

## АНАЛОГОВЫЕ И ЦИФРОВЫЕ ИЗМЕРИТЕЛЬНЫЕ ПРИБОРЫ И ПРЕОБРАЗОВАТЕЛИ

УДК 621.083.2

А. Г. КОЗАЧОК

(Новосибирск)

### ВОПРОСЫ ДИНАМИКИ ИЗМЕРИТЕЛЬНЫХ ПРЕОБРАЗОВАТЕЛЕЙ

При проведении научных экспериментов, автоматизации технологических процессов, как правило, приходится иметь дело с измерением физических величин, изменяющихся во времени.

Естественно поэтому, что проблеме динамики измерений, в частности динамике измерительных преобразователей (ИП), в последние годы уделяется много внимания. Заметим, что в понятие «измерительный преобразователь» вкладывается широкий смысл. К ним могут быть отнесены не только, например, датчики, усилители, модуляторы, но и состоящие из них комплексы [1]. К ИП предъявляется требование воспроизводить измеряемую величину без искажений, точнее, с минимальными искажениями, поскольку идеальных ИП не существует. В связи с этим возникают задачи правильного выбора динамических параметров ИП, оценки динамических искажений отдельными преобразователями, оптимального согласования преобразователей между собой для обеспечения минимальной погрешности и др. Ряд исследований в этом направлении выполнен в последние годы в Институте автоматизации и электротехники СО АН СССР [2—7].

Выбор динамических параметров ИП следует производить таким образом, чтобы искажения формы входного воздействия не превышали некоторой определенной величины. В общем случае решением поставленной задачи является интегрирование дифференциального уравнения, описывающего поведение преобразователя для данного вида входного воздействия. Практически эта операция связана с большими затратами времени, со сложными и громоздкими вычислениями, что зачастую делает ее выполнение нецелесообразным. Поэтому, как показывает анализ полученных в этой области результатов, здесь крайне желательно обобщение и создание некоторых универсальных методов, которыми легко можно было бы пользоваться на практике при решении научно-технических задач.

Выходная величина ИП зависит как от входного воздействия, так и от свойств самого преобразователя. Но те и другие отличаются большим разнообразием, и получить общее решение задачи о динамических погрешностях, справедливое при входных воздействиях произвольной формы и любых преобразователях, невозможно. Отсюда большое значение приобретают вопросы классификации, выделение характерных общих свойств. Что касается преобразователей, то их свойства в динамическом режиме полностью определяются порядком дифференциаль-

ного уравнения, поэтому в теоретическом плане преобразователи и классифицируют по этому признаку. В отношении входных воздействий такого общего признака нет, что приводит к необходимости самостоятельно решать задачу для каждого конкретного случая, а это, как уже отмечалось, связано с существенными трудностями.

В то же время, как показывает опыт, во всех конкретных областях практических измерений существуют характерные формы измеряемых величин, наиболее типичные для данной области. Это дает возможность из множества встречающихся воздействий выделить группы типовых сигналов, которые, с одной стороны, близки к реальным, а с другой — сравнительно просто выражаются аналитически. Для этой цели рядом авторов предлагались разные типовые сигналы. Например, широкое распространение получил входной сигнал в виде единичного скачка. Это объясняется следующим. Во-первых, единичный скачок представляет собой сочетание бесконечно быстрого и бесконечно медленного изменения, что делает этот сигнал достаточно универсальным. Во-вторых, разработан и удобен математический аппарат для вычисления переходных функций, являющихся реакцией системы на единичный скачок. Этот сигнал является удобным, если необходимо исследовать и сравнить между собой динамические свойства конкретных преобразователей.

При выборе оптимальных параметров преобразователей, а также при оценке динамических погрешностей необходимо пользоваться типовыми сигналами, более близкими к реальным. Наиболее полно, с нашей точки зрения, типовые входные воздействия представлены в [8]. В ней предлагаются четыре обобщенных аппроксимирующих функции. Аналитические выражения этих функций имеют следующий вид.

