

А К А Д Е М И Я Н А У К С С С Р  
СИБИРСКОЕ ОТДЕЛЕНИЕ  
А В Т О М Е Т Р И Я

№ 4

1972

УДК 621.391.18+519.2

Ю. М. КРЕНДЕЛЬ

(Новосибирск)

ВОЗМОЖНОСТИ ИСПОЛЬЗОВАНИЯ  
МЕТОДОВ ТЕОРИИ МАССОВОГО ОБСЛУЖИВАНИЯ  
В ИССЛЕДОВАНИИ СИСТЕМ СБОРА  
И ОБРАБОТКИ ИНФОРМАЦИИ

Среди многообразия больших систем видное место занимают системы сбора и обработки информации, в задачу которых входит получение и достоверное воспроизведение ряда характеристик исследуемых объектов. Находя широкое применение при автоматизации научного эксперимента, системы сбора и обработки информации могут входить в качестве подсистем в другие большие системы, например в автоматизированные системы управления.

Разнообразие оборудования и сложность функций, свойственные большим системам и, частности, системам сбора и обработки информации, требуют особого подхода к их изучению и проектированию. Вся совокупность теоретических и практических вопросов, решаемых при этом, объединяется под общим названием системотехника [1].

Среди теоретического багажа системотехники, включающего довольно обширный перечень дисциплин, особое место занимает теория массового обслуживания. Она была создана в связи с запросами, возникшими при проектировании телефонных систем, и на протяжении длительного времени своего развития была тесно связана с решением задач, возникающих в этих системах (см., например [2]). В то же время методы теории массового обслуживания нашли широкое применение и при исследовании ряда проблем, возникающих в системах организации промышленного производства, в системах связи и управления и других системах (подробную библиографию работ, отражающих применение методов теории массового обслуживания в различного рода системах, можно найти у Т. Саати [3]). В связи с этим при поиске эффективных методов исследования систем сбора и обработки информации естественно встал вопрос: какие возможности могло бы предоставить и здесь применение методов теории массового обслуживания? Попытку такого анализа и представляет собой данная статья.

Перечислим ряд причин, в силу которых при исследовании систем сбора и обработки информации целесообразно использовать методы теории массового обслуживания.

При функционировании систем сбора и обработки информации наблюдается обычно многократное повторение требований на выполнение одинаковых операций, при этом требования появляются в случайные

моменты времени. Последовательности таких требований можно определять как потоки однородных событий (потоки заявок), поступающих в систему.

В системах сбора и обработки информации одновременно может выполняться ограниченное число операций; при этом число определенного рода операций, которое в состоянии выполнить система за некоторый промежуток времени, может оказаться меньше числа требований, поступивших в систему за то же время, на выполнение операций того же рода. Здесь возникает необходимость в определении таких характеристик системы, как время ожидания выполнения (обслуживания) конкретного требования; загрузка устройств, производящих те или иные операции; распределение длительности выполнения операций и пр.

Системы сбора и обработки информации, как правило, имеют иерархическую структуру, и поступление управляющего сигнала некоторого уровня может прекратить действие сигналов более низких уровней. При этом наблюдается как прерывание в выполнении операций, намеченных ранее, так и смещение по времени и некоторое изменение порядка выполнения операций, существующего до момента поступления сигнала более высокого уровня. Здесь мы сталкиваемся с проблемой приоритетности.

Заметим, что системотехника только делает свои первые шаги, и в настоящее время исследование больших систем весьма затруднительно проводить в целом ввиду необозримой сложности возникающих при этом задач. Поэтому исследование больших систем ведется путем анализа и синтеза ряда подсистем более или менее независимых друг от друга, на которые разбивается большая система. Возможность расчленения больших систем на группы наиболее тесно взаимодействующих элементов — подсистем, имеющих свое специальное назначение, является одной из характерных черт больших систем.

