

А. В. ФИЛИПОВ

(Ленинград)

ИССЛЕДОВАНИЕ ФАЗОВОГО КАНАЛА ПОЛЯРНОКООРДИНАТНОГО КОМПЕНСАТОРА АСИМПТОТИЧЕСКИМ МЕТОДОМ

Двумерные автоматические системы полярного типа находят широкое применение в технике измерений комплексных сопротивлений и напряжения переменного тока [1, 2]. Исследуемый компенсатор является составной частью системы приборов, созданной для измерения и регистрации амплитудно-фазового распределения электромагнитного поля в ближней зоне антенн СВЧ. В сокращенном варианте система позволяет снимать амплитудно-фазовые характеристики СВЧ-устройств (аттенюаторов, фазовращателей и т. д.). Автокомпенсатор производит измерения текущих значений сигналов на промежуточной частоте 5 МГц. Его динамический диапазон составляет +40 дБ относительно $36,0 \cdot 10^{-6}$ В. Фаза входного напряжения в процессе измерений может изменяться на величину $\pm 5\lambda$.

В цепи обратной связи канала измерения амплитуды полярнокоординатного компенсатора включен образцовый аттенюатор предельного типа (А) (рис. 1), а канала фазы — образцовый фазовращатель (ОФ). Сигнал $a_1(t)$, обусловленный ошибкой сравнения, усиливается в УПЧ и воздействует на два фазовых детектора (ФД), которые осуществляют разложение вектора на оси прямоугольной системы координат, заданной опорными напряжениями. Для получения с нагрузок ФД сигналов переменного тока низкой частоты опорные напряжения подвергаются фазовой манипуляции в узле ФМ. Исполнительные двигатели (ИД), обрабатывая сигналы рассогласования, сводят ошибку компенсации к нулю.

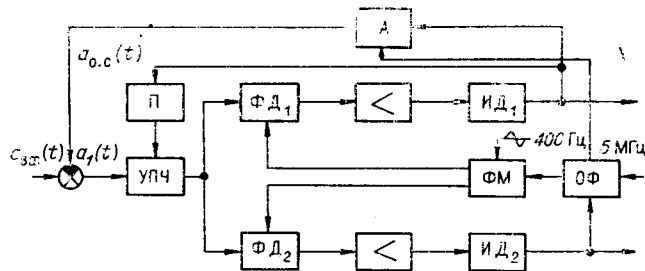


Рис. 1.

Коэффициент передачи волноводного аттенюатора в диапазоне амплитуд входных напряжений изменяется на 40 дБ. Благодаря параметрическому регулированию системы, которое осуществляется посредством нелинейного потенциометра (П), изменение коэффициента усиления разомкнутого амплитудного канала не превышает 7,5 дБ.

Рассмотрим поведение полярнокоординатного компенсатора при следующих условиях: амплитуды измеряемого и компенсирующего напряжений равны ($a_{вх} = a_{о.с} = a_0$), сигнал ошибки $a_1(t)$ является следствием фазового сдвига $a_{вх}(t)$ относительно $a_{о.с}(t)$ (характерно для

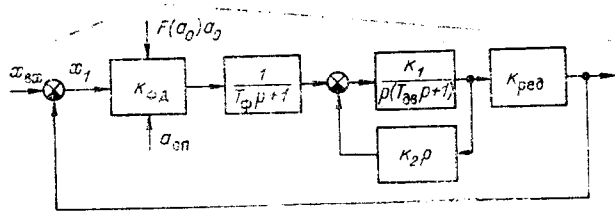


Рис. 2.

случая градуировки фазовращателей СВЧ); быстродействие фазового канала существенно выше быстродействия амплитудного (в реальных системах это требование, как правило, выполняется).

При воздействии на элемент сравнения компенсатора напряжений

$$a_{вх} \sin \omega_0 t = a_0 \sin \omega_0 t; \quad a_{о.с} \sin(\omega_0 t + x) = a_0 \sin(\omega_0 t + x)$$

амплитуду и фазу сигнала ошибки можно выразить:

$$a_1 = \sqrt{2a_0^2(1 - \cos x)}; \quad x_1 = \arctg\left(-\frac{\sin x}{1 - \cos x}\right).$$

Используя структурную схему рис. 2, получим уравнение движения фазового канала

$$\frac{d^3 x}{dt^3} + \frac{T_\Phi(1 + k_1 k_2) + T_{дв}}{T_{дв} T_\Phi} \frac{d^2 x}{dt^2} + \frac{1 + k_1 k_2}{T_{дв} T_\Phi} \frac{dx}{dt} + \frac{kF(a_0) a_0}{T_{дв} T_\Phi} \sin x = 0, \quad (1)$$

где $T_{дв}$, T_Φ — постоянные времени двигателя и фильтра ФД; k — коэффициент передачи линейной части разомкнутого канала; $F(a_0)$ — коэффициент передачи УПЧ, являющийся функцией напряжения обратной связи компенсатора (рис. 3).