1. Обобщенный кусочно-линейный импульс:

$$\text{Gel}(\theta, \xi_1, \xi_2) = \begin{cases} x_n \frac{\theta}{\xi_1} & \text{при } 0 < \theta < \xi_1; \\ x_n & \text{при } \xi_1 < \theta < \xi_2; \\ x_n \frac{1-\theta}{1-\xi_2} & \text{при } \xi_2 < \theta < 1; \\ 0 & \text{при } \theta \geq 1 \text{ и } \theta \leq 0. \end{cases}$$

Здесь  $\theta = \frac{t}{\tau_n}$ , где  $t$  — время;  $\tau_n$  — длительность импульса;  $\xi_1$  и  $\xi_2$  — параметры, определяющие соответственно абсциссы первого и второго перегибов;  $x_n$  — пиковое значение. Функция  $\text{Gel}(\theta, \xi_1, \xi_2)$  включает в себя прямоугольный, пилообразные, треугольные и трапециевидные импульсы.

2. Обобщенный полусинусоидальный импульс:

$$\text{Ges}(\theta, \xi) = \begin{cases} x_n \frac{\sin \pi \theta}{\sin \pi \xi} \exp\left(\pi \frac{\xi - \theta}{\text{tg } \pi \xi}\right) & \text{при } 0 < \theta < 1; \\ 0 & \text{при } \theta \leq 0 \text{ и } \theta \geq 1. \end{cases}$$

3. Обобщенный косинусоидальный импульс:

$$\text{Gec}(\theta, \xi) = \begin{cases} x_n \frac{1 - \cos 2\pi \theta}{1 - \cos 2\pi \xi} \exp\left(2\pi \frac{\xi - \theta}{\text{tg } \pi \xi}\right) & \text{при } 0 < \theta < 1; \\ 0 & \text{при } \theta \leq 0 \text{ и } \theta \geq 1. \end{cases}$$

Параметр  $\xi$  в обоих импульсах определяет абсциссу максимума. Импульсы представляют собой произведение гармонических функций на экспоненциальную и часто встречаются в практике измерений.

4. Обобщенный комбинированный импульс:

$$\text{Gek}(\theta, k, \beta, n) = \begin{cases} x_n [1 + k \exp(-\beta\theta) \sin 2\pi n\theta] & \text{при } 0 < \theta < 1; \\ 0 & \text{при } \theta \leq 0 \text{ и } \theta \geq 1. \end{cases}$$

Функция  $\text{Gek}(\theta, k, \beta, n)$  содержит наложенную на прямоугольный импульс затухающую синусоиду, причем  $n$  — число периодов синусоиды,  $k$  — ее относительная амплитуда,  $\beta$  — коэффициент затухания.

Перечисленные типовые функции охватывают многие из встречающихся на практике импульсных воздействий, а набор этих функций позволяет аппроксимировать и более сложные формы импульсов.

Решение задач динамики для типовых импульсов дает возможность использовать результаты в различных технических приложениях. Например, в [8], исходя из четырех указанных обобщенных импульсов, рассчитываются и составляются подробные таблицы и графики аппроксимирующих функций и их нормированных спектров для 68 разновидностей импульсных воздействий, которые могут быть использованы при расчете реакции линейных систем на импульсное возбуждение. Следующим важным моментом при рассмотрении задач динамики является выбор критерия оценки динамических погрешностей.

Динамическую погрешность, характеризующую искажения при передаче сигналов, можно представить либо в виде функции времени, либо некоторым числом, которое в среднем определяет искажения формы сигналов. В первом случае получаем полную информацию об искажениях сигнала, так как указанная функция позволяет определить погрешность при передаче сигнала в каждый момент времени. Однако такая функция несет, как правило, большую избыточную информацию, пользоваться ею неудобно, поэтому имеет смысл определить ее только в отдельных случаях прецизионных измерений.

