

В. Г. КНОРРИНГ, Л. Н. КНОРРИНГ, М. Г. МАРАМЗИНА

(Ленинград)

ОБ ОДНОЙ РАСЧЕТНОЙ МОДЕЛИ СТАТИСТИЧЕСКОГО ДАТЧИКА НА ОСНОВЕ ЭФФЕКТА БАРКГАУЗЕНА

Известна возможность использования эффекта Баркгаузена (ЭБ) для построения цифрового вольтметра [1]. Измеряемое напряжение в статистическом датчике на основе ЭБ периодически перемагничивает ферромагнитный сердечник. В результате этого в измерительной обмотке, намотанной на сердечник, появляется случайный сигнал, представляющий пример периодически нестационарных процессов*. Период нестационарности этого случайного процесса вдвое меньше периода перемагничивания. Средняя частота пересечения выбросами этого процесса заданного уровня дискриминации U_d функционально связана с измеримой величиной. Эта зависимость была исследована экспериментально; полученные кривые зависимости средней частоты выбросов этого процесса (СЧВ) над уровнем дискриминации от входной величины показаны на рис. 1. Характер кривых различен и зависит от уровня дискриминации. Точное объяснение и расчет полученных зависимостей отсутствуют вследствие большой сложности явлений, сопровождающих перемагничивание ферромагнетика. Задачей настоящей работы является поиск расчетной модели, отвечающей особенностям экспериментальных кривых.

Существующие методы определения СЧВ случайных процессов относятся в основном к стационарным эргодическим процессам. Для случайного процесса с гауссовым распределением мгновенных значений имеются расчетные формулы [3]. Воспользуемся существующей методикой определения СЧВ при расчете характеристики преобразования датчика на основе ЭБ.

Рассмотрим следующую расчетную модель. Предполагается, что присутствующий в измерительной обмотке сигнал в каждый небольшой по сравнению с периодом промежутки времени является результатом сложения двух случайных стационарных процессов — теплового шума измерительной цепи и магнитного шума, обусловленного ЭБ. Эти два процесса характеризуются различными интервалами корреляции τ_1 и

* Под периодически нестационарным случайным процессом будем понимать, согласно [2], процесс, у которого «одномерная плотность вероятности, а значит, и моменты периодически зависят от t ». В данном случае и корреляционная функция $R(t, t+\tau)$, определенная по ансамблю, является периодической функцией времени t .

τ_m и среднеквадратичными отклонениями σ_τ и σ_m соответственно. Суммарный процесс является стационарным в том же промежутке времени. Для нахождения СЧВ суммарного процесса воспользуемся известной формулой, применимой для случая стационарного эргодического процесса, характеризуемого нормальным распределением мгновенных значений [3]:

$$f_{\text{ср}} = \frac{1}{2\pi\sigma} \sqrt{-R''(0)} e^{-\frac{b^2}{2\sigma^2}}, \quad (1)$$

где $R''(0)$ — значение второй производной от корреляционной функции при $\tau=0$; b — уровень дискриминации. Предполагается, что исходные случайные процессы независимы, т. е. можно написать

$$R(\tau) = R_\tau(\tau) + R_m(\tau); \quad \sigma = \sqrt{\sigma_\tau^2 + \sigma_m^2}.$$

Несмотря на то, что реальный случайный процесс является периодически нестационарным, покажем, что расчет СЧВ стационарного процесса с использованием формулы (1) уже дает качественное подобие полученным экспериментальным результатам.

Пусть, например, корреляционные функции исходных процессов имеют вид:

$$R_\tau(\tau) = \sigma_\tau^2 e^{-\beta_\tau^2 \tau^2}; \quad R_m(\tau) = \sigma_m^2 e^{-\beta_m^2 \tau^2},$$

где β_τ, β_m — некоторые временные параметры исходных процессов, т. е. процесс, обусловленный ЭБ, представляет собой совокупность колоколообразных импульсов, случайным образом распределенных во времени, а корреляционная функция шума определяется колоколообразной частотной характеристикой установки. Приняв обозначения $B = \frac{\beta_m}{\beta_\tau}$; $C = \frac{\sigma_m}{\sigma_\tau}$, получим в общем виде формулу для определения СЧВ суммарного процесса

$$f_{\text{ср}} = \frac{\beta_\tau}{\pi \sqrt{2}} \sqrt{\frac{1+B^2 C^2}{1+C^2}} e^{-\frac{b^2}{2\sigma_\tau^2(1+C^2)}}. \quad (2)$$

Средняя частота выбросов над нулевым уровнем дискриминации теплового шума имеет вид $f_0 = \frac{\beta_\tau}{\pi \sqrt{2}}$. На рис. 2 приведена кривая

$\frac{f_{\text{ср}}}{f_0} = \varphi(C)$ в относительных единицах. Предполагается, что величина среднеквадратичного отклонения магнитного шума растет пропорционально скорости изменения магнитного поля. Как следует из приведенных кривых, качественное подобие экспериментальным кривым достигается только при определенных соотношениях между временными и амплитудными характеристиками исходных процессов, а именно для $B=0,1-0,5$ и $\frac{b}{\sigma_\tau} \geq 2$.