Известно, что для снижения ошибки измерения фазы входного напряжения следует, насколько это возможно, увеличивать коэффициент усиления канала. Тогда величины

$$\frac{T_\Phi(1 + k_1 k_2) + T_{дв}}{T_{дв} T_\Phi} \quad \text{и} \quad kF(a_0) a_0$$

становятся близкими по значению. Учитывая это, вводя обозначения $x = x_1$, $\frac{dx}{dt} = x_2$, $\frac{d^2 x}{dt^2} = x_3$ и ограничиваясь двумя первыми членами разложения $\sin x$ в ряд Тейлора, запишем (1) в форме Коши:

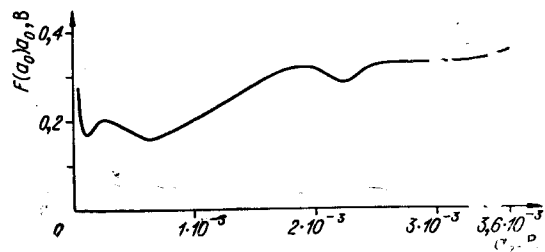


Рис. 3.

$$\begin{aligned} \frac{dx_1}{dt} - x_2 &= 0; \\ \frac{dx_2}{dt} - x_3 &= 0; \\ \frac{dx_3}{dt} + kF(a_0) a_0 x_3 + \frac{1+k_1k_2}{T_{дв}T_{\Phi}} x_2 + \frac{kF(a_0) a_0}{T_{дв}T_{\Phi}} x_1 &= \varepsilon f(x_1, x_3), \end{aligned} \quad (2)$$

где

$$f(x_1, x_3) = \frac{kF(a_0) a_0}{6T_{дв}T_{\Phi}} x_1^3 + \left[kF(a_0) a_0 - \frac{T_{\Phi}(1+k_1k_2) + T_{дв}}{T_{дв}T_{\Phi}} \right] x_3;$$

ε — малый периметр. Приближенное решение системы (2) может быть найдено асимптотическим методом Н. М. Крылова и Н. Н. Боголюбова [3, 4]. При $\varepsilon=0$ порождающее решение будет иметь вид

$$x_i = \sum_{k=1}^3 \sigma_{ik} C_k e^{\lambda_k t}. \quad (3)$$

Здесь $C_k = \text{const}$; λ_k — корни характеристического определителя

$$D(\lambda) = \begin{vmatrix} \lambda + kF(a_0) a_0 \frac{1+k_1k_2}{T_{дв}T_{\Phi}} & \frac{kF(a_0) a_0}{T_{дв}T_{\Phi}} & 0 \\ -1 & \lambda & 0 \\ 0 & -1 & \lambda \end{vmatrix} = 0.$$

В рассматриваемой задаче принято $\lambda_1 = -\beta$, $\lambda_{2,3} = -\alpha \pm j\omega$. Тогда $\sigma_{1k_3} = 1$;

$$\begin{aligned} \sigma_{21} &= -\beta; \quad \sigma_{22} = -\alpha + j\omega; \quad \sigma_{23} = -\alpha - j\omega; \\ \sigma_{31} &= \beta^2; \quad \sigma_{32} = \alpha^2 - \omega^2 - 2j\alpha\omega; \quad \sigma_{33} = \alpha^2 - \omega^2 + 2j\alpha\omega. \end{aligned}$$

При $\varepsilon \neq 0$ решение системы (2) ищем в виде ряда

$$x_i = \sum_{k=1}^3 \sigma_{ik} c_k e^{\lambda_k t} + \sum_{r=1,2,\dots} \varepsilon^r u_{ir}(c_k, \psi), \quad (4)$$

