АКАДЕМИЯ НАУК СССР

УДК 621.391.193

Е. С. НЕЖЕВЕНКО, П. Е. ТВЕРДОХЛЕБ
(*Новосибирск*)

КОГЕРЕНТНО-ОПТИЧЕСКИЕ УСТРОЙСТВА ДЛЯ РАСПОЗНАВАНИЯ ОДНОМЕРНЫХ СИГНАЛОВ

Ранее иллюстрировались возможности определения в КОУ некорреляционных мер близости двух сравниваемых сигналов, один из которых является эталонным, а второй — классифицируемым [1]. В настоящей работе показаны способы построения КОУ для вычисления расстояний между классифицируемым сигналом и классами сигналов, заданными своими векторами математических ожиданий и ковариационными матрицами. Варианты обсуждаемых устройств допускают сравнительно простую техническую реализацию.

Исходные условия. Пусть $Y(y_1, y_2, \ldots, y_n)$ — конечномерный (в общем случае бесконечномерный) вектор, описывающий сигнал, заданный соответствующим количеством ординат (отсчетов, признаков). Сигнал необходимо отнести к одному из m классов ($m=1, 2, \ldots, M$), каждый из которых характеризуется условной плотностью вероятности вектора Y. Если плотность вероятности хорошо аппроксимируется многомерным нормальным распределением с вектором математического ожидания $M_m(\mu_{1m}, \mu_{2m}, \ldots, \mu_{nm})$ и ковариационной матрицей K_m размерностью $n \times n$, то оптимальное распознавание сигнала сводится к вычислению m значений функции [2]

$$\widetilde{S}_m(Y) = b_m - [(Y - M_m)^T K_m^{-1} (Y - M_m)], \qquad (1)$$

где b_m — постоянная класса, и сравнению полученных значений между собой с целью выбора наименьшего. Поскольку $\widetilde{S}_m(Y)$ определяет по существу расстояние (близость) между вектором Y и совокупностью векторов класса m, то поступивший сигнал относится к тому из них, расстояние для которого является наименьшим.

Рассмотрим теперь приемы реализации операций распознавания сигналов в КОУ; при этом в качестве исходного примем известный вариант устройства [3]. Допустим прежде всего, что сигнал $y=f(x)$, подлежащий распознаванию, поступает на вход КОУ в виде двухградационного изображения. Имеются в виду либо контурные изображения с одинаковым по вертикали поперечным сечением a (рис. 1, *а*), либо силуэтные (см. рис. 1, *б*). Первые из них описываются амплитудным пропусканием транспаранта

$$\varphi(x,y) = \sum_{i=1}^{n} \mathrm{Rect}\left(\frac{y - y_i}{a}\right) \mathrm{Rect}\left[\frac{x - (i - 1/2)\,\Delta x}{\Delta x}\right], \qquad (2а)$$

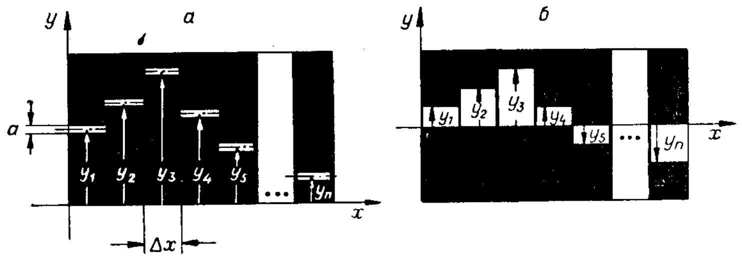

Рис. 1.

где

$$\mathrm{Rect}(z) = \begin{cases} 1, & \text{если } |z| \leqslant 1/2; \\ 0, & \text{если } |z| > 1/2; \end{cases}$$

Δx — размер i-го участка, а вторые — амплитудным пропусканием

$$\varphi(x,y) = \sum_{i=1}^{n} \mathrm{Rect}\left(\frac{y - 1/2y_i}{y_i}\right) \mathrm{Rect}\left[\frac{x - (i - 1/2)\,\Delta x}{\Delta x}\right]. \tag{2б}$$

Если в изображении (2а) $a \ll y_{i\,\max}$, функция $\mathrm{Rect}\left(\frac{y - y_i}{a}\right)$ может быть приближенно представлена дельта-функцией $\delta(y - y_i)$ и выражение (2а) примет вид

$$\varphi(x,y) \cong a \sum_{i=1}^{n} \delta(y - y_i)\, \mathrm{Rect}\left[\frac{x - (i - 1/2)\,\Delta x}{\Delta x}\right]. \tag{3}$$

