

В. Б. СМОЛОВ, Т. М. СТОРОЖЕВА
 (ЛЕНИНГРАД)

ДРОБНО-РАЦИОНАЛЬНЫЕ ПРЕОБРАЗОВАТЕЛИ «КОД — НАПРЯЖЕНИЕ»

Преобразователи двоичного или любого другого позиционного кода N_x в напряжение U_z постоянного или переменного тока (ПКН) широко применяются в измерительных, вычислительных и многих других автоматических приборах и системах обработки цифровой информации.

Большое значение с точки зрения алгоритмической разгрузки цифровых вычислительных машин (ЦВМ), входящих в состав автоматизированных систем управления (АСУ), а в ряде случаев даже вообще для исключения этих машин из процесса обработки цифровой информации имеют так называемые функциональные преобразователи «код — напряжение» (ФПКН). Подобные ПКН совмещают операцию декодирования с операцией функциональной обработки информации, одной из основных задач которой является преобразование цифрового аргумента в напряжение постоянного или переменного тока по заданной зависимости

$$U_z = F(N_x). \quad (1)$$

Эта задача решается в настоящее время пассивными и активными функциональными декодирующими преобразователями, осуществляющими кусочно-ступенчатую, кусочно-линейную и кусочно-квадратичную аппроксимацию функций типа (1) [1—3].

В данной работе рассматривается один из возможных методов построения активных функциональных преобразователей «код — напряжение», использующих представление заданной функции (1) рациональной дробью вида

$$\Phi(N_x) = \frac{\sum_{k=0}^m A_k N_x^k}{\sum_{k=0}^m B_k N_x^k}, \quad (2)$$

где A_k, B_k — некоторые постоянные коэффициенты. Определение вида зависимости (2) и ее параметров m, A_k, B_k , обеспечивающих заданную ошибку аппроксимации

$$\Delta(N_x) = F(N_x) - \Phi(N_x), \quad (3)$$

является одной из типовых задач приближения функций рациональ-

ми дробями и может быть на практике решена любым из известных методов аппроксимации функций с использованием ЭВМ [4—6].

После того как подходящая аппроксимирующая рациональная дробь (2) будет определена, ее техническая реализация в принципе может быть выполнена двумя путями — алгоритмическим и структурным.

Первый из них требует каскадного включения m операционных усилителей $У_k$, входные цепи которых составляют линейные цифровые управляемые проводимости ЦУП- N_{xk} .

Так как каждая из ЦУП- N_{xk} управляется кодом N_x , то выходные напряжения U_k операционных усилителей пропорциональны степени N_x^k :

$$U_k = (-1)^k U_0 N_x^k \quad (k = 0, 1, \dots, m),$$

где U_0 — опорное постоянное напряжение.

Напряжения U_k инвертируются инвертирующими усилителями $ИУ_k$ и при помощи переключателей $П_{k1}$, $П_{k2}$ подключаются в соответствии со значениями коэффициентов A_k , B_k к входам регулируемых резисторов R_{k1} , R_{k2} суммирующих усилителей $СУ_1$ и $СУ_2$, выходное напряжение которых пропорционально величине числителя $\sum_{k=0}^m A_k N_x^k$ и знаменателя

$$\sum_{k=0}^m B_k N_x^k \text{ рациональной дроби (2).}$$

Выходные напряжения этих усилителей делятся друг на друга при помощи делительного устройства косвенного типа, моделирующего невязную функцию вида

$$U_{y_2} \Phi(N_x) - U_{y_1} \approx 0, \quad (4)$$

где операция умножения $U_{y_2} \Phi(N_x)$ реализуется множительным устройством (МУ), включенным в цепь обратной связи усилителя делительного устройства (УДУ):

$$\Phi(N_x) = \frac{U_{y_1}}{U_{y_2}} \approx \frac{\sum_{k=0}^m A_k N_x^k}{\sum_{k=0}^m B_k N_x^k}. \quad (5)$$

Очевидно, что для обеспечения степени m рациональной дроби (2) схема в общем случае должна содержать не менее $2m+3$ операционных усилителей, m линейных цифровых управляемых проводимостей и одно множительное устройство. Поэтому алгоритмический способ образования функции (2) может быть рекомендован только при $m \leq 3$.

