которых условие $(d/\lambda)\ll 1$ выполнено с очень большим запасом (например, $d\sim 1/40$—$1/50\lambda$), и в то же время пленка заметно влияет на распространение света. В этом случае, несмотря на малость d, модуль величины $y=i(n-i\chi)^2\delta$ оказывается сравнимым с единицей. Тогда металлическая пленка может рассматриваться как проводящая поверхность с комплексной поверхностной проводимостью Y.

Величины ρ_1 и τ_1 являются четными функциями $n-i\chi$, поэтому в формулы (1) и (2) можно ввести y. Разлагая тригонометрические функции в (1) и (2) в ряд по степеням $(n-i\chi)\delta$, получаем приближенные формулы:

$$\rho_1 = \frac{n_1-n_2-y+i\left(n_1n_2+\frac{1}{3}y^2\right)\delta+\frac{1}{3}y\left(n_1n_2+\frac{2}{5}y^2\right)\delta^2-iy^2\times\left(\frac{2}{15}n_1n_2+\frac{17}{315}y^2\right)\delta^3}{n_1+n_2+y+i\left(n_1n_2-\frac{1}{3}y^2\right)\delta+\frac{1}{3}y\left(n_1n_2-\frac{2}{5}y^2\right)\delta^2-iy^2\times\left(\frac{2}{15}n_1n_2-\frac{17}{315}y^2\right)\delta^3}; \tag{7}$$

$$\tau_1 = \frac{2n_1\left(1-i\frac{1}{2}y\delta-\frac{5}{24}y^2\delta^2+i\frac{61}{720}y^3\delta^3\right)}{n_1+n_2+y+i\left(n_1n_2-\frac{1}{3}y^2\right)\delta+\frac{1}{3}y\left(n_1n_2-\frac{2}{5}y^2\right)\delta^2-iy^2\left(\frac{2}{15}n_1n_2-\frac{17}{315}y^2\right)\delta^3}. \tag{8}$$

При получении (7) и (8) проводилась группировка слагаемых таким образом, чтобы выделить величину $y=i(n-i\chi)^2\delta$, которая, как сказано выше, имеет порядок единицы. Поэтому, например, для вычисления членов порядка δ^3 использовались слагаемые, содержащие δ^7.

Формулы (7) и (8) позволяют найти как амплитуды, так и фазы коэффициентов отражения и пропускания. Введем обозначения энергетических коэффициентов в бегущей волне: $T=\frac{n_2}{n_1}|\tau_1|^2$; $R_1=|\rho_1|^2$; $R_2=|\rho_2|^2$; ρ_2 измеряется при падении света из среды 2. Соответствующие коэффициенты поглощения: $A_1=1-T-R_1$ и $A_2=1-T-R_2$. На основании (7) и (8) получаем в первом приближении, опуская члены, содержащие δ, δ^2 и δ^3:

$$R_1 = \frac{(n_1-n_2-y')^2+y''^2}{(n_1+n_2+y')^2+y''^2}; \tag{9}$$

$$R_2 = \frac{(n_2 - n_1 - y')^2 + y''^2}{(n_1 + n_2 + y')^2 + y''^2}; \qquad (10)$$

$$T = \frac{4n_1 n_2}{(n_1 + n_2 + y')^2 + y''^2}. \qquad (11)$$

Обсуждение полученных формул. Формулы (9) — (11) известны (например, (46.7) — (46.9) в [6]) и являются хорошим приближением для пленок малой толщины. Однако при чаще всего используемой записи их через n и χ обычно упускается, что эти формулы соответствуют модели проводящей поверхности. Поведение пленки в этом случае полностью описывается двумя параметрами: y' и y''. Если же толщиной пренебречь нельзя и приходится пользоваться следующими членами разложения в ряд, то пленка характеризуется тремя параметрами: y', y'' и d.

Для определения параметров слоя представляют интерес следующие формулы, которые можно получить из (7) и (8), ограничиваясь членами, квадратичными относительно δ:

$$\frac{A_1}{T} = \frac{y'}{n_2}\left[1 - \frac{1}{3}y''\delta + \left(\frac{1}{30}y'^2 + \frac{1}{15}y''^2 + \frac{1}{3}n_2^2 + \frac{1}{6}n_2 y'\right)\delta^2\right]; \qquad (12)$$

$$\frac{A_1}{A_2} = \frac{n_1}{n_2}\left[1 + \frac{1}{6}(n_2 - n_1)(y' + 2n_1 + 2n_2)\delta^2\right]. \qquad (13)$$

Равенство (12) очень удобно использовать для нахождения активной проводимости пленки, если толщина последней очень мала, и выражение в квадратных скобках можно принять равным единице. Это допущение лучше всего выполняется для пленок с малой реактивностью, для которых $|n| \approx \chi$.

Формула (13) при $\delta = 0$ дает известное «тождество» $n_2 A_1 = n_1 A_2$ [6]. Поправка к этому тождеству имеет порядок δ^2, если не считать тривиального случая $n_1 = n_2$. По-видимому, формулу (13) можно использовать для нахождения толщины пленки, если она не очень велика; последнее позволяет найти необходимое для расчета значение y' из (12), полагая $\delta = 0$.

Экспериментальное определение y'' несколько сложнее, чем y', даже для модели проводящей поверхности. Модуль y'' может быть рассчитан на основе энергетических коэффициентов (например, формула (47.6) в [6]), но результат расчета очень чувствителен к ошибкам измерений в бегущей волне. Более точным является вычисление y'' на основе измерения фазы ρ_1 и τ_1. Для омически проводящей поверхности сдвиги фаз при отражении равны нулю или π, а при прохождении — нулю; отклонения от этих значений возникают только при $y'' \neq 0$. Хорошую точность определения y'' дает наблюдение асимметрии отраженного сигнала при использовании поглощающей пленки в качестве переднего отражателя сканирующего двухзеркального интерферометра [7].

