А К А Д Е М И Я Н А У К С С С Р
СИБИРСКОЕ ОТДЕЛЕНИЕ
А В Т О М Е Т Р И Я

№ 6 1971

УДК 621.383.81

А. Г. ВЛАСОВ, Ю. А. ШАПИРО

(Ленинград)

НЕКОТОРЫЕ МЕТОДЫ РАСЧЕТА РАЗРЕШАЮЩЕЙ СИЛЫ ЭЛЕКТРОННО-ОПТИЧЕСКИХ СИСТЕМ

Введение. К современным электронно-оптическим системам могут предъявляться специальные технические требования: сравнимость диаметра рабочей части фотокатода с длиной прибора, большая величина поля зрения, формирование изображения широкими пучками электронов. Для определения качества электронного изображения, созданного полями таких приборов, не всегда применимы обычные формулы параксиальной оптики. В настоящей статье описан один из методов расчета разрешающей силы, разработанный специально для этих случаев. Метод пригоден для расчета недиафрагмированных систем. Считается, что фокусировка фотоэлектронов осуществляется произвольным осесимметричным электромагнитным полем. Распределение поля в пространстве предполагается известным. Электростатическое поле в таких приборах служит обычно лишь для ускорения частиц, а фокусировка осуществляется магнитным полем. Практически электростатическое поле вычисляется методом переопределенных рядов [1] и его распределение в пространстве записывается в аналитическом виде. Магнитное поле в том случае, когда его источниками служат круговые токи, может быть вычислено в квадратурах.

Метод расчета разрешающей силы электронной линзы. Для расчета разрешающей силы применяется метод траекторий. Этот метод заключается в следующем: путем численного интегрирования уравнений движения вычисляются траектории электронов, вылетевших в различных направлениях из какой-либо точки катода. Точки вылета располагаются вдоль радиуса от центра катода до края его рабочей части. Подсчитываются координаты пересечения с экраном траекторий, исходящих из одной точки катода. Наибольшее расстояние между точками пересечения с экраном принимается за диаметр кружка рассеяния d. Разрешение n вычисляется по формуле $n=1/d$. Специальное преобразование правых частей уравнений движения позволяет сделать операцию численного интегрирования сравнительно нетрудоемкой. Уравнения движения в полях с вращательной симметрией имеют вид [2]:

$$\frac{m}{e}\ddot{z}=\frac{\partial Q}{\partial z};\ \frac{m}{e}\ddot{r}=\frac{\partial Q}{\partial r};\ \frac{m}{e}\dot{\varphi}=\frac{A}{r}+\frac{c}{r^2}, \tag{1}$$

где функция $Q(z, r)$ определяется равенством

$$Q(z, r) = V(z, r) - \frac{e}{2m}\left[A(z, r) + \frac{C}{r}\right]^2.$$

Здесь z, r и φ — координаты электрона в цилиндрической системе; e и m — его заряд и масса; V — скалярный потенциал электрического поля; $A = A^{(\varphi)}$ — составляющая вектор-потенциала магнитного поля по координате φ. Постоянная C определяется соотношением

$$C = \frac{m}{e} r_0^2 \dot{\varphi}_0 - r_0 A(z_0, r_0),$$

где r_0 и z_0 — координаты, а $\dot{\varphi}_0$ — угловая скорость электрона в начальный момент времени.

Для выполнения численных расчетов в уравнениях (1) целесообразно перейти к безразмерным единицам. Положим

$$\tau = \frac{t}{T}; \; Z = \frac{z}{F}; \; R = \frac{r}{F}; \; \vec{h} = \frac{\vec{H}}{H_0}; \; a = \frac{2A}{H_0 r}; \; U = \frac{V}{V_0}. \qquad (2)$$