Практическое использование дробно-рациональных приближений чаще всего имеет смысл лишь в тех случаях, когда конструирование дроби (2) осуществляется не за счет использования сложных самих по себе типовых множительных и суммирующих блоков, а за счет искусственного изменения функциональной характеристики

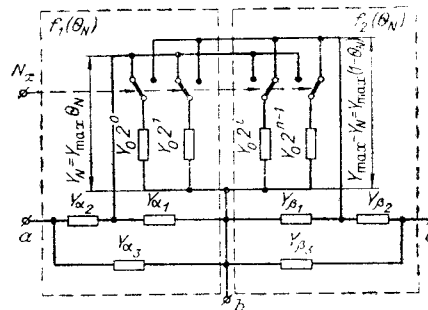


Рис. 1.

линейного блока структурным методом. К числу таких методов, аппроксимирующих с достаточной степенью точности элементарные функции, могут быть отнесены схемы специального включения одной или максимум двух линейных ЦУП с однопозиционными и двухпозиционными ключами в качестве цепи делителя обратной связи операционного усилителя У.

Рассмотрим прежде всего возможность моделирования функции (2) при помощи одной ЦУП — N_x с двухпозиционными ключами, образующей совместно с постоянными проводимостями сложные управляемые проводимости $f_1(\Theta_N)$ и $f_2(\Theta_N)$ (рис. 1), функциональные характеристики которых определяются выражениями:

$$\begin{aligned} f_1(\Theta_N) &= \frac{\alpha_1 \alpha_2 + \alpha_1 \alpha_3 + \alpha_2 \alpha_3 + \Theta_N (\alpha_2 + \alpha_3)}{\alpha_1 + \alpha_2 + \Theta_N}; \\ f_2(\Theta_N) &= \frac{\beta_1 \beta_2 + \beta_1 \beta_3 + \beta_2 \beta_3 + \beta_2 + \beta_3 - \Theta_N (\beta_2 + \beta_3)}{1 + \beta_1 + \beta_2 - \Theta_N}, \end{aligned} \quad (6)$$

где $\alpha_k = \frac{Y_{\alpha k}}{Y_{N \max}}$; $\beta_k = \frac{Y_{\beta k}}{Y_{N \max}}$ — относительные значения постоянных проводимостей; $\Theta_N = \frac{N_x}{N_{x \max}}$ — относительная величина декодируемого кода; $Y_{N \max} = Y_0 (2^n - 1)$ — максимальное значение цифровой проводимости.

В табл. 1 приведены варианты включения управляемых проводимостей $f_1(\Theta_N)$ и $f_2(\Theta_N)$ в цепь операционного усилителя У (графа 2), соответствующие функциональные характеристики (графа 3), значения постоянных коэффициентов дробно-рациональной функции (2) A_k и B_k , выраженные через относительные коэффициенты проводимостей α_k и β_k (графа 4). Функциональные характеристики получены при условии, что дрейф нуля операционного усилителя имеет пренебрежимо малую величину, а коэффициент усиления по прямому каналу (без обратной связи) составляет минимум десятки или сотни тысяч, что всегда выполнимо для типовых операционных усилителей.

Абсолютные значения, как правило, взаимосвязанных коэффициентов A_k и B_k ограничиваются лишь допустимыми номинальными величинами прецизионных сопротивлений, входящих в схему ЦУП, и инструментальными ошибками операционного усилителя У. Что касается знаков коэффициентов, то A_0 и B_0 для рассматриваемой схемы всегда положительны, A_2 и B_2 всегда отрицательны, а A_1 и B_1 могут иметь любые знаки в зависимости от величин α_k и β_k .

Безусловно, отмеченные ограничения в отношении коэффициентов усложняют и без того трудную задачу нахождения подходящей дробно-рациональной функции с любыми по величине и знаку постоянными коэффициентами A_k и B_k . Естественно, что решение последней задачи связано с увеличением оборудования.