Условимся также, что учет постоянных классов и сравнение полученных значений $\tilde{S}_m(Y)$ с последующим принятием решения будет производиться в выходных электронных блоках КОУ. Поэтому сосредоточим внимание лишь на той части устройства распознавания сигналов, которая осуществляет вычисление функции

$$S_m(Y) = (Y - M_m)^T K_m^{-1} (Y - M_m). \tag{4}$$

Эта часть показана на рис. 2. Вид функции $S_m(Y)$, а следовательно, и сложность ее вычисления существенно зависят от ковариационной матрицы K_m, характеризующей свойства соответствующего класса сигналов. Поэтому далее в порядке повышения сложности рассмотрим три важных случая вычисления расстояния (4), которые основаны на определении, во-первых, зависимости

$$r(\eta, \xi) = [\varphi_1(x,y) \otimes \varphi_2(x - \eta, y - \xi)] * \varphi_3(x,y), \tag{5}$$

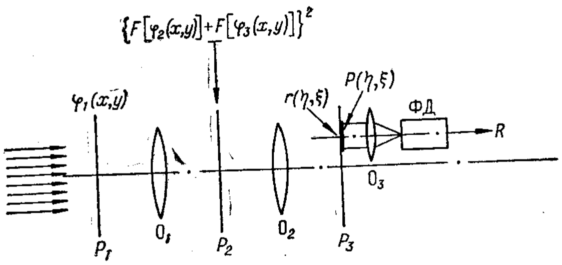

Рис. 2.

легко воспроизводимой когерентно-оптическими устройствами в виде амплитудного распределения света в плоскости P_3, и, во-вторых, взвешенного параллельного интегрирования этого распределения. В (5) и на рис. 2 функция $\varphi_1(x, y)$ соответствует амплитудному пропусканию входного транспаранта, функции $\varphi_2(x, y)$ и $\varphi_3(x, y)$ — амплитудным пропусканиям вспомогательных транспарантов, используемых для изготовления комплексно-сопряженных фильтров (обобщенных Фурье-голограмм); (η, ξ) — координаты плоскости P_3, а символы $\otimes$, $*$ и F обозначают соответственно операции корреляции, свертки и преобразования Фурье. Взвешенное интегрирование производится с помощью выходного фильтра с амплитудным пропусканием $P(\eta, \xi)$, объектива O_3 и фотодетектора ФД с точечной диафрагмой. Выходной сигнал фотодетектора равен R.

Способы вычисления расстояний в КОУ. Случай 1. Ковариационная матрица K_m является диагональной с равными дисперсиями ($\sigma_i^2 = \sigma_0^2$) признаков.

При таком допущении функция, подлежащая вычислению, приводится к виду

$$S_m(Y) = \sigma_0^2 \sum_{i=1}^{n} (y_{mi} - \mu_{mi})^2. \qquad (6)$$

Несколько приемов (а, б, в, г) вычисления $S_m(Y)$ приведены в таблице, где для каждого из них указаны виды функций φ_1, φ_2, φ_3 и P, которые обеспечивают вычисление в КОУ параметра R (или R^2, как, например, в приемах а и б), пропорционального расстоянию (6). Приемы а, б, г целесообразно применять в ситуациях, когда математические ожидания классов не изменяются. Когда это условие не выполняется, следует применять прием в. Близость распознаваемого сигнала к остальным классам может определяться как последовательно путем смены комплексно-сопряженных фильтров (приемы а, б) либо выходных фильтров (приемы в, г), так и параллельно. В последнем случае для изготовления комплексно-сопряженного фильтра должен быть использован транспарант, на непересекающихся дорожках которого изображены либо векторы математических ожиданий всех классов (приемы а, б, г), либо тонкие щели длиной h с линейным изменением амплитудного пропускания (прием в). Кроме того, количество выходных фильтров и фотоприемников должно быть увеличено до числа классов. Очевидно, что при последовательном вычислении расстояний (6) КОУ в своем составе должны иметь блоки оптической памяти. Число фильтров, а следовательно, число распознаваемых классов в известных устройствах может достигать 1000 и более [4]. Наконец, заметим, что объектив O_3 и точечная диафрагма в схеме КОУ необходимы лишь при использовании приема а.