В отдельные подсистемы в системах сбора и обработки информации можно выделить:

функциональные преобразователи, необходимые для представления информации, поступающей на их входы, в форме, удобной для использования ее как внутри системы, так и на ее выходе. К таким преобразователям могут быть отнесены, например, аналого-цифровые преобразователи, построители кривых, устройства отображения алфавитно-цифровой информации на электроннолучевых трубках и т. д.;

устройства передачи информации внутри системы;

устройства обмена информацией, предназначенные для управления потоками информации;

вычислительный комплекс, состоящий из средств вычислительной техники и математического обеспечения.

Каждая из указанных подсистем имеет свою целевую функцию и свои специфические критерии качества, обычно не совпадающие с критерием эффективности всей системы. Эти специфические критерии имеют подчиненную роль относительно критерия эффективности всей системы и должны способствовать максимизации последнего. Здесь мы наблюдаем некоторую иерархическую структуру в критериях.

Подсистему можно рассматривать как самостоятельный объект исследования, имеющий свой вход и выход, лишь в том случае, если с достаточной определенностью охарактеризовать потоки информации, поступающие на ее вход. Свойства потоков информации, поступающих на входы подсистем, зависят от многих факторов и, в частности, от функций, выполняемых отдельными подсистемами, от организации их работы, от организации работы всей системы в целом и ее конкретных це-

лей и задач. Так, в ряде случаев информация на вход функциональных преобразователей поступает от устройств, которые воспринимают информацию непосредственно от исследуемых объектов. Такими устройствами, которые с помощью того или иного алгоритма формируют поток информации на входе функциональных преобразователей, могут быть устройства сжатия данных, выделения сигналов по ряду признаков (например, по моментам пересечения фиксированного уровня исходным процессом или его производной), коммутаторы, работающие по той или иной программе и т. д. От того, как организованы потоки информации, во многом зависят характеристики работы функциональных преобразователей. Как правило, характер потока на входе каждой из подсистем в значительной степени определяет параметры ее функционирования. Естественным поэтому является то большое внимание, которое должно быть уделено изучению потоков информации, поступающих на входы подсистем. Очевидно, что при такого рода изучении необходимо воспользоваться методами исследования потоков, достаточно подробно рассмотренными в работах по теории массового обслуживания [4].

Эффективность применения методов теории массового обслуживания при исследовании характеристик систем сбора и обработки информации показана ниже на примере рассмотрения ряда подсистем.

1. Рассмотрим функциональный преобразователь, в задачу которого входит преобразование первичной информации в дискретную форму и который включает в себя несколько измерительных устройств. С целью согласования интенсивности потока информации на входе функционального преобразователя с быстродействием измерительных устройств вводится промежуточный накопитель.

Для оценки эффективности работы описанного преобразователя применяется ряд специфических критериев. Это прежде всего метрологические критерии, позволяющие оценить точность преобразования исходной информации в дискретную форму.

Поскольку одним из требований, предъявляемых к системам сбора и обработки информации, является требование достоверного воспроизведения информации, приобретают значение такие критерии оценки ее работы, как доля потерянной информации, время задержки обработки поступающей информации, время пребывания измерительных устройств в занятом состоянии и другие. Хорошее приближение к ситуациям, возникающим в процессе работы функциональных преобразователей, дают модели теории массового обслуживания; методы этой теории позволяют получить результаты, определяющие эффективность работы преобразователей по указанным выше критериям.

Модели (системы) массового обслуживания удобно описывать, используя классификацию, предложенную Кендаллом [5]. Эта классификация исходит из аналитических предположений о характере входящего потока требований и распределения длительности обслуживания, а также учитывает число обслуживающих устройств. При этом система массового обслуживания представляется записью  $A|B|c$ , где  $A$  — признак входящего потока;  $B$  — признак распределения длительности обслуживания;  $c$  — число обслуживающих устройств. Возможные признаки распределений кодируются следующими буквами:  $M$  — показательное распределение;  $E_k$  — распределение Эрланга;  $D$  — вырожденное распределение (длительность обслуживания есть const);  $G$  — распределение самого общего вида. При обозначениях потока в том случае, если он обладает ограниченным последействием, после символа, указывающего признак, пишут  $I$ . Так, в частности, запись  $GI/M/1$  (по Кендаллу) обозначает систему массового обслуживания с входящим потоком обще-

го вида с ограниченным последействием, показательным распределением длительности обслуживания и одним обслуживающим устройством.