Однако переход на интегральную твердосхемную или гибридную технологию операционных усилителей, пассивных элементов и ключевых схем в значительной мере снижает габаритно-весовые и энергетические ограничения, присущие ламповым и полупроводниковым «дискретным» схемам. Следовательно, наличие в блок-схеме интегрального ФПКН двух-трех интегральных операционных усилителей, нескольких десятков прецизионных пленочных резисторов и такого же числа интегральных транзисторов может считаться технически вполне оправданным для конструирования рациональной дроби (2), приближающейся

Таблица I

<p>Блок-схема включения сложной ЦУП-У_N в цепь ОУ</p>	<p>Функциональная характеристика $U_z = \Phi(\theta_N)$</p>	<p>Постоянные коэффициенты рациональной дроби $\Phi(\theta_N) = \frac{A_0 + A_1 \theta_N + A_2 \theta_N^2}{B_0 + B_1 \theta_N + B_2 \theta_N^2}$</p>
	$U_z = -U [f_1(\theta_N) + f_2(\theta_N)]$	$A_0 = (\alpha_1 \alpha_2 + \alpha_1 \alpha_3 + \alpha_2 \alpha_3) (1 + \beta_1 + \beta_2) + (\beta_1 \beta_2 + \beta_1 \beta_3 + \beta_2 \beta_3 + \beta_2 + \beta_3) (\alpha_1 + \alpha_2)$ $A_1 = (\alpha_2 + \alpha_3) (1 + \beta_1 + \beta_2) - (\alpha_1 \alpha_2 + \alpha_1 \alpha_3 + \alpha_2 \alpha_3) + (\beta_1 \beta_2 + \beta_1 \beta_3 + \beta_2 \beta_3 + \beta_2 + \beta_3) (\alpha_1 + \alpha_2)$ $A_2 = -(\alpha_2 + \alpha_3 + \beta_2 + \beta_3)$ $B_0 = (\alpha_1 + \alpha_2) (1 + \beta_1 + \beta_2)$ $B_1 = (1 + \beta_1 + \beta_2) - (\alpha_1 + \alpha_2)$ $B_2 = -1$
	$U_z = -\frac{U_0}{f_1(\theta_N) + f_2(\theta_N)}$	$A_0 = (\alpha_1 + \alpha_2) (1 + \beta_1 + \beta_2)$ $A_1 = (1 + \beta_1 + \beta_2) - (\alpha_1 + \alpha_2)$ $A_2 = -1$ $B_0 = (\alpha_1 \alpha_2 + \alpha_1 \alpha_3 + \alpha_2 \alpha_3) (1 + \beta_1 + \beta_2) + (\beta_1 \beta_2 + \beta_1 \beta_3 + \beta_2 \beta_3 + \beta_2 + \beta_3) (\alpha_1 + \alpha_2)$ $B_1 = (\alpha_2 + \alpha_3) (1 + \beta_1 + \beta_2) - (\alpha_1 \alpha_2 + \alpha_1 \alpha_3 + \alpha_2 \alpha_3) + (\beta_1 \beta_2 + \beta_1 \beta_3 + \beta_2 \beta_3 + \beta_2 + \beta_3) (\alpha_1 + \alpha_2)$ $B_2 = -(\alpha_2 + \alpha_3 + \beta_2 + \beta_3)$
	$U_z = -U_0 \times \frac{f_1(\theta_N) + f_2(\theta_N)}{f_1(\theta_N) f_2(\theta_N)}$	$A_0 = (\alpha_1 \alpha_2 + \alpha_1 \alpha_3 + \alpha_2 \alpha_3) (1 + \beta_1 + \beta_2) + (\beta_1 \beta_2 + \beta_1 \beta_3 + \beta_2 \beta_3 + \beta_2 + \beta_3) (\alpha_1 + \alpha_2)$ $A_1 = (\alpha_2 + \alpha_3) (1 + \beta_1 + \beta_2) - (\alpha_1 \alpha_2 + \alpha_1 \alpha_3 + \alpha_2 \alpha_3) + (\beta_1 \beta_2 + \beta_1 \beta_3 + \beta_2 \beta_3 + \beta_2 + \beta_3) (\alpha_1 + \alpha_2)$ $A_2 = -(\alpha_2 + \alpha_3 + \beta_2 + \beta_3)$ $B_0 = (\alpha_1 \alpha_2 + \alpha_1 \alpha_3 + \alpha_2 \alpha_3) \times (\beta_1 \beta_2 + \beta_1 \beta_3 + \beta_2 \beta_3 + \beta_2 + \beta_3)$ $B_1 = (\alpha_2 + \alpha_3) (\beta_1 \beta_2 + \beta_1 \beta_3 + \beta_2 \beta_3 + \beta_2 + \beta_3) - (\alpha_1 \alpha_2 + \alpha_1 \alpha_3 + \alpha_2 \alpha_3) (\beta_2 + \beta_3)$ $B_2 = -(\alpha_2 + \alpha_3) (\beta_2 + \beta_3)$
	$U_z = -U_0 \times \frac{f_1(\theta_N) f_2(\theta_N)}{f_1(\theta_N) + f_2(\theta_N)}$	$A_0 = (\alpha_1 \alpha_2 + \alpha_1 \alpha_3 + \alpha_2 \alpha_3) \times (\beta_1 \beta_2 + \beta_1 \beta_3 + \beta_2 \beta_3 + \beta_2 + \beta_3)$ $A_1 = (\alpha_2 + \alpha_3) (\beta_1 \beta_2 + \beta_1 \beta_3 + \beta_2 \beta_3 + \beta_2 + \beta_3) - (\alpha_1 \alpha_2 + \alpha_1 \alpha_3 + \alpha_2 \alpha_3) (\beta_2 + \beta_3)$ $A_2 = -(\alpha_2 + \alpha_3) (\beta_2 + \beta_3)$ $B_0 = (\alpha_1 \alpha_2 + \alpha_1 \alpha_3 + \alpha_2 \alpha_3) (1 + \beta_1 + \beta_2) + (\beta_1 \beta_2 + \beta_1 \beta_3 + \beta_2 \beta_3 + \beta_2 + \beta_3) (\alpha_1 + \alpha_2)$ $B_1 = (\alpha_2 + \alpha_3) (1 + \beta_1 + \beta_2) - (\alpha_1 \alpha_2 + \alpha_1 \alpha_3 + \alpha_2 \alpha_3) + (\beta_1 \beta_2 + \beta_1 \beta_3 + \beta_2 \beta_3 + \beta_2 + \beta_3) (\alpha_1 + \alpha_2)$ $B_2 = -(\alpha_2 + \alpha_3 + \beta_2 + \beta_3)$
	$U_z = -U_0 \frac{f_1(\theta_N)}{f_2(\theta_N)}$	$A_0 = (\alpha_1 \alpha_2 + \alpha_1 \alpha_3 + \alpha_2 \alpha_3) (1 + \beta_1 + \beta_2)$ $A_1 = (\alpha_2 + \alpha_3) (1 + \beta_1 + \beta_2) - (\alpha_1 \alpha_2 + \alpha_1 \alpha_3 + \alpha_2 \alpha_3)$ $A_2 = -(\alpha_2 + \alpha_3)$ $B_1 = (\beta_1 \beta_2 + \beta_1 \beta_3 + \beta_2 \beta_3 + \beta_2 + \beta_3) - (\alpha_1 + \alpha_2) (\beta_2 + \beta_3)$ $B_0 = (\beta_1 \beta_2 + \beta_1 \beta_3 + \beta_2 \beta_3 + \beta_2 + \beta_3) \times (\alpha_1 + \alpha_2)$ $B_2 = -(\beta_2 + \beta_3)$
	$U_z = -U_0 \frac{f_2(\theta_N)}{f_1(\theta_N)}$	$A_0 = (\beta_1 \beta_2 + \beta_1 \beta_3 + \beta_2 \beta_3 + \beta_2 + \beta_3) \times (\alpha_1 + \alpha_2)$ $A_1 = (\beta_1 \beta_2 + \beta_1 \beta_3 + \beta_2 \beta_3 + \beta_2 + \beta_3) - (\alpha_1 + \alpha_2) (\beta_2 + \beta_3)$ $A_2 = -(\beta_2 + \beta_3)$ $B_0 = (\alpha_1 \alpha_2 + \alpha_1 \alpha_3 + \alpha_2 \alpha_3) (1 + \beta_1 + \beta_2)$ $B_1 = (\alpha_2 + \alpha_3) (1 + \beta_1 + \beta_2) - (\alpha_1 \alpha_2 + \alpha_1 \alpha_3 + \alpha_2 \alpha_3)$ $B_2 = -(\alpha_2 + \alpha_3)$