где $u_{ir}(c_k, \psi)$ — периодические функции угла ψ , а c_k определяются дифференциальными уравнениями

$$\frac{dc_k}{dt} = \sum_{m=1,2,\dots} \varepsilon^m W_{km}(c_k, t). \quad (5)$$

Для однозначности решения задачи функция u_{ir} должна отвечать следующим требованиям:

$$\int_0^{2\pi} u_{ir} d\psi = \int_0^{2\pi} u_{ir} e^{\pm j\psi} d\psi = 0. \quad (6)$$

Это означает, что нулевая и первая гармоники включаются в основную часть решения. Далее, дифференцируя решение (4) с учетом (5), разлагая нелинейную функцию $f_i(x_k)$ в ряд Тейлора в окрестности точки

$x_i^0 = \sum_{k=1}^3 \sigma_{ik} c_k e^{\lambda_k t}$ и подставляя полученные выражения в исходную систему (2), будем иметь ряд уравнений с одинаковыми степенями ε . Так, для ε в первой степени получим

$$\frac{du_{i1}}{dt} + \sum_{k=1}^3 (a_{ik} u_{k1} + \sigma_{ik} W_{k1} e^{\lambda_k t}) = f_i(x_k^0), \quad (7)$$

где a_{ik} — коэффициенты системы (2). Уравнение (7) достаточно для решения задачи в первом приближении. Учитывая (6) и представляя $f_i(x_k^0)$ рядом Фурье, получим из (7) систему относительно W_{k1} для нулевой и первой гармоник решения (2):

$$\begin{aligned} W_{11}e^{-\beta t} + (W_{21}e^{j\psi} + W_{31}e^{-j\psi})e^{-\alpha t} &= 0; \\ -\beta W_{11}e^{-\beta t} + [(-\alpha + j\omega)W_{21}e^{j\psi} + (-\alpha - j\omega)W_{31}e^{-j\psi}]e^{-\alpha t} &= 0; \\ \beta^2 W_{11}e^{-\beta t} + [(\alpha^2 - \omega^2 - 2j\alpha\omega)W_{21}e^{j\psi} + (\alpha^2 - \omega^2 + 2j\alpha\omega)W_{31}e^{-j\psi}]e^{-\alpha t} &= \\ &= Q_0 + G_{+1}e^{j\psi} + G_{-1}e^{-j\psi}. \end{aligned} \quad (8)$$

Здесь Q_0 , G_{+1} , G_{-1} — коэффициенты комплексного ряда Фурье, которые определяются следующим образом:

$$\begin{aligned} Q_0 &= \frac{1}{2\pi} \int_0^{2\pi} f(x_1^0, x_3^0) d\psi = \frac{kF(a_0)a_0}{6T_{дв}T_{\Phi}} (c_1^3 e^{-3\beta t} + 6c_1c_2c_3 e^{-\beta t} e^{-2\alpha t}) + \\ &\quad + \left[kF(a_0)a_0 - \frac{T_{\Phi}(1+k_1k_2) + T_{дв}}{T_{дв}T_{\Phi}} \right] \beta^2 c_1 e^{-\beta t}; \\ G_{+1} &= \frac{1}{2\pi} \int_0^{2\pi} f(x_1^0, x_3^0) e^{-j\psi} d\psi = \frac{kF(a_0)a_0}{2T_{дв}T_{\Phi}} (c_1^2 c_2 e^{-2\beta t} e^{-\alpha t} + c_2^2 c_3 e^{-3\alpha t}) + \\ &\quad + (\alpha^2 - \omega^2 - 2j\alpha\omega) \left[kF(a_0)a_0 - \frac{T_{\Phi}(1+k_1k_2) + T_{дв}}{T_{дв}T_{\Phi}} \right] c_2 e^{-\alpha t}; \\ G_{-1} &= \frac{1}{2\pi} \int_0^{2\pi} f(x_1^0, x_3^0) e^{j\psi} d\psi = \frac{kF(a_0)a_0}{2T_{дв}T_{\Phi}} (c_1^2 c_2 e^{-2\beta t} e^{-\alpha t} + c_2^2 c_3 e^{-3\alpha t}) + \\ &\quad + (\alpha^2 - \omega^2 + 2j\alpha\omega) \left[kF(a_0)a_0 - \frac{T_{\Phi}(1+k_1k_2) + T_{дв}}{T_{дв}T_{\Phi}} \right] c_3 e^{-\alpha t}. \end{aligned}$$

