АКАДЕМИЯ НАУК СССР
СИБИРСКОЕ ОТДЕЛЕНИЕ
АВТОМЕТРИЯ

№ 2 1972

УДК 681.325.57+681.325.58

Л. Т. БАГДАТЬЕВ, М. Я. ГИНЗБУРГ

(Баку)

ОБ ОДНОМ СПОСОБЕ УМНОЖЕНИЯ И ДЕЛЕНИЯ ЧИСЕЛ В УСТРОЙСТВАХ ОБРАБОТКИ ДАННЫХ

Одной из задач обработки данных в измерительных информационных системах является задача нелинейного преобразования и арифметической обработки количественных данных в специализированных устройствах обработки.

Устройство нелинейного преобразования может быть построено на схемах последовательного счета (СПС), в которых величины представляются последовательностями импульсов [1]. Основу такого устройства составляет блок функционального преобразования (БФП), который преобразует входную последовательность импульсов $n_{\text{вх}}$ в выходную последовательность $n_{\text{вых}}$ в соответствии с признаком Φ_i, задающим одну из набора запрограммированных в БФП функций:

$$n_{\text{вых}} = \Phi_i (n_{\text{вх}}) .$$

В БФП использован принцип кусочно-линейной аппроксимации. Произвольная функция F_a для программирования ее в БФП приводится к виду $\Phi_a = \mu F_a$, такому, что

$$(\Phi_a)'_{\max} \lesssim 1. \tag{1}$$

Работа БФП подробно описана в [1, 2]. Арифметическая обработка чисел в СПС, точнее, операции умножения и деления, могут выполняться различными способами (операции сложения и вычитания в силу специфики СПС осуществляются автоматически, в ходе очередного преобразования, умножения и т. п.). Выбор способа во многом зависит от структуры устройства в целом. В статье рассматривается умножение и деление чисел в структурах СПС, содержащих БФП.

Известно, что операция умножения (деления) может быть выполнена с помощью операций логарифмирования, сложения (вычитания) и потенцирования в соответствии с выражениями:

$$ab = \overline{F}\,[F(a) + F(b)]; \quad \frac{a}{b} = \overline{F}\,[F(a) + F(b)]\,,$$

где F — функция логарифмирования; $\overline{F}$ — обратная ей функция потенцирования.

Имеется ряд предпосылок для применения этого способа в структурах СПС, содержащих БФП. Рассмотрим эти предпосылки.

1. При наличии БФП возможность выполнения операции логарифмирования достигается добавлением в память БФП характеристик функции $y=\log x$, т. е. достаточно просто.

2. В структурах СПС, где с помощью БФП выполняются умножение и деление, имеется возможность автоматической нормализации результата по ходу вычислений, что позволяет выполнять умножение и деление практически неограниченного числа аргументов, оперируя логарифмами их нормализованных мантисс.

3. Для каждой функции, запрограммированной в БФП, можно обеспечить как прямое, так и обратное функциональное преобразование. Поэтому с учетом п. 2 для выполнения операций логарифмирования и потенцирования достаточно запрограммировать одну из этих двух зависимостей.

Рассмотрим построение структуры, обеспечивающей выполнение формул типа

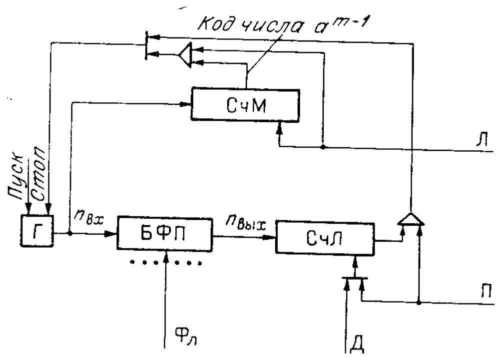
$$y=\frac{x_1x_2}{x_3x_4} \tag{2}$$

с помощью логарифмов.

В связи с тем, что число сомножителей и делителей может быть достаточно велико, строится структура с автоматической нормализацией результата.

Величина x представляется парой чисел X и p, так что

$$x=Xa^p; \qquad 1\leqslant X<a, \tag{3}$$



где X — нормализованная мантисса числа x; a — основание системы счисления, принятой в устройстве для представления мантисс; p — порядок величины x.

Поскольку результаты обработки выдаются на выходные устройства, требующие десятичного представления чисел, целесообразно принять $a=10$. Однако при этом надо иметь в виду, что с увеличением значения a увеличивается число звеньев ломаной, аппроксимирующей логарифмическую кривую, а также емкость счетчика логарифмов и время обработки.

Значения порядков p аргументов в промышленных устройствах обработки данных формируются, как правило, по адресу источников информации [3, 4].

Запишем уравнение (2) следующим образом:

$$Ya^{p_0}=\frac{\Pi X_i}{\Pi X_j}a^{\Sigma p_i-\Sigma p_j}. \tag{4}$$

Здесь Y и p_0 — нормализованная мантисса и порядок функции y; i и j — индексы сомножителей и делителей.

Введя обозначение $k=p_0-\left(\sum p_i-\sum p_j\right)$ и логарифмируя по основанию s уравнение (4), получим:

$$\log_s Y+k\log_s a=\sum\log_s X_i-\sum\log_s X_j; \tag{5}$$

$$p_0=k+\sum p_i-\sum p_j. \tag{6}$$

Как видно из выражения (5), величину $\log_s Y$ можно найти как результат суммирования по модулю $\log_s a$ логарифмов нормализованных мантисс аргументов.