Следует заметить, что приведенная классификация не является полной, поскольку системы массового обслуживания подразделяются на системы с потерями, смешанного типа, с ожиданием, с различного рода приоритетными дисциплинами обслуживания и т. д. В настоящее время в литературе существует ряд предложений по дальнейшему развитию обозначений Кендалла, однако дополнительная символика еще не установилась, и поэтому для указания конкретной системы массового обслуживания употребляют обозначения Кендалла в сочетании (там, где это необходимо) со словесным описанием системы.

Одна из моделей, описывающая довольно общую ситуацию, имеющую место при работе функциональных преобразователей, могла бы быть представлена так:

$$\vec{GI}_N | \vec{G}_N | 1 \leq c < \infty | 0 < r_i < \infty | F \quad (i = 1, 2, \dots, N). \quad (1)$$

Здесь  $\vec{GI}_N$  означает, что в систему массового обслуживания поступают  $N$  потоков общего вида с ограниченным последействием,  $\vec{G}_N$  означает, что время обслуживания  $i$ -го потока имеет распределение общего вида  $G_i$  ( $i = 1, 2, \dots, N$ );  $0 < r_i < \infty$  означает, что данная система является системой смешанного типа с ограничением на длину очереди, при этом  $i$ -му потоку соответствует длина очереди  $r_i$  ( $i = 1, 2, \dots, N$ );  $F$  — некоторое правило организации обслуживания требований, поступающих в систему массового обслуживания. Правило (дисциплина)  $F$  может быть самым различным и выбирается в зависимости от заданного критерия оценки эффективности.

В простейшем случае требования обслуживаются в порядке поступления («первым пришел — первым обслужен»). Эта самая простая дисциплина обслуживания или, как ее называют, «справедливая» дисциплина, как правило, применяется в случаях, когда не ставится задача оптимизации параметров системы.

Для повышения эффективности работы системы может быть установлена привилегия одним требованиям перед другими, которая закрепляется в правилах функционирования системы. Если преимущество, предоставляемое некоторым требованиям, действует только в пределах накопителя, дисциплина ожидания ограничивается определением правил выбора требования, обслуживание которого начинается в момент, когда освободится одно из устройств. При этом говорят об относительном приоритете. В других ситуациях первоочередное требование с большим преимуществом прерывает обслуживание требования с меньшим преимуществом, например, возвращая его в накопитель (здесь имеет место абсолютный приоритет). В рассматриваемой модели ( $0 < r_i < \infty$ ) можно задавать также абсолютный приоритет при постановке в очередь, например, с вытеснением из очереди требований, когда более приоритетное требование застает накопитель полностью занятым.

Можно предложить большое многообразие правил, по которым требования должны становиться в очередь и поступать на обслуживание. В общем случае правило  $F$  сводится к определению оптимального (в соответствии с выбранным критерием) управления постановкой в очередь и обслуживания требований. В теории массового обслуживания проводятся исследования задач выбора оптимального управления. Отметим среди них задачу экстремального управления системой массового обслуживания [6], для решения которой использован метод определения опти-

мального управления Л. С. Понtryгина. Однако определение оптимального управления является достаточно сложной задачей, не поддающейся обычно аналитическим расчетам. Поэтому иногда разумно отказаться от поисков оптимального управления, а ограничиться управлением, близким к оптимальному, или, что то же самое, искать оптимальное управление в более узком классе управлений. В системах массового обслуживания с несколькими входящими потоками таким более узким классом управлений является выбор оптимальной последовательности приоритетов. При этом в качестве критерия оптимизации берется некоторый функционал, выражающий либо средние потери в единицу времени от ожидания требований в очереди, либо среднее число потерянных требований в единицу времени и т. п. (см. [3]).