При решении многих практических задач определяются погрешности при передаче наиболее существенных значений импульса, в частности его пиковой величины. В практике расчетов реакции линейных ИП на импульсное воздействие получили распространение так называемые ударные спектры [9, 10]. Ударные спектры дают информацию о трех практически наиболее важных значениях функции отклика колебательной системы второго порядка без успокоения на ударный импульс: наибольших положительном и отрицательном значениях во время действия импульса и наибольшем значении после его окончания. Соответственно различают текущие ударные спектры (положительный и отрицательный) и ударный спектр последствия. В работе [8] рассчитаны ударные спектры для указанных ранее 68 разновидностей импульсных воздействий. Ударные спектры являются удобными для оценки искажения импульсов, поэтому желательно распространить их для оценки динамических свойств более сложных преобразователей. Нам представляется полезным исследовать ударные спектры типовых импульсов при прохождении их через ИП четвертого порядка, близкие по своим частотным характеристикам к реальным полосовым фильтрам. Такие ударные спектры представляют собой зависимости трех экстремальных значений функции отклика от нижней и верхней границ частотного диапазона при различных формах частотной характеристики. Эта информация будет весьма полезной для исследователей и позволит научно обоснованно выбирать или конструировать измерительные преобразователи. Для некоторых частных случаев такие ударные спектры нами были получены. Эта работа требует большого объема вычислений, но наличие современных ЭВМ делает ее вполне выполнимой.

Требования практики показывают, что зачастую удобно пользоваться

ся усредненной погрешностью. Это позволяет произвести однозначную количественную оценку искажений формы сигналов.

Существует много усредненных критериев, каждый из которых определяет лишь некоторый интегральный эффект, даваемый искажениями. Наибольшее распространение получил критерий среднеквадратичной погрешности, предлагаемый в [11] как оптимальный. По этому критерию погрешность передачи формы сигналов определяется таким образом:

$$\delta^2 = \frac{1}{\tau_n} \int_0^{\tau_n} [y(t + \Delta t)c - x(t)]^2 dt, \quad (1)$$

где  $y(t)$  и  $x(t)$  — нормированные функции времени;  $\Delta t$  — сдвиг во времени, определяемый углом наклона фазочастотной характеристики;  $c$  — коэффициент передачи в полосе пропускания измерительного преобразователя.

Определение  $c$  по минимуму среднеквадратичной погрешности (1) приводит к коэффициенту корреляции [12]. Нормированный коэффициент корреляции для детерминированных сигналов может быть записан в следующем виде:

$$c = \frac{\left| \int_0^{\tau_n} x(t) y(t + \Delta t) dt \right|}{\sqrt{\int_0^{\tau_n} [x(t)]^2 dt \int_0^{\tau_n} [y(t + \Delta t)]^2 dt}}. \quad (2)$$

Из выражения (2) следует, что  $0 \leq c \leq 1$ . Если сигнал не искажается ИП,  $c=1$ . По своей физической сущности значение  $c$  является тем оптимальным коэффициентом передачи преобразователя, относительно которого среднеквадратичная погрешность получается минимальной. В [5, 6] показана эффективность использования корреляционного критерия для оценки динамических погрешностей ИП. В этих работах получена взаимосвязь между параметрами типовых импульсов, погрешностью передачи формы импульсов и параметрами преобразователя.

Таким образом, в практике измерения импульсных сигналов для оценки динамических погрешностей измерительных преобразователей, по нашему мнению, наиболее целесообразно использовать ударные спектры и корреляционный критерий.

В общем виде работа линейных ИП описывается дифференциальным уравнением  $n$ -го порядка

$$\sum_{i=1}^n a_i [y(t)]^i + by(t) + c = x(t), \quad (3)$$

где  $x(t)$  и  $y(t)$  — соответственно входной и выходной сигналы. Коэффициенты  $a_i$  определяют регулярную динамическую погрешность ИП.

В общем виде исследовать эту погрешность не представляется возможным. В подавляющем большинстве случаев исследователи ограничиваются рассмотрением дифференциальных уравнений первого и второго, реже третьего порядков, которые при решении ряда задач дают достаточные для практики приближения. Примеры этому могут быть весьма многочисленны. Сошлемся только на два обзора, посвященных исследованию динамических погрешностей шлейфовых гальванометров [11, 13].

В случае, когда возникала необходимость исследовать динамику измерительных преобразователей более высоких порядков, задача решалась для отдельных случаев и в основном экспериментально. Применение ЭВМ для решения таких задач позволило нам получить более общие и более точные результаты.