В этих соотношениях H_0 — некоторая (например, максимальная) напряженность магнитного поля; V_0 — разность потенциалов между анодом и катодом; $T = \frac{2\pi m}{e H_0}$ — период вращения электрона в однородном поле с напряженностью H_0; $F = \frac{e V_0}{2ml} T^2$, где l — расстояние от анода до катода. Во введенных выше единицах уравнения (1) принимают вид:

$$Z'' = 2L\frac{\partial U}{\partial Z} + 2\pi R \varphi' h_R; \qquad R'' = 2L\frac{\partial U}{\partial R} - 2\pi R \varphi' h_Z + R(\varphi')^2;$$

$$\varphi' = \pi\left\{a(Z, R) + \frac{R_0^2}{R^2}\left[\frac{\varphi_0'}{\pi} - a(0, R_0)\right]\right\}. \qquad (3)$$

Здесь штрих означает дифференцирование по времени τ; L — расстояние от анода до катода; R_0 и $\dot{\varphi}_0$ — радиус и угловая скорость частицы в начальный момент времени, выраженные в безразмерных единицах.

Для интегрирования уравнений (3) функции U, h_R, h_Z и a целесообразно представить в виде хорошо известных в электронной оптике степенных рядов, позволяющих выразить функцию, обладающую в пространстве осевой симметрией, через значения этой функции и ее производных по координате Z на оси $0Z$:

$$U(Z, R) = \sum_{n=0}^{\infty} \frac{(-1)^n U^{(2n)}(Z, 0)}{(n!)^2}\left(\frac{R}{2}\right)^{2n};$$

$$h_R(Z, R) = -\sum_{n=0}^{\infty} \frac{(-1)^n}{n!(n+1)!} h_Z^{(2n+1)}(Z, 0)\left(\frac{R}{2}\right)^{2n+1};$$

$$h_Z(Z, R) = \sum_{n=0}^{\infty} \frac{(-1)^n}{(n!)^2} h_Z^{(2n)}(Z, 0)\left(\frac{R}{2}\right)^{2n};$$

$$a(Z, R) = \sum_{n=0}^{\infty} \frac{(-1)^n}{n!(n+1)!} h_Z^{(2n)}(Z, 0)\left(\frac{R}{2}\right)^{2n}.$$

Подставляя эти выражения в правые части (3), получим:

$$Z'' = \sum_{n=0}^{\infty} (-1)^n p_n(Z) R^{2n}; \quad R'' = \sum_{n=1}^{\infty} (-1)^n q_n(Z) R^{2n-1} + \frac{N^2}{R^3};$$

$$\varphi' = \sum_{n=0}^{\infty} (-1)^n s_n(Z) R^{2n} + \frac{N}{R^2}. \tag{4}$$

Здесь

$$N = \pi R_0^2 \left[\frac{\dot{\varphi}_0}{\pi} - a(0, R_0) \right];$$

$$p_0(Z) = 2L\,U'(Z, 0) - 2\pi N h'_Z(Z, 0);$$

$$p_n(Z) = 2L \frac{U^{(2n+1)}(Z, 0)}{(n!)^2} + 4\pi^2 [a_{2n}(Z) - b_{2n}(Z)];$$

$$q_n(Z) = 2L \frac{U^{(2n)}(Z, 0)}{n!(n-1)!} + 4\pi^2 [a_{2n-1}(Z) - b_{2n-1}(Z)],$$

а функции $a_i(Z)$, $b_i(Z)$ и $s_i(Z)$ выражаются только через значения магнитного поля и его производных на оси симметрии. Например:

$$b_k(Z) = \frac{N}{\pi} c_k(Z); \quad c_1(Z) = \frac{\dot{h}_Z}{8}; \quad c_2(Z) = \frac{h'''_Z}{16};$$

$$c_3(Z) = \frac{h_Z^{(4)}}{96}, \ldots; \quad a_1(Z) = \frac{h_Z^2}{4}; \quad a_2(Z) = \frac{h_Z h'_Z}{4};$$

$$a_3(Z) = \frac{h_Z h''_Z}{8}, \ldots; \quad s_n = \frac{\pi h_Z^{(2n)}}{n!(n+1)!\,2^{2n}}.$$

Для интегрирования уравнений (4) вначале заготавливаются таблицы функций $p_n(Z)$, $q_n(Z)$ и $s_n(Z)$. Шаг таблиц рекомендуется выбирать настолько малым, чтобы при вычислении правой части уравнений в процессе численного интегрирования для определения функций p_n, q_n и s_n в произвольной точке достаточно было произвести линейную интерполяцию. Таблицы заготавливаются один раз для всех траекторий. Ввиду того, что при численном интегрировании основную работу составляет вычисление правой части, указанный выше прием во много раз снижает объем вычислений.