Случай 2. Ковариационные матрицы классов диагональны с различными дисперсиями признаков. Тогда

$$S_m(Y) = \sum_{i=1}^{n} \frac{1}{(\sigma_{mi})^2} (y_{mi} - \mu_{mi})^2. \qquad (7)$$

Вычисление расстояний (7) может быть произведено любым из указанных в таблице приемов. Необходимо лишь учитывать значения дисперсий σ_{mi}^2 ординат. Практически это может быть осуществлено путем модуляции амплитудного пропускания контурных изображений (см. рис. 1, *а*), соответствующих векторам математических ожиданий классов.

Случай 3. Ковариационные матрицы классов не являются диагональными. Тогда вычислению подлежит квадратичная форма (4). Схема КОУ, пригодная для таких целей, показана на рис. 3. С помощью объектива O_1 силуэтное изображение классифицируемого сигнала (2б)

Прием	$\varphi_1(x,\ y)$	$\varphi_2(x,\ y)$	$\varphi_3(x,\ y)$	$P(\eta,\ \xi)$	Вычисляемый параметр
а	$a\sum_{i=1}^{n}\delta(y-y_i)\ \mathrm{Rect}\times\left(\frac{x-(i-{}^1/_2)\,\Delta x}{\Delta x}\right)$ (изображение сигнала)	$a\sum_{i=1}^{n}\delta(y-\mu_i)\ \mathrm{Rect}\times\left(\frac{x-(i-{}^1/_2)\,\Delta x}{\Delta x}\right)$ (изображение вектора математического ожидания)	$\delta(x-x_0,\ y-y_0)$ (точечное изображение)	$\varepsilon\delta(\eta)\,\xi^2\,\mathrm{Rect}\,(\xi/h)$ (изображение тонкой щели размером $\varepsilon\times h$ с квадратичным изменением пропускания)	$R^2=\varepsilon d^2\left[a\Delta x\sum_{i=1}^{n}\times\times(y-\mu_i)^2\right]^2$
б	$\gg$	$\gg$	$\varepsilon\delta(x)\,y^2\,\mathrm{Rect}\,(y/h)$ (изображение тонкой щели размером $\varepsilon\times h$ с квадратичным изменением пропускания)	$d^2\delta(\eta)\,\delta(\xi)$ (точечное отверстие)	$\gg$
в	$\gg$	$\varepsilon\delta(x)\lvert y\rvert\,\mathrm{Rect}\,(y/h)$ (изображение тонкой щели размером $\varepsilon\times h$ с линейным изменением пропускания)	$\delta(x-x_0,\ y-y_0)$ (точечное отверстие)	$a\sum_{i=1}^{n}\delta(\xi-y_i)\ \mathrm{Rect}\times\left(\frac{\eta-(i-{}^1/_2)\,\Delta\eta}{\Delta\eta}\right)$ (изображение вектора математического ожидания)	$R=\varepsilon a\Delta x d^2\sum_{i=1}^{n}(y_i-\mu_i)^2$
г	$d^2\delta(x-x_0,\ y-y_0)$ (точечное отверстие)	$a\sum_{i=1}^{n}\delta(y-\mu_i)\ \mathrm{Rect}\times\left(\frac{x-(i-{}^1/_2)\,\Delta x}{\Delta x}\right)$ (изображение вектора математического ожидания)	$\varepsilon\delta(x)\lvert y\rvert\,\mathrm{Rect}\,(y/h)$ (изображение тонкой щели размером $\varepsilon\times h$ с линейным изменением пропускания)	$a\sum_{i=1}^{n}\delta(\xi-y_i)\ \mathrm{Rect}\times\left(\frac{\eta-(i-{}^1/_2)\,\Delta\eta}{\Delta\eta}\right)$ (изображение сигнала)	$\gg$

проецируется в плоскость P_2, где в нижней половине расположено силуэтное изображение вектора математического ожидания

$$\sum_{i=1}^{n} \mathrm{Rect}\left(\frac{y-1/2\mu_i}{\mu_i}\right)\mathrm{Rect}\left(\frac{x-(i-1/2)\,\Delta x}{\Delta x}\right).$$

Полуволновая пластинка П осуществляет сдвиг на 180° фазы волны, освещающей нижнюю полуплоскость P_2. Поэтому в задней фокальной плоскости анаморфотной оптики O_2O_3 вдоль узкой центральной по-

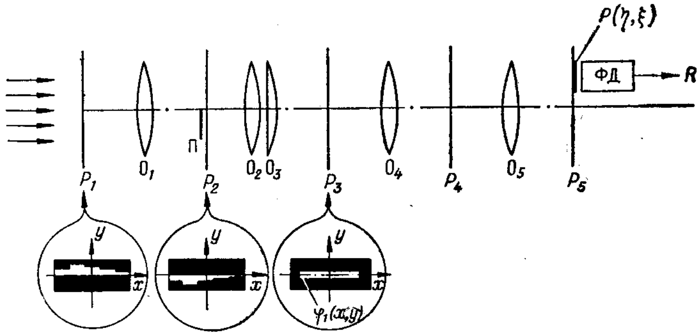

Рис. 3.