Так, например, большинство измерительных устройств имеет ограниченную полосу пропускания как в области нижних, так и в области верхних частот. В этом случае динамические погрешности определяются, по меньшей мере, дифференциальным уравнением четвертого порядка, к которому сводится система двух дифференциальных уравнений второго порядка

$$\begin{cases} \ddot{y} + 2\beta_n \eta_n \dot{y} + \eta_n^2 y = k\dot{z}; \\ \ddot{z} + 2\beta_v \eta_v \dot{z} + \eta_v^2 z = \eta_v^2 x, \end{cases} \quad (4)$$

где  $\beta_n$ ,  $\beta_v$  и  $\eta_n = \omega_n \tau_n$ ,  $\eta_v = \omega_v \tau_v$  — соответственно степени ускорения и относительные собственные частоты на нижнем и верхнем участках частотного диапазона. Если  $\omega_n \ll \omega \ll \omega_v$ , спектр частот измеряемого сигнала лежит в полосе пропускания измерительного прибора, то из (4) следует  $y \approx kx$ . В этом случае измерительный прибор не искажает сигнал.

Реакция измерительного преобразователя, описываемого системой дифференциальных уравнений (4), на типовые импульсы определялась на ЭВМ (использовалась машина «Минск-22М»). Были разработаны и отлажены программы для расчета откликов и дальнейшей их обработки. Программы оформлены на перфокартах, что позволило оперативно изменять исходные данные (параметры преобразователя и типовые воздействия). Одна из программ предусматривала запись откликов на магнитную ленту. В результате на магнитной ленте была организована библиотека откликов системы четвертого порядка на типовые импульсы при различных параметрах измерительных преобразователей. В случае необходимости интересующий нас отклик мог быть считан с большой скоростью. Такая магнитная лента практически играет роль очень удобного справочного пособия.

Программы обработки позволили получать экстремальные значения откликов, а также коэффициенты корреляции, определяющие искажения формы измеряемых сигналов при отсутствии и наличии шу-

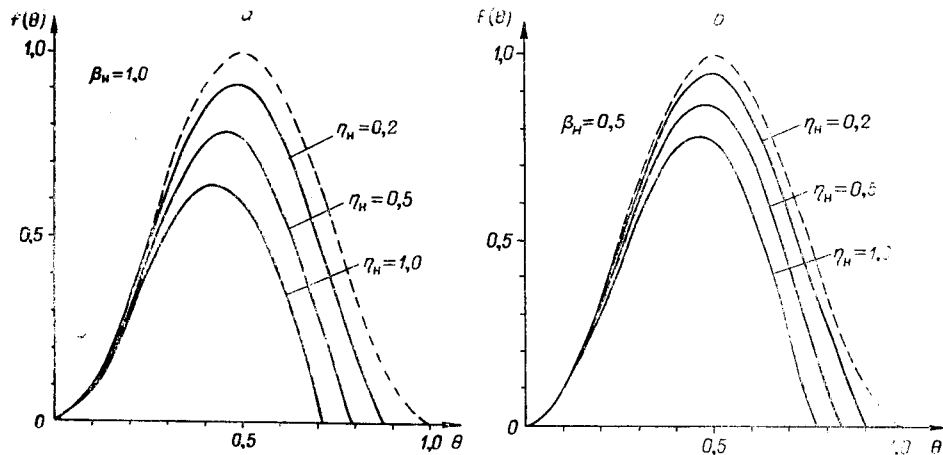


Рис. 1.

мов. Результаты обработки выдавались на широкую цифрочасть в виде графиков и табличных значений.

Для иллюстрации на рис. 1 приведен результат решения одной из задач, связанных с измерениями взрывного импульса. В этой задаче ИП представлял собой высокочастотный магнитоэлектрический датчик сейсмического типа, непосредственно включенный на низкочастотный шлейфовый гальванометр. Такой преобразователь имеет при измерении импульсных скоростей горизонтальную частотную характеристику в диапазоне частот примерно от собственной частоты шлейфа до собственной частоты датчика, а динамика преобразователя описывается системой (4). Физическая реализация низкочастотного гальванометра связана со значительными трудностями. Поэтому нужно было точно оценить, какой должна быть его собственная частота, чтобы погрешность измерения не превысила допустимой величины.