Приведенные соображения позволяют построить блок-схему для умножения и деления нормализованных мантисс (см. рисунок) и выбрать ее основные параметры. Полученная структура по существу является частью устройства нелинейного преобразования, которое может быть использовано для умножения и деления нормализованных мантисс. Порядок результата при этом подсчитывается отдельно в соответствии с (6).

На блок-схеме счетчик логарифмов СчЛ имеет емкость $C_л = \log_s a$. В блоке функционального преобразователя БФП признаком $Ф_л$ на все время отработки формулы задается функция

$$n_{вых} = C_л \log_a \frac{n_{вх} + a^{m-1}}{a^{m-1}}. \qquad (7)$$

Значения нормализованных мантисс аргументов записываются в счетчик мантисс СчМ, имеющий емкость $C_м = a^m$ (m — число разрядов счетчика), и затем логарифмируются. Поочередно логарифмируются мантиссы всех аргументов.

Операция логарифмирования. При логарифмировании устройство работает в режиме прямого функционального преобразования. Режим задается признаком Л.

После сброса установки СчМ и БФП в исходное состояние в СчМ вводится нормализованная мантисса X аргумента x в виде целого числа

$$X' = Xa^{m-1}. \qquad (8)$$

Счетчик СчМ включен на реверс признаком Л.

Запускается генератор Г, выдающий импульсы на БФП и СчМ до момента получения в СчМ числа a^{m-1}.

В ходе логарифмирования на БФП подается число импульсов

$$n_{вх} = X' - a^{m-1}. \qquad (9)$$

Подставляя (9) в (7), получим число импульсов, поданных на вход СчЛ:

$$n_{вых} = C_л \log_a X. \qquad (10)$$

При логарифмировании аргументов, являющихся делителями, на схему дополнительно подается признак Д, по которому СчЛ включается на реверс. Можно сказать, что «алгебраическая сумма импульсов», поступивших на вход СчЛ в ходе логарифмирования мантисс всех аргументов, с учетом (10) равна

$$C_л \sum \log_a X_i - C_л \sum \log_a X_j = \sum \log_s X_i - \sum \log_s X_j.$$

СчЛ имеет емкость $C_л = \log_s a$, поэтому, согласно (5), в нем оказывается записанным число $\log_s Y = C_л \log_a Y$. Потенцируя это число, находим Y.

Операция потенцирования. При потенцировании устройство работает в режиме обратного функционального преобразования. Режим задается признаком П, который включает СчЛ на реверс.

При потенцировании сброс дается лишь на БФП. В счетчиках СчМ и СчЛ сохраняются значения соответственно a^{m-1} и $C_л \log_a Y$.

Запускается генератор Г, выдающий импульсы на БФП и СчМ до момента получения в СчЛ числа 0.

Количество импульсов n_1, выдаваемых генератором Г при потенцировании, можно найти, как значение $n_{вх}$ из уравнения (7) при $n_{вых} = C_л \log_a Y$. В результате потенцирования в СчМ образуется число $n_1 + a^{m-1} = y\, a^{m-1} = Y'$, т. е. мантисса функции y, выраженная целым m-разрядным числом.

При заданной допустимой погрешности, равной δ, емкость счетчика СчЛ должна удовлетворять соотношению $C_л > 2{,}3 \lg a/\delta$. Принимая во внимание (1), емкость счетчика СчМ находим из условия $(n_{вых})'_{\max} \leqslant 1$, откуда $C_м = a^m \geqslant \frac{a}{\delta}$.

Время выполнения одной операции логарифмирования (потенцирования) $\tau = X'/f$ (f — частота генератора Г). Например, при $\delta = 0{,}001$, $f = 100$ кГц и $a = 10$. получаем: $C_n = 10000$ и с учетом (3) и (8) $0{,}01 < \tau$ с $< 0{,}1$.

В заключение отметим, что реализация функции умножения и деления нормализованных мантисс в устройстве нелинейного преобразования достигается перекоммутацией схемы при минимальном дополнительном расходе элементов. Преимущество такого устройства перед обычными вычислительными устройствами заключается в его экономичности, в удобстве согласования с входными сигналами, такими, как ШИМ-, ЧИМ-сигналы, двоичный или двоично-десятичный код; в возможности представления выходной информации устройства непосредственно двоично-десятичным кодом без дополнительных преобразований.

ЛИТЕРАТУРА

1. М. Я. Гинзбург, Л. Т. Багдатьев. По поводу применения схем последовательного счета в устройствах обработки телемеханической информации.— «За технический прогресс» (Баку), 1971, № 6.
2. М. Я. Гинзбург. К вопросу о функциональном аналого-дискретном преобразовании в цифровых измерительных системах.— Приборостроение, 1963, № 2.
3. Г. С. Бунятов, Л. Т. Багдатьев. Универсальное устройство оперативной обработки данных процессов нефтяной и газовой промышленности.— Применение информационной и управляющей вычислительной техники в комплексной автоматизации нефтяной и нефтехимической промышленности. Баку, 1966.
4. Л. Т. Багдатьев, А. И. Владимирский, М. Я. Гинзбург, Н. М. Кязимов. Устройство обработки информации системы телемеханики для центральной диспетчерской службы трубопроводов.— Автоматизация, телемеханизация и связь в газовой промышленности, 1968, № 6.

Поступила в редакцию
14 апреля 1971 г.,
окончательный вариант —
10 июня 1971 г.,