с ошибкой не хуже десятых долей и единиц процентов к большинству элементарных функций [5—7] даже при $n \ll 2$.

Схема, позволяющая моделировать дробно-рациональную функцию с любыми коэффициентами

$$\Phi(N_x) = \frac{\pm A_0 \pm A_1 N_x \pm A_2 N_x^2}{\pm B_0 \pm B_1 N_x \pm B_2 N_x^2}, \quad (7)$$

изображена на рис. 2. Схема построена на основе так называемого квадратичного включения линейной цифровой управляемой проводимости КЦУП (рис. 3), питаемой от биполярных источников напряжения, получае-

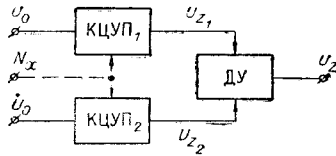


Рис. 2.

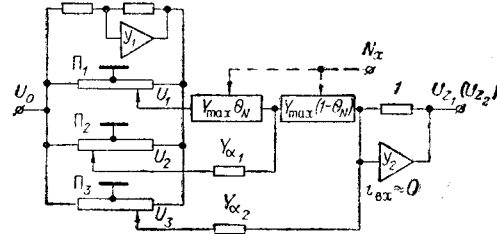


Рис. 3.

мых при помощи инвертирующего усилителя U_1 и линейных потенциометров Π_1 — Π_3 с заземленной средней точкой [8].

Считая, что для суммирующего усилителя U_2 выполняется условие $U_{вх} \approx 0$ при его любом входном сопротивлении, на выходе КЦУП получим напряжение

$$U_{z_1} = A_0 + A_1 N_x + A_2 N_x^2, \quad (8)$$

где коэффициенты вычисляются по формулам:

$$A_0 = \frac{\alpha_1 \gamma_2}{1 + \alpha_1} + \alpha_2 \gamma_3; \quad A_1 = \frac{\gamma_1 - \gamma_2 \alpha_1}{1 + \alpha_1}; \quad A_2 = \frac{\gamma_1}{1 + \alpha_1}. \quad (9)$$

Здесь $\gamma_1 = \frac{U_1}{U_0}$, $\gamma_2 = \frac{U_2}{U_0}$, $\gamma_3 = \frac{U_3}{U_0}$ — относительные величины напряжений на потенциометрах Π_1 , Π_2 и Π_3 соответственно.

Так как напряжения U_{z_1} и U_{z_2} , получаемые на выходах КЦУП₁ и КЦУП₂, поступают на делительное устройство ДУ, то машинное уравнение схемы (см. рис. 2) аналогично уравнению (7)

$$U_z = \frac{U_{z_1}}{U_{z_2}} = \frac{\pm A_{01} \pm A_{11} N_x \pm A_{21} N_x^2}{\pm A_{02} \pm A_{12} N_x \pm A_{22} N_x^2},$$

где коэффициенты A_{k_1} и A_{k_2} , определяемые положением движков потенциометров и величинами проводимостей Y_α , могут принимать любые независимые друг от друга значения, в том числе и нулевые.

В табл. 2 приведены примеры реализации ФПКН для приближенного воспроизведения некоторых элементарных функций. Очевидно, что схема, воспроизводящая функцию синуса, пригодна для воспроизведения функции косинуса, если аргумент поступает в виде обратного кода $\theta_{\bar{N}} = 1 - \theta_N$. Аналогичное замечание справедливо для схем, воспроизводящих функции косеканса и тангенса.