Исследование приведенной модели (1) (даже при выборе узкого класса управлений  $F$ ) аналитическими методами при современном развитии математического аппарата теории массового обслуживания невозможно, ввиду принятых довольно широких предположений о характере потока  $(\vec{GI}_N)$  и распределении времени обслуживания  $(\vec{G}_N)$ . Однако сейчас имеется значительный опыт применения статистического моделирования (метода Монте-Карло) для решения задач теории массового обслуживания при очень широких предположениях о характере потоков требований и особенностях работы обслуживающей системы [7, 8]. Если же налагается ряд дополнительных ограничений на характер потока требований и распределение времени обслуживания, то может появиться возможность аналитического решения поставленной задачи.

Существуют несколько методов аналитического исследования, которые объединяются тем, что используют в том или ином виде марковские связи случайных величин. Среди этих методов следует отметить:

метод случайного блуждания; этот метод дает обозримые результаты для таких общих моделей, как например  $GI/G/c$  с ограниченной длительностью ожидания требований в очереди [9];

метод дополнительных переменных; этот метод может быть применен, например, для моделей  $M|G|c\dots$ ; для вычисления необходимых характеристик здесь требуется разрешить систему интегро-дифференциальных уравнений в частных производных [10];

метод вложенных цепей Маркова, позволяющий исследовать системы, описываемые широким классом моделей массового обслуживания, исключая модели:  $GI|G|\dots, \dots|G|c|\dots, (c>1)$  [5];

метод виртуального времени ожидания, который может быть полезен при определении времени ожидания требований в системе и приводит к необходимости решать интегро-дифференциальное уравнение; исследования здесь проведены для такого общего вида моделей, как  $G|G|c=1$  [11];

метод исследования марковских моделей, применяемый для моделей с довольно жесткими ограничениями на исходные данные (типа  $M|M|\dots$ ) и позволяющий получить решение относительно требуемых характеристик в замкнутом виде [12].

В качестве примера использования марковских связей случайных величин рассмотрим метод дополнительных переменных. Для этого возьмем систему массового обслуживания  $M|G|c (c \geq 1)$ ; система с потерями). Если определить состояние  $k$  системы в некоторый момент времени как занятость  $k$  устройств ( $k=0, 1, \dots, c$ ) обслуживанием требований в этот момент времени, то процесс  $v(t)$  ( $v(t)=0, 1, \dots, c$ ), указывающий в произвольный момент времени  $t$  состояние системы, как нетрудно видеть, не является марковским. Однако указанную систему можно ис-

следовать с помощью однородного марковского процесса, если определять состояния системы иначе, а именно: состояние системы в некоторый момент времени  $t$  определять с помощью вектора

$$\rho(t) = \{v(t); \xi_1(t), \xi_2(t), \dots, \xi_c(t)\},$$

где  $v(t)$  — определенное выше состояние системы;  $\xi_1(t), \xi_2(t), \dots, \xi_c(t)$  — некоторые дополнительные переменные, характеризующие, например, время, прошедшее с момента начала обслуживания соответственно 1, 2, ...,  $c$ -м устройством до момента времени  $t$ .

Как мы видим, дополнительные переменные имеют назначение нести в себе информацию об обслуживании требования до момента времени  $t$ , которая существенна для прогноза о поведении системы после этого момента. Процесс  $\rho(t)$ , определяющий указанным образом состояния системы в произвольный момент времени  $t$ , уже является марковским.

2. При проектировании и исследовании устройств передачи информации (выделяемых в отдельные подсистемы) возникают такие задачи, как выбор способа кодирования, модуляции, вида сообщений, типа линии связи и т. д.; при их решении используются критерии, типичные для теории связи, позволяющие определять помехозащищенность кодов, скорость передачи, верность передаваемой информации и т. д.