лосы, параллельной оси x, получим световое распределение, эквивалентное разности классифицируемого сигнала и вектора математического ожидания класса m, т. е.

$$\varphi_1(x,y)=\sum_{i=1}^{n}(y_{mi}-\mu_{mi})\,\mathrm{Rect}\left(\frac{x-(i-1/2)\,\Delta x}{\Delta x}\right). \tag{8}$$

Последующая часть рассматриваемого устройства осуществляет преобразование изображения $\varphi_1(x, y)$ в амплитудное распределение света $r(\eta, \xi)$, согласно уравнению (5). В качестве $\varphi_2(x, y)$ в этом случае используем функцию

$$\varphi_2(x,y)=d^2\sum_{i=1}^{n}\delta(x,y-(j-1)\,\Delta y)+\sum_{i=2}^{n}\sum_{j=1}^{n}\delta(x-i\Delta x,\ y-j\Delta y). \tag{9}$$

Она описывает пропускание транспаранта с вертикально и наклонно расположенными точечными отверстиями с эквивалентным диаметром $2d/\sqrt{\pi}$. Комплексно-сопряженный фильтр, устанавливаемый в плоскости P_3, изготавливается с изображения (9), причем $\varphi_3(x, y)=\delta(x-x_0, y-y_0)$. В результате реализации преобразования (5) световое распределение (8) размножится по оси ξ выходной плоскости на n одинаковых распределений (действие вертикальных точечных отверстий) и, кроме того, на каждое из них, за исключением распределения, полученного с помощью точечного отверстия $\delta(x, y)$, наложится еще одно распределение (8), сдвинутое по оси η на Δx при $j=2$, на $2\Delta x$ при $j=3$ и т. д. Амплитуда света на участках с координатами η_i, ξ_j $(i,j=1,2\ldots, n;\ i\neq j)$, где произошло наложение, будет пропорциональна значению

$$r_{mij}=\bar{y}_{mi}+\bar{y}_{mj},$$

где

$$\bar{y}_{mi}=y_{mi}-\mu_{mi}\ \text{и}\ \bar{y}_{mj}=y_{mj}-\mu_{mj},$$

а на участках с координатами η_i, ξ_j $(i=j)$ — $r_{mij}=\bar{y}_{mi}$. Обозначим область значений r_{mij} символом Ω. Разместим теперь в выходной плоскости фильтр с амплитудным пропусканием

$$P(\eta_i, \xi_j) = \sum_{i=1}^{n} \sum_{j=i+1}^{n} \sqrt{h_{ij}}\, \delta(\eta - \eta_i, \xi - \xi_j), \tag{10}$$

где $\sqrt{h_{ij}}$ — суммарное амплитудное пропускание участка с координатами (η_i, ξ_j). Для определения значений h_{ij}, которые вначале будем считать положительными, составим два уравнения. Первое из них описывает желаемый результат, т. е.

$$R_m = \sum_{i=1}^{n} \sum_{i=1}^{n} \bar{y}_{mi}\bar{y}_{mj} l_{ij} = 2\sum_{i=1}^{n} \bar{y}_{mi}^2 l_{ii} + 2\sum_{i=1}^{n} \sum_{j=i+1}^{n} \bar{y}_{mi}\, \bar{y}_{mj} l_{ij}; \tag{11}$$

при этом l_{ij} являются элементами симметрической матрицы $L=K^{-1}$. Второе уравнение описывает распределение интенсивности света на выходе фильтра (10)

$$\tilde{R}^m = \sum_{i=1}^{n} \bar{y}_{mi}^2 h_{ii} + \sum_{i=1}^{n} \sum_{j=i+1}^{n} (\bar{y}_{mi} + \bar{y}_{mj})^2 h_{ij} = \sum_{i=1}^{n} \bar{y}_{mi}^2 h_{ii} + \sum_{i=1}^{n} \bar{y}_{mi}^2 \left(\sum_{j=i+1}^{n} h_{ij} \right) +$$

$$+ \sum_{i=1}^{n} \sum_{j=i+1}^{n} \bar{y}_{mi}^2 h_{ij} + 2\sum_{i=1}^{n} \sum_{j=i+1}^{n} \bar{y}_{mi}\bar{y}_{mj} h_{ij}. \tag{12}$$