Таблица 2

Моделируемая элементарная функция $F(\theta_N)$	Аппроксимирующая дробно-рациональная функция $A_0 + A_1 \theta_N + A_2 \theta_N^2$ $\Phi(\theta_N) = \frac{A_0 + A_1 \theta_N + A_2 \theta_N^2}{B_0 + B_1 \theta_N + B_2 \theta_N^2}$	Пределы изменения аргумента θ_N	Максимальная относительная погрешность, %	Блок-схема ФПКН	Значения относительных постоянных проводимостей и опорных напряжений
$\operatorname{tg} \frac{\pi}{2} \theta_N$	$\frac{2,8 \theta_N - \theta_N^2}{1,8 - 0,8 \theta_N - \theta_N^2}$	$0 \div 0,5$ $0 \div 0,65$ $0 \div 0,995$	0,08 0,15 1,00	Табл. 1 (№ 5)	$\alpha_2 = 1,8$ $\beta_2 = 1,8$ $\gamma = 1,0$
$\operatorname{ctg} \frac{\pi}{2} \theta_N$	$\frac{1,8 - 0,8 \theta_N - \theta_N^2}{2,8 \theta_N - \theta_N^2}$	$0 \div 0,995$	1,00	Табл. 1 (№ 6)	$\alpha_2 = 1,8$ $\beta_2 = 1,8$ $\gamma = 1,0$
$\sin \frac{\pi}{2} \theta_N$	$\frac{0,00037 + 1,5703 \theta_N - 0,7407 \theta_N^2}{1,0005 - 0,43 \theta_N + 0,2597 \theta_N^2}$	$0 \div 1$	0,2	Схема рис. 4	$\alpha_{11} = 0,35; \alpha_{21} = 0,83; \gamma_{11} = 1; \gamma_{31} = 32$ $\alpha_{12} = 2,85; \alpha_{22} = 0,83; \gamma_{12} = -1; \gamma_{22} = 0,23; \gamma_{32} = 1$
$\operatorname{cosec} \frac{\pi}{2} \theta_N$	$\frac{1,0005 - 0,43 \theta_N + 0,2597 \theta_N^2}{0,00037 + 1,5703 \theta_N - 0,7407 \theta_N^2}$	$0 \div 0,995$	0,2	Схема рис. 4	$\alpha_{11} = 2,85; \alpha_{21} = 0,83; \gamma_{11} = -1; \gamma_{21} = 0,23; \gamma_{31} = 1$ $\alpha_{12} = 0,35; \alpha_{22} = 0,83; \gamma_{12} = \gamma_{32} = 1; \gamma_{22} = -3,2$
$\ln(1 + \theta_N)$	$\frac{0,00015 + 3,55667 \theta_N + 1,35317 \theta_N^2}{3,55234 + 3,12666 \theta_N + 0,4 \theta_N^2}$	$0 \div 1$	0,1	—	$\alpha_{11} = 1,956; \alpha_{21} = 4,91; \gamma_{11} = -4; \gamma_{21} = -7,42; \gamma_{31} = 1$ $\alpha_{12} = 2; \alpha_{22} = 7,089; \gamma_{12} = -1,2; \gamma_{22} = -5,29; \gamma_{32} = 1$

Расчет ожидаемой инструментальной точности работы рассмотренных схем показывает, что максимальные значения этих ошибок не превосходят 0,25—0,5% при первичных ошибках элементов порядка 0,1—0,25%.

Рассмотренные методы и структурные схемы ФПКН могут быть рекомендованы для использования в современных цифровых, контрольно-измерительных и управляющих системах при реализации элементарных функций цифрового аргумента. При погрешности решения задачи не хуже 0,1% рассмотренные ФПКН могут иметь лучшие эксплуатационные показатели по сравнению с классическим решением подобной задачи с помощью либо ЭВМ и линейных декодирующих преобразователей (ЛДП), либо каскадного включения ЛДП и аналогового функционального преобразователя.

ЛИТЕРАТУРА

1. В. Б. Смол ов. Вычислительные преобразователи с цифровыми управляемыми сопротивлениями.— М.— Л., «Энергия», 1961.
2. Г. Корн, Т. Корн. Электронные аналоговые и аналого-цифровые вычислительные устройства, ч. 2. Перевод с англ. под ред. Е. В. Доброва. М., «Мир», 1968.
3. Б. Я. Коган. Электронные моделирующие устройства и их применение для исследования систем регулирования. М., «Физматгиз», 1963.
4. Р. В. Хемминг. Численные методы. Перевод с англ. под ред. Р. С. Гутера. М., «Наука», 1968.
5. W. J. Cody, W. Fraser, J. F. Hart. Rational Chebyshev Approximation Using Linear Equations.— Numer. Math., 1968, 12, № 4.
6. H. J. Törf er. Interpolation und Approximation durch Kettenbrüche.— Elektronische daten verarbeitung, 1967, Bd. 9, № 4.
7. Л. А. Люстерник и др. Математический анализ. Вычисление элементарных функций. М., Физматгиз, 1963.
8. В. Б. Смол ов. Квадратичный активный декодирующий преобразователь «код — напряжение». Авторское свидетельство № 186206.— ИПОТЗ, 1966, № 18.

*Поступила в редакцию
16 июня 1970 г.*