4. А. В. Шкулипа Способ измерения суммарной емкости. Авторское свидетельство № 253923.— ОИПОТЗ, 1969, № 31.
5. Э. В. Зелях. Основы теории линейных электрических схем. М., Изд-во АН СССР, 1951.

*Поступило в редакцию
4 мая 1970 г.,
окончательный вариант —
30 июля 1970 г.*

УДК 621.317.42+621.3.018.783.3

Н. С. БАБЕНКО

(Новосибирск)

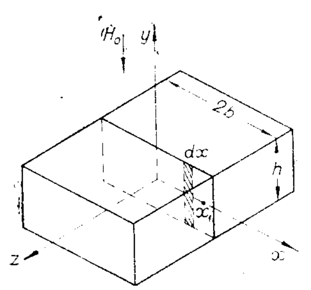
О ЧАСТОТНОЙ ЗАВИСИМОСТИ Э. Д. С. ХОЛЛА ПРИ ИЗМЕРЕНИИ ПЕРЕМЕННЫХ МАГНИТНЫХ ПОЛЕЙ

В настоящее время датчики Холла нашли широкое применение при физическом эксперименте и в измерительной технике [1—3] в качестве преобразователей, в том числе для измерения переменных магнитных полей. Нагрев датчика вихревыми токами и искажения магнитного поля в нем увеличивают погрешность измерений и этим ограничивают частотный и амплитудный диапазоны измеряемых магнитных полей. В связи с этим актуален вопрос оценки частотной зависимости э. д. с. Холла датчика.

1. Авторами [4] приведено выражение для э. д. с. Холла датчика в однородном гармоническом магнитном поле при ферромагнитном окружении

$$U_x = \frac{R}{d}\, I\, B_0 \operatorname{ch}\left(\frac{1+i}{2\delta}\, b\right) e^{i\omega t}, \tag{1}$$

где R — постоянная Холла; d — толщина датчика; I — ток питания датчика; B_0 — амплитуда измеряемого магнитного поля; b — ширина датчика; δ — толщина скинслоя; ω — частота измеряемого поля. Экспериментально не удалось получить удовлетворительного подтверждения выражения (1) [4, 5], которое выведено при условии постоянства результирующего магнитного поля по толщине датчика, что справедливо при высоте зазора, равной толщине датчика. Обычно высота зазора существенно больше, поэтому представляет интерес решение задачи о влиянии частоты поля на э. д. с. Холла для датчика без ферромагнитного окружения.



Точный расчет распределения магнитного поля в прямоугольной пластинке для рассматриваемого случая является задачей весьма сложной. Проведем приближенное решение этой задачи для низких частот. Пусть датчик представляет собой бесконечно длинную пластинку шириной $2b$ и толщиной h (см. рисунок); σ — удельная проводимость материала датчика; μ_0 — магнитная проницаемость. Измеряемое магнитное поле $\dot{B}_0 = B_m e^{i\omega t}$ направлено по оси y. Из условия симметрии следует, что $\partial/\partial z = 0$, $E_y = E_x = 0$, а на основании неравенства $h \ll \delta$ можно принять $\frac{\partial \overline{E}}{\partial y} = 0$ и считать, что вихревые токи создаются только внешним магнитным полем $\dot{B}_0$. Считая поле квазистационарным, в соответствии со вторым уравнением Максвелла $\operatorname{rot}\, \overline{E} = -\frac{\partial \overline{B}}{\partial t}$ можно записать $-\frac{\partial \dot{E}_z}{\partial x} = i\omega \dot{B}_0$. Отсюда следует, что $\dot{E}_z = -i\omega \dot{B}_0 x$, а плотность тока с учетом уравнения $\dot{J} = \sigma \dot{E}$ можно представить в виде $\dot{J}_z = k^2 \dot{H}_0 x$, где $k^2 = -i \omega \sigma \mu_0 = -\frac{2i}{\delta^2}$. Выделим элементарную площадку $ds = h dx$ в датчике. Величина проходящего через нее вихревого тока определяется выражением $d\dot{I} = k^2 \dot{H}_0 x h\, dx$.