Формулы (9) — (11) могут быть получены и более простым путем [2], чем описано выше. Если трактовать пленку как проводящую поверхность на границе двух сред, то электрическое поле на этой границе должно быть непрерывно, а напряженность магнитного поля волны претерпевает скачок, равный поверхностной плотности тока [5]. Последняя пропорциональна напряженности электрического поля на слое, а коэффициентом пропорциональности является поверхностная проводимость, равная $(\sigma + i\omega\varepsilon)d$ при $(d/\lambda) \ll 1$. Отсюда получаются формулы (3) и (4), а учет влияния скачка магнитного поля на распространение плоской волны приводит к (9)—(11). Существенно, что поверхностный ток оказывается сдвинутым по фазе по отношению к электрическому полю. Например, в случае покрытия, состоящего из отдельных гранул, ток смещения имеет тот же порядок, что и ток проводимости, и не может быть опущен. Кроме того, мы считаем, что член $i\omega\varepsilon$ включает и мнимую часть проводимости металла на оптических частотах.

Из приведенных рассуждений видно, что модель проводящей поверхности [и, следовательно, формулы (9) — (11)] пригодна не только для однородных слоев, но и для гранулированных слоев, лишь бы размер гранул и расстояния между ними были пренебрежимо малы по сравнению с длиной волны. Более того, эта модель при нормальном падении применима [8] и для тонкослойной дифракционной металлической структуры, элементы которой в поперечном направлении значительно больше λ (но гораздо меньше диаметра падающего на структуру светового пучка). В то же время следующие по δ приближения ρ_1 и τ_1 годятся, по-видимому, только для однородного поглощающего слоя.

Заключение. Использованная система параметров пленки позволяет записать более компактно ранее известные выражения для оптических характеристик пленки. Более существенным является вытекающее из нее представление о комплексно-проводящей поверхности как первом приближении для пленок очень малой толщины. В диапазоне видимого света такая модель применима, например, для пленок с $y \approx 1$—1,5, которые могут найти интересные приложения [3,7]. Возможность трактовать пленку как поверхность подтверждается, в частности, малостью потерь, вносимых пленкой в узле стоячей волны [9].

Модель проводящей поверхности позволяет эффективно использовать известную аналогию между распространением электромагнитных волн в свободном пространстве и волн тока и напряжения в длинной линии [10]. Проводящая поверхность в этом случае соответствует сосредоточенной комплексной проводимости Y, включенной в линию параллельно; скачок магнитного поля при прохождении света через проводящую поверхность соответствует скачку тока в линии в точке включения проводимости. Величины y, n_1 и n_2 для световой волны пропорциональны Y и волновым проводимостям линий Y_1 и Y_2. Использование этой аналогии значительно облегчает расчеты в тех случаях, когда пленка входит в состав сложной оптической системы (оптического резонатора, интерферометра), сочетается с многослойными диэлектрическими покрытиями и т. д.

Следует отметить также, что понятие поверхностной проводимости, в отличие от n и χ, не теряет смысла для гранулярных пленок и может быть использовано, например, при построении более детальной квазистационарной модели таких пленок [11].

Автор выражает благодарность Н. Д. Голдиной за обсуждение работы.

ЛИТЕРАТУРА

1. Г. В. Розенберг. Оптика тонкослойных покрытий. М., Физматгиз, 1958.
2. Ю. В. Троицкий. Оптический резонатор с поглощающей металлической пленкой.— Радиотехника и электроника, 1969, т. 14, № 9.
3. Ю. В. Троицкий. Отражающий интерферометр на основе согласованной металлической пленки.— Письма в ЖЭТФ, 1970, т. 11, № 6.
4. P. W. Smith, M. V. Schneider, H. G. Danielmeyer. High-Power Single-Frequency Lasers Using Thin Metal Film Mode-Selection Filters.— Bell Syst. Tech. Jour., 1969, v. 48, № 5.
5. Дж. А. Стрэттон. Теория электромагнетизма. М., Гостехиздат, 1948.
6. H. Wolter. Optik dünner Schichten.— Handb. d. Phys., Springer — Verlag, 1956, v. 24.
7. Ю. В. Троицкий, М. И. Захаров. Об уменьшении отражения в оптической области при помощи согласованных поглощающих пленок.— Радиотехника и электроника, 1970, т. 15, № 9.
8. М. И. Захаров, Ю. В. Троицкий, Н. Д. Голдина. Исследование оптического резонатора с тонкослойной металлической дифракционной решеткой.— ИВУЗ. Радиофизика, 1970, т. 13, № 9.
9. Н. Д. Голдина, М. И. Захаров, Ю. В. Троицкий. Изучение характеристик поглощающих металлических пленок в поле стоячей волны оптических частот.— ЖПС, 1969, т. 10, № 1.
10. S. A. Schelkunoff. The Impedance Concept and its Applications to Problems of Reflection, Refraction, Shielding, and Absorbtion of Power.— Bell Syst. Tech. Jour., 1938, v. 17, № 1.
11. C. E. Drumheller. Theory of the Optical Properties of Thin Polycrystalline Metal Layers.— Jour. de Phys., 1964, v. 25, № 1.

Поступило в редакцию
29 мая 1972 г.