Эта модель к расчету СЧВ реального периодически нестационарного процесса может быть применена следующим образом. Случайный процесс разбивается на некоторое число участков; для реализаций процесса на каждом участке экспериментально определяется корреляционная функция. Поскольку на практике не представляется возможным из суммарного случайного процесса выделить тепловой и магнитный

шум, то при вычислении СЧВ по формуле (1) используются статистические характеристики случайного процесса при $U_{вх} \neq 0$ и случайного процесса при $U_{вх} = 0$. Тепловой шум считается стационарным на всем периоде нестационарности сигнала. Характеристики суммарного процесса при $U_{вх} \neq 0$ различны для каждой реализации и зависят от материала сердечника и частоты перемангничивания. Полученные по каждой реализации СЧВ используются для построения кривой, описывающей зависимость их от времени внутри периода нестационарности. Затем эта функция численно интегрируется по времени для получения общего числа выбросов периодически нестационарного процесса в течение периода, соответствующего данному значению входной величины. Далее находится средняя за период СЧВ.

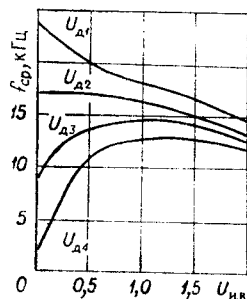


Рис. 1.

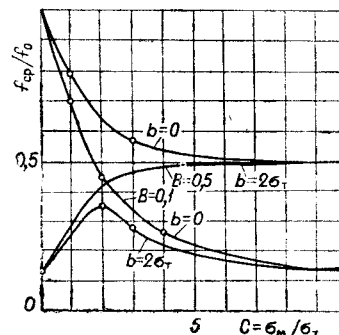


Рис. 2.

Для датчика из электротехнической стали Э42 был произведен расчет СЧВ согласно предложенной модели. Осциллограмма случайного процесса на выходе датчика и реализации на одном из участков представлений на рис. 3, а и б. По каждой реализации на ЭВМ вычислялась корреляционная функция, и из нее находилось значение среднеквадратичного отклонения $R(0)$ и τ_0 — время корреляции, соответствующее первому переходу через нуль корреляционной функции.

На рис. 4 показаны зависимости СЧВ от среднеквадратичного значения магнитного шума, определенные по экспериментально снятым реализациям двумя способами: 1) путем счета числа пересечений выбросов случайного процесса при нулевом уровне дискриминации и при $b=100$ мВ; 2) путем расчета СЧВ с применением формулы (1) для тех же уровней дискриминации. Полученные обоими способами значения СЧВ усреднялись по периоду нестационарности для каждого значения входной величины. Как видно из рисунка, использование рассмотренной модели позволяет получить хорошее качественное совпадение кривых.

При использовании этой модели были сделаны следующие допущения: 1) случайный процесс на интервале t_p считается стационарным и эргодическим; 2) распределение мгновенных значений каждой реализации случайного процесса на этом интервале подчиняется нормальному закону.

Анализ процесса показал, что при $t_p \leq 0,06 T_n$ погрешность от замены нестационарного процесса стационарным на данном интервале не превышает величины 2%, причем наибольшее изменение во времени претерпевает среднеквадратичное отклонение, а время корреляции меняется незначительно. На вопросе о времени корреляции τ_0 необходимо остановиться особо. Время корреляции τ_0 не входит непосредственно в

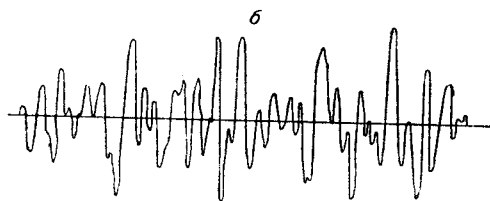
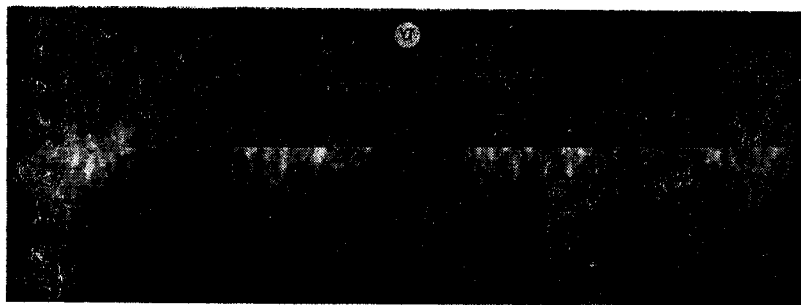


Рис. 3.