Измеряемый импульс (на рис. 1 изображен штрихами) достаточно хорошо мог быть аппроксимирован функцией  $\text{Gec}(\theta, \xi)$  при  $\xi=0,5$ . На рис. 1 изображены отклики преобразователя на такой импульс при различных значениях относительной частоты  $\eta_n$  и степени успокоения  $\beta_n$ . Из рис. 1, б следует, что при  $\beta_n=1,0$  и  $\eta_n=0,2; 0,5; 1,0$  погрешности при передаче пикового значения импульса соответственно равняются 10%, 20, 40%. При длительности импульса  $\tau_n=10$  мс и допустимой погрешности измерения 10% собственная частота шлейфа должна составлять не более  $f_n = \frac{0,2}{2\pi \cdot 0,01} \approx 3$  Гц. Сравнение рис. 1, а и б показывает, что степень успокоения оказывает существенное влияние на искажение сигнала. Из рис. 1, а следует, что при  $\beta_n=0,5$  погрешность уменьшается примерно в 2 раза. Тогда для этой же задачи шлейф должен иметь собственную частоту не более  $f_n = \frac{\eta_n}{2\pi\tau_n} = \frac{0,5}{2\pi \cdot 0,01} \approx 8$  Гц. Приведенный пример показывает, что при успокоении, близком к оптимальному, собственная частота шлейфа может быть взята примерно в 3 раза выше, чем при успокоении, близком к критическому.

Рассмотрим вопрос, связанный с измерением малых импульсных сигналов.

Известно, что улучшение динамических свойств измерительных преобразователей требует расширения их частотного диапазона, что приводит к уменьшению отношения сигнал/шум, т. е. к ухудшению порога чувствительности. При измерении больших сигналов, значительно превышающих уровень шума, этот факт можно не учитывать. Однако при измерении импульсных сигналов, сравнимых с уровнем шума, измерительные преобразователи имеют минимальную погрешность при некотором оптимальном значении частотного диапазона.

Существенным достоинством корреляционного критерия (2) является возможность распространить его на случай, когда на сигнал наложен шум. Можно показать, что усредненный коэффициент корреляции в этом случае равен

$$\bar{c} = \frac{c}{\sqrt{1 + \frac{\overline{y_{ш}^2}(t)}}{\overline{y^2(t + \Delta t)}}}}, \quad (5)$$

где  $\overline{y_{ш}^2}(t)$  и  $\overline{y^2}(t + \Delta t)$  — среднеквадратичные значения шума и отклика.

Из (5) видно, что для нахождения усредненного коэффициента корреляции при передаче формы импульсного сигнала в присутствии шума достаточно знать коэффициент корреляции без учета шума и действующее значение шума.

Если при измерении больших сигналов искажение их формы определялось безразмерными параметрами  $\eta_n$  и  $\eta_b$ , то при измерении малых сигналов погрешность зависит от абсолютного значения частот  $\omega_n$  и  $\omega_b$ . Кроме того, для однозначного решения задачи о динамических погрешностях в присутствии шумов необходимо задаться уровнем сигнала, а затем исследовать зависимость усредненного коэффициента корреляции (5) при изменении частотного диапазона. Указанные трудности усложняют поиски оптимума при выборе частотной полосы пропускания ИП, однако при решении конкретных задач эти трудности вполне преодолимы.

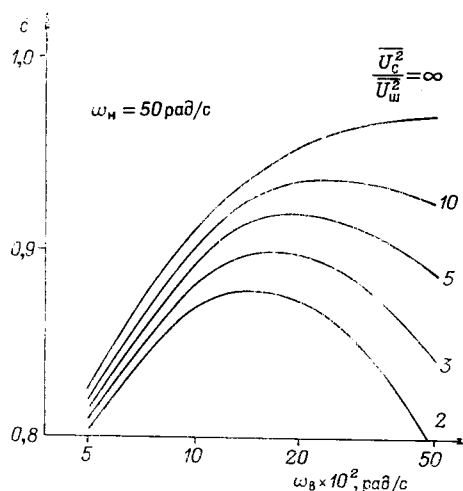


Рис. 2.