При нахождении W_{11} , W_{21} , W_{31} из системы алгебраических уравнений (8) берутся решения по составляющим Q_0 , G_{+1} , G_{-1} правой части соответственно. Так, например, $W_{11} = R_{11}/D$, где D — определитель системы (8):

$$\begin{aligned} D &= e^{-\beta t} e^{-2\alpha t} \begin{vmatrix} 1 & 1 & 1 \\ -\beta & -\alpha + j\omega & -\alpha - j\omega \\ \beta^2 & \alpha^2 - \omega^2 - 2j\alpha\omega & \alpha^2 - \omega^2 + 2j\alpha\omega \end{vmatrix} = \\ &= -2j\omega(\alpha^2 + \beta^2 - 2\alpha\beta + \omega^2) e^{-\beta t} e^{-2\alpha t}, \end{aligned}$$

а R_{11} — замещенный определитель, который получается из D заменой первого его столбца первым столбцом правой части (8), т. е.

$$R_{11} = e^{-2\alpha t} \begin{vmatrix} 0 & 1 & 1 \\ 0 & -\alpha + j\omega & -\alpha - j\omega \\ Q_0 & \alpha^2 - \omega^2 - 2j\alpha\omega & \alpha^2 - \omega^2 + 2j\alpha\omega \end{vmatrix} = -2j\omega Q_0 e^{-2\alpha t}.$$

Тогда

$$W_{11} = \frac{-2j\omega Q_0 e^{-2\alpha t}}{-2j\omega(\alpha^2 + \beta^2 - 2\alpha\beta + \omega^2) e^{-\beta t} e^{-2\alpha t}} = \frac{Q_0 e^{\beta t}}{(\alpha - \beta)^2 + \omega^2}.$$

Аналогично

$$\begin{aligned} W_{21} &= -\frac{G_{+1} e^{\alpha t}}{2[(\alpha - \beta)^2 + \omega^2]} + j \frac{(\alpha - \beta) G_{+1} e^{\alpha t}}{2\omega[(\alpha - \beta)^2 + \omega^2]}; \\ W_{31} &= -\frac{G_{-1} e^{\alpha t}}{2[(\alpha - \beta)^2 + \omega^2]} - j \frac{(\alpha - \beta) G_{-1} e^{\alpha t}}{2\omega[(\alpha - \beta)^2 + \omega^2]}. \end{aligned}$$

Так как функции правых частей (5) определены, представим систему в полном виде:

$$\begin{aligned}
\frac{dc_1}{dt} &= \varepsilon W_{11} = \frac{\varepsilon kF(a_0) a_0}{6T_{дв}T_{\Phi}[(\alpha - \beta)^2 + \omega^2]} (c_1^3 e^{-2\beta t} + 6c_1c_2c_3 e^{-2\alpha t}); \\
\frac{dc_2}{dt} &= \varepsilon W_{21} = -\frac{\varepsilon}{2[(\alpha - \beta)^2 + \omega^2]} \left\{ \frac{kF(a_0) a_0}{2T_{дв}T_{\Phi}} (c_1^2c_2 e^{-2\beta t} + c_2^2c_3 e^{-2\alpha t}) + \right. \\
&+ (\alpha^2 - \omega^2 - 2j\alpha\omega) \left[kF(a_0) a_0 - \frac{T_{\Phi}(1 + k_1k_2) + T_{дв}}{T_{дв}T_{\Phi}} \right] c_2 \left. \right\} + \\
&+ j \frac{\varepsilon(\alpha - \beta)}{2\omega[(\alpha - \beta)^2 + \omega^2]} \left\{ \frac{kF(a_0) a_0}{2T_{дв}T_{\Phi}} (c_1^2c_2 e^{-2\beta t} + c_2^2c_3 e^{-2\alpha t}) + \right. \\
&+ (\alpha^2 - \omega^2 - 2j\alpha\omega) \left[kF(a_0) a_0 - \frac{T_{\Phi}(1 + k_1k_2) + T_{дв}}{T_{дв}T_{\Phi}} \right] c_2 \left. \right\}; \quad (9) \\
\frac{dc_3}{dt} &= \varepsilon W_{31} = -\frac{\varepsilon}{2[(\alpha - \beta)^2 + \omega^2]} \left\{ \frac{kF(a_0) a_0}{2T_{дв}T_{\Phi}} (c_1^2c_3 e^{-2\beta t} + c_2^2c_3 e^{-2\alpha t}) + \right. \\
&+ (\alpha^2 - \omega^2 + 2j\alpha\omega) \left[kF(a_0) a_0 - \frac{T_{\Phi}(1 + k_1k_2) + T_{дв}}{T_{дв}T_{\Phi}} \right] c_3 \left. \right\} - \\
&- j \frac{\varepsilon(\alpha - \beta)}{2\omega[(\alpha - \beta)^2 + \omega^2]} \left\{ \frac{kF(a_0) a_0}{2T_{дв}T_{\Phi}} (c_1^2c_3 e^{-2\beta t} + c_2^2c_3 e^{-2\alpha t}) + \right. \\
&+ (\alpha^2 - \omega^2 + 2j\alpha\omega) \left[kF(a_0) a_0 - \frac{T_{\Phi}(1 + k_1k_2) + T_{дв}}{T_{дв}T_{\Phi}} \right] c_3 \left. \right\}.
\end{aligned}$$