В реальных датчиках $b \gg h$, и поэтому магнитное поле в точке x_1 от двух симметричных относительно оси z элементов тока, находящихся за пределами интервала $x_1 - \frac{h}{2} \geqslant x \geqslant x_1 + \frac{h}{2}$, выбранного таким для удобства расчета, определим по формуле для двухпроводной линии [6]:

$$d\dot{H}_{x_1} = \frac{k^2}{\pi} \dot{H}_0 h \frac{x^2\, dx}{x^2 - x_1^2}. \tag{2}$$

Составляющая поля от элементов датчика, расположенного внутри интервала, близка к нулю и может быть найдена в первом приближении из соотношения для поля внутри цилиндрического проводника двухпроводной линии. Считая плотность тока постоянной по ширине и равной $\dot{J} = k^2 \dot{H}_0 x_1$, запишем соотношение для тока через указанный элемент: $\dot{I}' = k^2 \dot{H}_0 h^2 x_1$. Тогда, приняв радиус эквивалентного цилиндрического провода равным $h/2$, получим выражение для напряженности магнитного поля в виде

$$\dot{H}'_{x_1} = \frac{k^2 \dot{H}_0 h^2}{4\pi}. \tag{3}$$

Проинтегрировав (2) в интервалах $0 \div (x_1 - h/2)$ и $\left(x_1 + \frac{h}{2}\right) \div b$ и сложив результат с (3), получим выражение для $\dot{H}$ в точке x_1

$$\dot{H}_{x_1} = \frac{k^2 \dot{H}_0 h}{2\pi} \left[2b - \frac{3}{2} h - x_1 \left(\ln \frac{2x_1 - h/2}{2x_1 + h/2} + \ln \frac{b + x_1}{b - x_1}\right)\right].$$

Среднее по ширине датчика значение вихревого поля, на которое он реагирует, с учетом методики определения $\dot{H}_{x_1}$, будет выражаться соотношением

$$\dot{H}_{\text{в. ср}} = \frac{k^2 \dot{H}_0 h}{2\pi} \left[2b - \frac{3}{2} h - \frac{1}{b} \int\limits_{h/2}^{b - h/2} x_1 \left(\ln \frac{2x_1 - h/2}{2x_1 + \frac{h}{2}} + \ln \frac{b + x_1}{b - x_1}\right) dx_1\right].$$

Производя операцию интегрирования и пренебрегая малыми величинами (допускаемая ошибка около $h/2$), получим

$$\dot{H}_{\text{в. ср}} = -i \frac{\dot{H}_0 h b}{\pi \delta^2} \left(1 + \frac{h}{2b} \ln \frac{4b}{h}\right). \tag{4}$$

Суммируя (4) и $\dot{H}_0$, найдем формулу для усредненного результирующего поля в датчике $\dot{H}_{\text{ср}} = \dot{H}_0 \left[1 - i \frac{hb}{\pi \delta^2}\left(1 + \frac{h}{2b} \ln \frac{4b}{h}\right)\right]$ и э. д. с. Холла соответственно

$$U_x = \frac{R}{h} I B_m \left[1 - i \frac{hb}{\pi \delta^2} \left(1 + \frac{hb}{\pi \delta^2} \ln \frac{4b}{h}\right) e^{i \omega t}\right]. \tag{5}$$

Произведение $\frac{hb}{2b} \ln \frac{4b}{h}$ мало. Оно достигает максимального значения 0,5 для кристаллических узких датчиков ($2b \simeq 1$ мм; $h = 0{,}2$ мм) и 0,1 для пленочных ($2b \simeq 1$ мм; $h \simeq 0{,}02$ мм). Поэтому в первом приближении значение частотной погрешности амплитуды э. д. с. Холла определяется выражением

$$\gamma = \frac{h^2 b^2}{2\pi^2 \delta^4}. \tag{6}$$

Для датчиков с минимальным удельным сопротивлением $\rho \simeq 6 \cdot 10^{-3}$ Ом·см и $2b \simeq 10$ мм на частоте 10 МГц γ принимает значение порядка $2 \cdot 10^{-2}$ у кристаллических и $2 \cdot 10^{-4}$ у пленочных. При оценке частотных искажений следует иметь в виду, что фазовая погрешность составляет заметную величину $\left(\operatorname{tg}\varphi = \dfrac{hb}{\pi\delta^2}\right)$.