Вместе с тем, ряд других характеристик устройств передачи информации, например средняя загрузка при фиксированном числе каналов передачи, распределение времени ожидания передачи, можно определять методами теории массового обслуживания. Для иллюстрации рассмотрим систему сбора и обработки информации, которая строится по магистральному принципу (системы, выполненные по стандарту САМАС). Отдельные агрегаты, входящие в состав такой системы сбора и обработки информации, можно представить как источники потоков информации различного характера. Очевидно, что магистраль (устройство передачи информации), по которой передаются сообщения, выступает здесь в качестве устройства, обслуживающего потоки информации.

Передаче конкретного сообщения в рассматриваемой системе предшествует его ожидание своей очереди, поскольку пропускная способность магистрали ограничена. Время передачи сообщения может носить случайный характер. Это время можно считать временем обслуживания магистралью данного сообщения. Хорошее приближение к ситуации, имеющей место при передаче сообщений в магистральной системе, дают следующие модели массового обслуживания:

$$A|B|c=1|r=\infty|F. \quad (2)$$

Здесь  $A$  и  $B$  указывают на то, что распределения входящего потока и времени обслуживания могут быть самыми различными.

Методы исследования моделей массового обслуживания (2), уже упомянутые в связи с рассмотрением первого примера, зависят от ограничений, накладываемых на характер потоков информации ( $A$ ), обслуживания требований ( $B$ ) и организации обслуживания ( $F$ ). Для случая  $M|G|c=1|r=\infty$  загрузка  $\rho$  системы определяется из соотношения  $\rho=a/b$ , где  $a$  — интенсивность пуассоновского потока;  $b$  — средняя интенсивность обслуживания. Характеристики данной системы находятся методом вложенных цепей Маркова.

3. Эффективность всей системы сбора и обработки информации во многом определяется организацией обмена информацией между функциональными преобразователями и ЦВМ. Существуют различные способы организации обмена.

Наиболее распространенным из них является предварительное накопление информации между функциональными преобразователями и ЦВМ; для накопления используются буферные запоминающие устройства (БЗУ), которые позволяют системе, в частности, совмещать операции обмена с операциями обработки информации, уменьшать частоту прерывания основной программы ЦВМ, производить «упаковку» информации. На вход БЗУ поступают потоки сообщений от различных функциональных преобразователей; по мере накопления информации производится считывание ее из БЗУ в ЦВМ. Возможны различные дисциплины записи сообщений в БЗУ и их считывания. Сообщения, заставшие БЗУ полностью занятым, могут теряться; время между моментами поступления сообщений и время их считывания могут быть случайными. Таким образом, здесь возникают задачи определения доли потерянных сообщений (при переполнении буфера), времени задержки передачи сообщений, степени загруженности устройств обмена, а также оптимального (в заданном смысле) объема буфера. Решение ряда поставленных задач может быть получено исследованием моделей массового обслуживания, относящихся к моделям группового обслуживания и группового поступления требований [3].

Приведем описание одной такой модели (довольно общего вида). На вход буфера ограниченной емкости  $L$  поступают потоки заявок от источников информации. Характер потоков может быть самым различным. Каждая из заявок указывает на поступление в буфер группы требований от определенного источника. Число требований в группе подчиняется некоторому распределению вероятностей, зависящему от номера источника. Заполнение требованиями буфера в моменты прихода заявок подчиняется некоторой дисциплине. При этом, вследствие переполнения буфера, часть требований может теряться. В некоторые моменты времени, образующие поток считывания, производится считывание из буфера группы требований одного источника; при этом число требований в группе имеет некоторое распределение вероятностей, также зависящее от номера источника. Предполагается, что время считывания мало по сравнению со временем между соседними моментами считывания. Задается дисциплина считывания групп требований различных источников.

Методы исследования этой модели будут зависеть от ограничений, накладываемых на ряд исходных данных.