Принимая во внимание, что

$$\sum_{i=1}^{n} \sum_{j=i+1}^{n} \bar{y}_{mj}^2 h_{ij} = \sum_{i=1}^{n} \bar{y}_{mi}^2 \left(\sum_{j=1}^{i-1} h_{ij} \right),$$

выражение (12) можно привести к виду

$$\tilde{R}_m = \sum_{i=1}^{n} \bar{y}_{mi}^2 \left(h_{ii} + \sum_{j=i+1}^{n} h_{ij} + \sum_{j=1}^{i-1} h_{ij} \right) + 2\sum_{i=1}^{n} \sum_{j=i+1}^{n} \bar{y}_{mi}\bar{y}_{mj} h_{ij}. \tag{13}$$

Приравнивая коэффициенты при одинаковых переменных в уравнениях (11) и (13), получим:

$$2l_{ii} = h_{ii} + \sum_{j=i+1}^{n} h_{ij} + \sum_{j=1}^{i-1} h_{ij}; \quad l_{ij} = h_{ij} \quad (i \neq j). \tag{14}$$

Поскольку $h_{ji}=h_{ij}$, что является следствием симметричности ковариационной матрицы, находим:

$$h_{ii} = 2l_{ii} - \sum_{j=1}^{n} l_{ij}; \quad h_{ij} = l_{ij} \quad (i \neq j). \tag{15}$$

Таким образом, желаемый результат (11) может быть получен, если проинтегрировать световой поток на выходе фильтра, определяемого (10), в котором h_{ij} находятся из системы (15).

Если элементы l_{ij} матрицы L, а следовательно, и параметры h_{ij} принимают не только положительные, но и отрицательные значения, то результат (11) может быть получен путем воспроизведения в выходной плоскости еще одной области Ω и использования двух фильтров, перекрывающих указанные области. Пропускание h_{ij} первого из фильтров отлично от нуля лишь в местах расположения положительных компонент матрицы L, а второго — в местах расположения отрицательных компонент. Абсолютные значения значащих компонент, как и ранее, определяются из выражений (15). Воспроизведение в выходной плоскости двух одинаковых областей Ω может быть обеспечено, если комплексно-сопряженный фильтр изготовить с изображения, на котором в отличие от транспаранта с пропусканием $\varphi_2(x, y)$ имеется еще один параллельный ряд наклонных отверстий, расположенных слева от оси y. При раздельном интегрировании световых потоков на выходе фильтров получим значения $R^{(+)}$ и $R^{(-)}$. Нетрудно убедиться, что разность $R = R^{+} - R^{-}$ будет пропорциональна значению искомой квадратичной формы (A).

Заключение. Рассмотренные в работе случаи охватывают широкий круг задач распознавания одномерных сигналов. Каждому из них соответствует сравнительно простой вариант КОУ, «двумерность» и механизм действия которых рационально используются для представления классифицируемых сигналов в виде двухградационных изображений (случаи 1, 2, 3), для одновременного вычисления близости к нескольким классам (случаи 1, 2) и для преобразования сигнала в вид, удобный для вычисления значений квадратичной формы, которая, как известно, имеет двумерную пространственную структуру. Поскольку КОУ могут иметь оптическую память сравнительно большого объема, то их целесообразно использовать в задачах с большим числом классов (1000 и более). Возможности когерентно-оптических устройств могут быть в полной мере использованы при создании устройств оперативного ввода классифицируемых сигналов.

ЛИТЕРАТУРА

1. Е. С. Нежевенко. Определение близости функций в когерентно-оптических вычислительных устройствах.— Автометрия, 1971, № 6.
2. Н. Нильсон. Обучающиеся машины. М., «Мир», 1967.
3. A. Vander Lugt, F. B. Rotz, A Klooster. Character-reading by optical spatial filtering.— Optical and Electro-optical Information Processing, 1965.
4. Г. А. Воскобойник, И. С. Гибин, Е. С. Нежевенко, П. Е. Твердохлеб. Применение когерентных оптических вычислительных устройств для решения задач информационного поиска.— Автометрия, 1971, № 1.

Поступила в редакцию
9 марта 1972 г.