Полученные результаты дают наилучшее приближение для пленочных датчиков, когда выполняется с большой точностью условие $b \gg h$.

2. Оценим величину частотной погрешности э. д. с. Холла за счет рассеиваемой мощности вихревых токов в датчике. Выделим элементарный объем в виде параллелепипеда, высота которого h, длина l и ширина dx. Проводимость этого объема можно описать соотношением $d\sigma = \dfrac{\sigma h}{l}\, dx$. Действующее значение элементарного тока через площадку hdx (см. рисунок): $dI = J_{zm}\, h\, dx/\sqrt{2}$. Для мощности, выделяемой в этом объеме, будем иметь $dP = \dfrac{(dI)^2}{d\sigma} = J_{zm}^2\, \dfrac{hl}{2\sigma}\, dx$. Полную мощность потерь от вихревых токов находим путем интегрирования последнего соотношения по всей ширине датчика

$$P_b = \frac{\pi^2}{6}\, hl\,(2b)^3\,\sigma f^2 B_m^2, \tag{7}$$

где f — частота индукции измеряемого поля; B_m — его амплитуда. Учитывая условия теплового рассеивания датчика $P = 2s\alpha\Delta t^\circ$ и зависимость э. д. с. Холла от температуры $U_x = U_{x_0}(1 + \beta\Delta t^\circ)$, на основании (7) можно записать

$$U_x = U_{x_0}\left[1 + \frac{\pi^2}{12}\,\frac{\beta}{\alpha}\, h\,(2b)^2\,\sigma f^2 B_m^2\right], \tag{8}$$

где U_{x_0} — э. д. с. Холла датчика до разогрева; β — температурный коэффициент э. д. с. Холла; α — коэффициент теплоотдачи. Для погрешности измерений $\eta = \beta\Delta t^\circ$ на основании (8) запишем

$$\eta = \frac{\pi^2}{12}\,\beta\,\frac{h\,(2b)^2 f^2 B_m^2}{\rho\,\alpha}. \tag{9}$$

Представляет интерес отношение частотных погрешностей, определяемых тепловым разогревом датчика η [см. (9)] и искажениями поля γ [см. (6)]:

$$\eta/\gamma = 4\cdot 10^{12}\,\frac{\beta\rho B_m^2}{\alpha h}.$$

В частности, принимая α равным 50 Вт/м^2 °С (без специального теплоотвода), $\rho \simeq 6\cdot 10^{-3}$ Ом·см для кристаллических датчиков ($h \simeq 0{,}2$ мм) из Ge, InSb ($\beta \simeq 10^{-2}$) и InAs ($\beta \simeq 10^{-4}$) при $B_m \simeq 1$ Вб/м^2, будем иметь соответственно $\eta/\gamma = 2{,}5\cdot 10^8$ и $2{,}5\cdot 10^6$.

Таким образом, частотная погрешность измерений определяется тепловым разогревом датчика.

ЛИТЕРАТУРА

1. В. Н. Богомолов. Гальваномагнитные генераторы.— ЖТФ, 1957, XXVII, вып. 2.
2. В. Н. Богомолов. Устройство с датчиками Холла и датчиками магнитосопротивления. М.— Л., Госэнергоиздат, 1961.
3. Полупроводниковые приборы в измерительной технике. Сб. под ред. М. А. Земельмана. Перевод с нем. М.— Л., «Энергия», 1964.
4. F. Kuhrt, H. Lippmann, K. Wiehl. Über das Frequensverhalten von Hall-Generatoren. — Archiv der elektrischen Übertragung, 1959, Bd. 13, H. 8.
5. Е. И. Борщенко. Исследование частотных режимов работы датчиков э. д. с. Холла.— Труды Ленинградского института авиационного приборостроения, вып. 43. Л., 1964.
6. В. А. Говорков. Электрические и магнитные поля. М.— Л., Госэнергоиздат, 1960.

Поступило в редакцию
15 мая 1970 г.,
окончательный вариант —
16 ноября 1970 г.