Если

суммарный поток заявок является пуассоновским;

распределение числа требований в группе при поступлении заявок не зависит от номера источника и порядкового номера заявки;

поток считывания является рекуррентным;

группа требований при считывании включает в себя число требований, меньшее или равное  $m$  ( $m=1, 2, \dots$ ), то методом вложенных цепей Маркова можно найти производящую функцию распределения вероятностей того, что в буфере в момент считывания будет находиться ровно  $n$  ( $n=0, 1, \dots, L$ ) требований. Знание этой функции позволяет находить ряд важных характеристик.

Другим довольно распространенным способом организации обмена информацией между ЦВМ и функциональными преобразователями является способ прерывания текущей программы ЦВМ. Здесь предварительно заметим следующее.

Процесс обработки в системах сбора и обработки информации сопровождается рядом событий, которые можно разделить на программно-определеняемые и программно-независимые. Первые из них порождаются

самой программой, и возможные моменты их возникновения известны программе; вторые вызваны либо посторонними по отношению к программе источниками, либо моменты их возникновения не могут быть установлены заранее при программировании. Вычислительный комплекс должен, вообще говоря, реагировать на все события, которые могут повлиять на процесс обработки. В случае программно-определеняемых событий для этого бывает достаточно иметь набор команд условных переходов по различным признакам. Для того чтобы вычислительный комплекс мог эффективно реагировать на программно-независимые события, ему необходимо придать дополнительные аппаратно-логические средства, совокупность которых называют системой прерывания программы. Система прерывания программы обладает свойством временно прекращать выполнение текущей программы при возникновении некоторого события и передавать управление программе, предусмотренной для данного события.

Многие из способов организации обмена информацией так или иначе связаны с использованием прерывания программ. Так, обращение к БЗУ связано с прерыванием текущей программы обработки.

В системе, обладающей свойством прерывания, каждое программно-независимое событие (источник прерывания) должно сопровождаться сигналом, оповещающим о его возникновении (запросом прерывания). Программы, затребованные запросами прерывания, называют прерывающими программами, а программы, выполняемые до появления запросов, — прерванными программами.

При организации системы прерывания интересуются прежде всего такими ее характеристиками, как

время реакции — время между появлением запроса прерывания и началом выполнения первой команды прерывающей программы;

время обслуживания прерывания — суммарное время, затраченное на запоминание и восстановление состояния прерванной программы;

глубина прерывания — максимальное число программ, которые могут прервать друг друга;

вероятность насыщения системы прерывания. Явление насыщения возникает тогда, когда от какого-либо источника прерывания поступает запрос прерывания, а предыдущий запрос от этого же источника еще не обслужен. В этом случае происходит потеря какого-либо из двух запросов прерывания.

В системах сбора и обработки информации может существовать множество различных источников прерывания, которые вырабатывают свои запросы независимо по отношению друг к другу. Поэтому необходимо устанавливать определенный порядок, в котором эти запросы удовлетворяются. Система прерывания имеет специальное устройство, анализирующее запросы прерывания в порядке присвоенного им приоритета (приоритет между запросами прерывания). С другой стороны, прерывающие программы могут иметь по отношению к текущей различную степень важности и не любая программа может быть прервана любым запросом. Вид приоритета, определяющий порядок старшинства программ, называют приоритетом между прерывающими программами. Глубина прерывания имеет важное значение для организации приоритетного обслуживания запросов прерывания. Естественно желание не ограничивать глубины прерывания, однако при этом требуются специальные аппаратные и программные методы взаимной связки программы разного уровня приоритетности по использованию оперативной памяти и рабочих регистров ЦВМ. Это увеличивает логическую сложность программы. Кроме того, необходимо ограничивать сверху время реакции для менее

приоритетных программ. В связи с этим приходится ограничивать глубину прерывания.