На рис. 2 в качестве примера приведены усредненные коэффициенты корреляции, полученные для импульса  $\text{Gec}(\theta, \xi)$  при  $\xi=0,1$  для различных отношений сигнал/шум. В рассматриваемом диапазоне 50—5000 рад/с шумы усилительных элементов, которые в значительной степени определяют шумы измерительных преобразователей, представляют собой «белый» шум. Семейство кривых на рис. 2 наглядно показывает существование оптимума при выборе частотного диапазона измерительного преобразователя. Так, например, если в области «белого» шума необходимо обеспечить при передаче импульса  $\text{Gec}(\theta; 0,1)$  усредненный коэффициент корреляции  $\bar{c} \geq 0,9$ , то это возможно при отношении сигнал/шум больше

трех, причем при отношении, равном трем, необходимо обеспечить верхнюю граничную частоту 1500—2000 рад/с.

Таким образом, рассмотренные методы дают возможность на основе типовых входных воздействий и корреляционного критерия при помощи таблиц и графиков, рассчитанных на ЭВМ, решать широкий круг практических задач динамики без необходимости выполнения сложных расчетов и громоздких вычислений.

#### ЛИТЕРАТУРА

1. В. Ю. Кончаловский, Я. А. Купершмидт, Р. Я. Сыропятова, Р. Р. Харченко. Электрические измерительные преобразователи. М., «Энергия», 1967.
2. Л. Д. Гик, А. Г. Козачок. К вопросу о теории первичных измерительных преобразователей.— *Автометрия*, 1967, № 3.
3. А. Г. Козачок, Ю. Н. Солодкин. Анализ погрешностей первичных преобразователей при измерении действующего значения импульсных сигналов.— В сб. «Устройства и элементы систем автоматизации научных экспериментов». Новосибирск, «Наука», 1970.
4. А. Г. Козачок, Ю. Н. Солодкин. Погрешность датчиков при передаче пикового значения импульсов.— *Автометрия*, 1969, № 1.
5. Л. Д. Гик, А. Г. Козачок, Ю. Н. Солодкин, А. В. Якименко. Искажение формы сигналов датчиками при измерении импульсных величин.— *Автометрия*, 1969, № 3.

6. A. G. Kozasok, Ju. N. Solodkin. Analyse der dynamischen Messfehler von Messgrössenaufnehmern bei der Messung von Impulsen.— Messen, Steuern, Regeln, 1969, № 8.
7. А. Г. Козачок, В. М. Кунов. Согласование датчиков с усилителями для достижения максимального отношения сигнал/шум.— В сб. «Устройства и элементы систем автоматизации научных экспериментов». Новосибирск, «Наука», 1970.
8. Б. А. Глаговский, А. Г. Козачок, В. С. Пеллинец, Ю. Н. Солодкин. Таблицы и графики для расчетов реакции линейных систем на импульсное возбуждение. Новосибирск, «Наука», 1971.
9. M. A. Biot. A Mechanical Analyzer for the Prediction of Earthquake Stresses.— Bulletin of the Seismological Society of America, 1941, v. 31, № 2.
10. В. С. Пеллинец. Определение результатов воздействия механического удара на элементы аппаратуры. Л., ЛДНТП, 1969.
11. А. А. Харкевич. О применении критерия квадратичной погрешности к оценке линейных искажений.— ЖТФ, 1937, т. VII, вып. 5.
12. Г. А. Левин, Б. Р. Левин. О полосе пропускания линейной системы и неискаженном воспроизведении сигналов.— Радиотехника, 1954, т. 9, № 2.
13. Ю. М. Элькин. Методы анализа динамических погрешностей осциллографического гальванометра.— Труды Всесоюзного научно-исследовательского института энергетики, вып. XXV. М., «Энергия», 1966.

*Поступила в редакцию  
28 декабря 1971 г.*