Для перехода к новым переменным в решении системы (2) запишем первое приближение в форме

$$x_1 = c_1 e^{-\beta t} + a_1 e^{-\alpha t} \sin[\omega t + \varphi(t)]$$

и обозначим $c_x = c_1 e^{-\beta t}$, $a_x = a_1 e^{-\alpha t}$;

следовательно,

$$\frac{dc_x}{dt} = -\beta c_x + \frac{dc_1}{dt} e^{-\beta t}; \quad \frac{da_x}{dt} = -\alpha a_x + \frac{da_1}{dt} e^{-\alpha t}. \quad (10)$$

Учитывая, что

$$c_2 = n + jm; \quad c_3 = n - jm; \quad \frac{da_1^2}{dt} = 8 \left(n \frac{dn}{dt} + m \frac{dm}{dt} \right),$$

и подставляя (9) в (10), будем иметь:

$$\begin{aligned}
\frac{dc_x}{dt} &= -\beta c_x \left(1 - \frac{1}{6\beta} q_1 c_x^2 - \frac{1}{4\beta} q_1 a_x^2 \right); \\
\frac{da_x}{dt} &= -q_2 a_x \left(1 + \frac{1}{2q_2} q_1 c_x^2 - \frac{1}{2q_2} q_1 a_x^2 \right),
\end{aligned} \quad (11)$$

где

$$\begin{aligned}
q_1 &= \frac{\varepsilon kF(a_0) a_0}{T_{дв}T_{\Phi}[(\alpha - \beta)^2 + \omega^2]}; \\
q_2 &= \alpha + \varepsilon \frac{(2\alpha\beta - \alpha^2 - \omega^2)}{2[(\alpha - \beta)^2 + \omega^2]} \left[kF(a_0) a_0 - \frac{T_{\Phi}(1 + k_1k_2) + T_{дв}}{T_{дв}T_{\Phi}} \right].
\end{aligned}$$

Ввиду того, что переменные (11) не разделяются, проинтегрируем систему приближенно методом Пуассона [3], введя для этого второй малый параметр r . Решение ищем в виде $c_x = c_{0x} + rc_{1x}$; $a_x = a_{0x} + ra_{1x}$. В свою очередь c_{0x} , a_{0x} , c_{1x} , a_{1x} определяются из системы уравнений:

$$\frac{dc_{0x}}{dt} = -\beta c_{0x};$$

$$\frac{da_{0x}}{dt} = -q_2 a_{0x}; \quad (12)$$

$$\frac{dc_{1x}}{dt} + \beta c_{1x} = q_1 c_{0x} \left(\frac{1}{6} c_{0x}^2 + \frac{1}{4} a_{0x}^2 \right);$$

$$\frac{da_{1x}}{dt} + q_2 a_{1x} = -\frac{1}{2} q_1 a_{0x} (c_{0x}^2 - a_{0x}^2).$$

Интегрируя систему (12), окончательно получим

$$x(t) = c(0) e^{-\beta t} \left\{ 1 + \frac{r}{4} q_1 \left[\frac{c^2(0)}{3\beta} (1 - e^{-2\beta t}) + \frac{a^2(0)}{2q_2} (1 - e^{-2q_2 t}) \right] \right\} + \\ + a(0) e^{-q_2 t} \left\{ 1 + \frac{r}{4} q_1 \left[\frac{a^2(0)}{q_2} (1 - e^{-2q_2 t}) - \frac{c^2(0)}{\beta} (1 - e^{-2\beta t}) \right] \right\} \times \\ \times \sin[\omega t + \varphi(t)].$$