Указанные характеристики системы прерывания можно определять, используя для описания ее функционирования модели теории массового обслуживания. Такими моделями могут быть:

$$\bar{A}_N | \bar{B}_N | c = 1/r_i = 1/F_1 \quad (i = 1, 2, \dots, N). \quad (3)$$

Здесь будем полагать, что глубина прерывания ограничена некоторым числом  $k$  ( $k \geq 0$ ;  $k=0$ , если после возбуждения прерывающей программы и вплоть до ее окончания прием других запросов прерывания запрещается). Управление  $F_1$  состоит в следующем. Устанавливается последовательность приоритетов 1, 2, ...,  $N$  для источников требований. Требование источника с номером  $i$  прерывает обслуживание требования источника с номером  $j$ , если  $i < j$  и если при этом число прерываний  $a \leq k$ ; в противном случае требование источника с номером  $i$  ожидает своего обслуживания. Требование источника  $j$ , обслуживание которого прервано, ожидает своего дообслуживания (полагается, что место для ожидания освобождается только после окончания обслуживания). Для моделей (3) при довольно широких предположениях относительно  $\bar{A}_N$  и  $\bar{B}_N$  можно методом Монте-Карло оценить вероятность потери требования каждого источника, среднее время ожидания требований своего обслуживания и ряд других характеристик. Если же (3) принимает вид

$$\hat{M}_N | \bar{G}_N | c = 1 | r_i = 1 | F_1 \quad (i = 1, 2, \dots, N),$$

то определение требуемых характеристик удается проводить аналитическими методами.

Рассмотренные примеры показывают, что модели теории массового обслуживания в ряде случаев хорошо отражают ситуации, имеющие место в системах сбора и обработки информации.

Заметим, что на пути исследования некоторых моделей возникают серьезные трудности. Так, даже если имеется возможность применить для исследования моделей аналитические методы теории массового обслуживания, при определении характеристик моделей зачастую приходится сталкиваться с очень большими объемами вычислений. Тем не менее возможности теории массового обслуживания даже при ее настоящем состоянии используются далеко не полностью; следует также принять во внимание и быстрое развитие методов этой теории. Указанные обстоятельства позволяют надеяться на то, что методы теории массового обслуживания будут играть еще большую роль при исследовании и проектировании систем сбора и обработки информации.

#### ЛИТЕРАТУРА

1. Г. Х. Гуд, Р. Э. Макол. Системотехника. Введение в проектирование больших систем. М., «Советское радио», 1962.
2. E. Brockmeier, H. L. Halstrom, A. Jensen. The Life and Works of A. K. Erlang. Copenhagen Telephone Company, Copenhagen, 1948.
3. Т. Л. Сати. Элементы теории массового обслуживания и ее применения. М., «Советское радио», 1971.
4. А. Я. Хинчин. Работы по математической теории массового обслуживания. М., Физматгиз, 1963.
5. D. G. Kendall. Stochastic processes occurring in the theory of queues and their analysis by the method of the imbedded Markov Chain.—Ann. Math. Statistics, 1953, v. 24, № 3.

6. Г. П. Климо в. Экстремальные задачи в теории массового обслуживания.— В сб. «Кибернетику — на службу коммунизму», т. 2. М.— Л., «Энергия», 1964.
7. Н. П. Бусленко. Метод статистического моделирования. М., «Статистика», 1970.
8. С. М. Ермаков. Метод Монте-Карло и смежные вопросы. М., «Наука», 1971.
9. И. Н. Коваленко. Об одном методе в теории массового обслуживания.— Резюме тр. VI Всесоюзного совещания по теории вероятностей и математической статистике, 1960. Вильнюс, Госполитиздат, 1962.
10. D. R. Cox. The Analysis of Non-markovian Stochastic Processes by the Inclusion of Supplementary Variables.— Proc. Cambrige Philos. Soc., 1955, v. 51, № 3.
11. L. Takacs. Investigation of waiting time problems by reduction to markov processes.— Acta math. Acad. Sci. Hung., 1955, v. 6, № 1—2.
12. Б. В. Гнеденко, И. Н. Коваленко. Введение в теорию массового обслуживания. М., «Наука», 1966.

Поступила в редакцию  
18 февраля 1972 г.

---