Для частиц, вылетевших из центра катода, или для частиц, траектория которых пересекается с осью, постоянная N, вычисленная с помощью начальных условий, обращается в нуль. Очевидно также, что интегрирование последнего уравнения для вылетевших из центра частиц излишне.

При численном интегрировании целесообразно применять метод Штермера, вычисляя начало траектории по методу Рунге — Кутта.

Метод интегрирования уравнений движения заряженной частицы в полях, близких к однородным. Прибор, в котором реализованы однородные параллельные оси прибора электрическое и магнитное поля, обладает фокусирующими свойствами, и изображение в нем полностью лишено кривизны и всех других аберраций, кроме сферохроматической [3]. Однако практически можно получить поля, лишь достаточно близкие к однородным. Интегрирование уравнений (4) в близких к однородным полях представляет особый интерес. Но именно в этом случае численное интегрирование встречает ряд трудностей, так как правые части представляют собой разности больших чисел, близких по величине, что приводит к потере точности вычислений. Поэтому для интегрирования уравнений движения в полях, близких к однородным, был разработан особый метод, приведенный ниже.

В строго однородных полях, напряженность которых достаточна для фокусировки, электрон двигался бы по спирали, навитой на цилиндр малого радиуса. Естественно, что в полях, близких к однородным, величина $R-R_0$ также мала (R_0— координата точки вылета). Обозначим эту величину через ρ и примем за малый параметр, по степеням которого разложим правые части уравнений (4). Тогда

$$Z''=\sum_{m=0}^{\infty}\alpha_m(Z)\rho^m;\qquad R''=\sum_{m=0}^{\infty}\beta_m(Z)\rho^m;\qquad \varphi'=\sum_{m=0}^{\infty}\gamma_m(Z)\rho^m,\qquad (5)$$

где

$$\alpha_m=\sum_{n=E\left(\frac{m+1}{2}\right)}^{\infty}(-1)^n p_n(Z)\,C_{2n}^m R_0^{2n-m};$$

$$\beta_m=\sum_{n=E\left(\frac{m+2}{2}\right)}^{\infty}(-1)^n q_n(Z)\,C_{2n-1}^m\,R_0^{2n-(m+1)}+$$

$$+N^2(-1)^m\frac{(m+1)(m+2)}{2R_0^{m+3}};$$

$$\gamma_m=\sum_{n=E\left(\frac{m+1}{2}\right)}^{\infty}(-1)^n s_n(Z)\,C_{2n}^m\,R_0^{2n-m}+N(-1)^m\frac{m+1}{R_0^{m+2}};\qquad (6)$$

C_μ^ν — число сочетаний из μ по ν; остальные обозначения имеют тот же смысл, что и в уравнениях (4). Для электронов, вылетевших на достаточном расстоянии от оси, ряды (5) быстро сходятся и очень удобны для численного интегрирования. При вычислениях целесообразно применять тот же метод, что и для интегрирования уравнений (4). Для частиц, вылетевших из центра катода, слагаемые, не стоящие в соотношениях (6) под знаком суммы, равны нулю. Кроме того, в этом случае в оставшихся членах формул (6) следует положить $R_0=0$, $\rho=R$, после чего уравнения (5) совпадут с уравнениями (4), записанными для $R_0=0$.

ЛИТЕРАТУРА

1. А. Г. Власов. Расчет полей простейших электростатических линз.— Изв. АН СССР, серия физическая, 1944, т. 8, № 5.
2. А. Рустерхольц. Электронная оптика. М., Изд-во иностр. лит., 1952.
3. В. Глазер. Основы электронной оптики. М., Гостехиздат, 1957.

Поступила в редакцию
23 февраля 1971 г.