формулу для определения СЧВ реального процесса. Однако для упрощения расчетов по формуле (1) экспериментально найденная корреляционная функция аппроксимируется аналитической зависимостью вида

$$\frac{\cos 2\pi \frac{\tau}{\tau_0}}{1 + \frac{1}{2} \left(2\pi \frac{\tau}{\tau_0}\right)^2}.$$

В результате этого операция вычисления второй производной

корреляционной функции может быть заменена определением времени корреляции τ_0 , которое после соответствующих подстановок вводится в формулу (1).

Анализ реального нестационарного процесса показал, что на интервале $t_p = 0,06 T_n$ распределение мгновенных значений отличается от нормального. Проверка на нормальность производилась по критериям χ^2 Пирсона и по эксцессам. Проверка показала, что процесс, представленный полученными реализациями, не является нормальным, в то время как использование формулы (1) возможно лишь при нормальном законе.

Для того чтобы оценить, как сказывается на расчетных характеристиках преобразования датчика на основе ЭБ отличие закона распределения мгновенных значений от нормального, построим график отношения СЧВ при разных уровнях дискриминации к СЧВ при $b=0$ для процесса с нормальным распределением и реального процесса. Это отношение равно

$$\frac{f_{\text{ср}}}{f_{\text{ср}}(b=0)} = \frac{\sigma \sqrt{2\pi} \sqrt{-R''(0)} e^{-\frac{b^2}{2\sigma^2}}}{\sigma \sqrt{2\pi} \sqrt{-R''(0)}} = e^{-\frac{b^2}{2\sigma^2}}. \quad (3)$$

Как видно из графиков (рис. 5), нет существенной разницы между кривыми 1 и 2, т. е. отклонение закона распределения от нормального не существенно для расчета СЧВ в зависимости от входной величины.

Довольно большое количественное расхождение между кривыми зависимости $f_{cp} = \varphi(I_B)$, где I_B — ток возбуждения (см. рис. 4), может быть объяснено недостаточной длиной реализации и как следствие этого — значительным разбросом величин σ и τ . Попытки удлинить реализацию приводят к уменьшению масштаба времени осциллограммы, вследствие чего обрабатывать такую реализацию трудно.

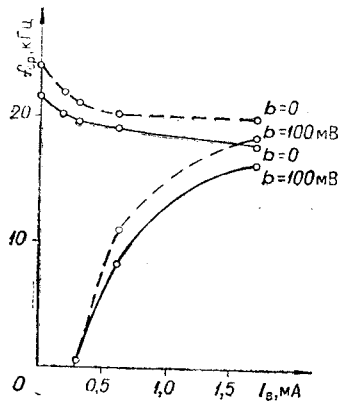


Рис. 4.

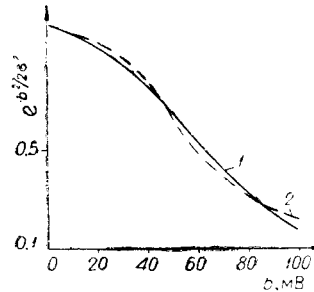


Рис. 5.

Таким образом, при расчете характеристики преобразования датчика на основе ЭБ случайный процесс на выходе можно рассматривать как сумму двух процессов, характеризующихся различными величинами среднеквадратичного отклонения и интервалами корреляции. При этом в зависимости от уровня дискриминации кривые зависимостей СЧВ от входной величины имеют либо падающий, либо растущий характер.

Недостаток рассмотренной модели в том виде, как она изложена, состоит в том, что для расчетного обоснования экспериментально снятых характеристик используются экспериментальные характеристики, полученные на той же аппаратуре. Однако это ограничение не принципиально, поскольку нужные времена корреляции и среднеквадратичные отклонения магнитного шума, вообще говоря, могут быть получены путем расчета на основании данных о магнитной структуре образца. Эта очень трудная задача требует отдельного исследования.

ЛИТЕРАТУРА

1. Л. Н. Кнорринг. Частотный датчик с использованием эффекта Баркгаузена. — Приборы и системы управления, 1969, № 1.
2. С. М. Рытов. Введение в статистическую радиофизику. М., «Энергия», 1966.
3. Р. Л. Стратонович. Избранные вопросы теории флуктуаций в радиотехнике. М., «Советское радио», 1961.

Поступила в редакцию
1 июля 1970 г.,
окончательный вариант —
12 октября 1970 г.