Здесь $c(0)$ и $a(0)$ определяются из линейного решения (3). При начальных условиях $x_1|_{t=0} = x_0$, $x_2|_{t=0} = x_3|_{t=0} = 0$

$$c(0) = \left[1 - \frac{\alpha(2\alpha - \beta)}{\alpha^2 - \omega^2 - \alpha\beta} \right] x_0; \\ a(0) = \frac{\beta \left[\frac{1}{1 + \frac{\beta(2\alpha - \beta)}{\alpha^2 - \omega^2 - \alpha\beta}} \right]}{\omega \sqrt{1 + \frac{1}{\omega^2 \frac{(2\alpha - \beta)^2}{(\alpha^2 - \omega^2 - \alpha\beta)^2}}} - \alpha \sqrt{\frac{1}{1 + \frac{1}{\omega^2 (2\alpha - \beta)^2}}} } x_0.$$

Канал измерения фазы входного сигнала характеризуется следующими значениями параметров:

$$k_1 = 7 \cdot 10^3 \text{ рад/В} \cdot \text{с}; \quad k_2 = 6,72 \cdot 10^{-4} \text{ В} \cdot \text{с/рад}; \\ k = 0,725 \cdot 10^3 \text{ рад/В} \cdot \text{с}; \quad T_{\text{дв}} = 0,12 \text{ с}; \quad T_{\phi} = 6 \cdot 10^{-3} \text{ с}.$$

На рис. 4 представлены аperiodическая $c_x(t)$, колебательная $a_x(t)$, составляющие неустановившегося режима при $x_0 = 0,175$ рад, $[F(a_0) \times a_0]_{\text{min}} = 0,156$ В и колебательная составляющая $a_x(t)$ при $[F(a_0) a_0]_{\text{max}} = 0,36$ В (кривые 1, 2 и 3 соответственно). Ординаты аperiodической составляющей во втором случае на два порядка меньше ординат колебательной составляющей.

ВЫВОДЫ

Переходный процесс в фазовом канале имеет затухающий колебательный характер, причем время этого процесса изменяется в диапазоне амплитуд входных сигналов компенсатора приблизительно от 0,2 до 0,3 с. Частоты затухающих колебаний, найденные из характеристического определения (3), изменяются от 9,5 до 5,9 Гц.

Для улучшения динамических свойств системы необходимо ослабить зависимость параметров фазового канала от амплитуды напряжения, измеряемого компенсатором. Эту задачу можно решить применением дополнительной АРУ.

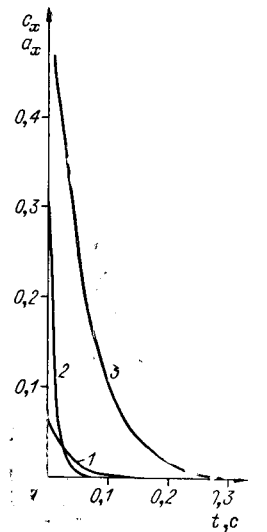


Рис. 4.

Приближенные условия устойчивости канала могут быть найдены из системы уравнений (11) методом А. М. Ляпунова [5].

ЛИТЕРАТУРА

1. Ю. В. Кнеллер. Автоматическое измерение составляющих комплексного сопротивления. М.—Л., «Энергия», 1967.
2. И. П. Сивоконь, А. Д. Емельянов, К. С. Коротков. Автоматический измеритель амплитудных и фазовых характеристик диаграмм направленности антенн.—Обмен опытом в радиопромышленности, 1968, № 9.
3. Н. Н. Боголюбов, Ю. А. Митропольский. Асимптотические методы в теории нелинейных колебаний. М., Гостехиздат, 1955.
4. А. Д. Максимов. Приближенное решение нелинейного дифференциального уравнения третьего порядка асимптотическим методом Н. Н. Боголюбова.—Изв. АН СССР, ОТН, 1962, № 3.
5. Н. В. Бутенин. Элементы теории нелинейных колебаний. Л., Судпромгиз, 1962.

*Поступила в редакцию
2 июня 1970 г.,
окончательный вариант —
8 января 1971 г.*
