таблице случайных чисел, а геометрические центры совпадали с началом координат. Поворот изображений не допускался. После обучения было предъявлено 27 новых изображений треугольников и квадратов. Из них правильно классифицировано 25 изображений.

ЛИТЕРАТУРА

1. П. Леви. Конкретные проблемы функционального анализа. М., «Наука», 1967.
2. К. М. Савостьянова. Фотохромные свойства спиропиранов.— Оптико-механическая промышленность, 1968, № 5.
3. Г. И. Салов. О применении процесса стохастической аппроксимации в гильбертовом пространстве к задаче классификации случайных сигналов.— Автометрия, 1970, № 6.

Поступило в редакцию
10 мая 1971 г.

УДК 538.56

В. А. ГЕРАНИН, И. И. КОЗЛОВ, М. И. ШЛЯКЦУ

(Киев)

О ТОЧНОСТИ КОРРЕЛЯЦИОННОГО АНАЛИЗА МЕДЛЕННО-НЕСТАЦИОНАРНЫХ ПРОЦЕССОВ

Теоретическое исследование точности экспериментального корреляционного анализа по одной реализации нестационарного случайного процесса (НСП) нередко проводится в предположении, что нестационарность процесса медленная. Однако до настоящего времени «условия медленности» не сформулированы. Поэтому пределы справедливости результатов, полученных в рамках указанных допущений, могут оказаться расплывчатыми.

В настоящем сообщении на примере типовой модели НСП сопоставляются истинные погрешности корреляционного анализа с погрешностями, вычисленными в предположении, что нестационарность медленная; обсуждаются возможности приближенных вычислений.

Оценка корреляционной функции НСП $X(t)$ в случае симметричного оператора текущего сглаживания:

$$\widetilde{R}(t_0,\tau)=\frac{1}{T}\int\limits_{t_0-T/2}^{t_0+T/2} X(t)\,X(t-\tau)\,dt. \tag{1}$$

Смещение оценки (1) и ее дисперсия при гауссовом распределении $X(t)$ равны соответственно:

$$\Delta\,[\widetilde{R}(t_0,\tau)]=\frac{1}{T}\int\limits_{-T/2}^{T/2} R(t-t_{,0}\tau)\,dt-R(t_0,\tau); \tag{2}$$

$$\sigma^2\,[\widetilde{R}(t_0,\tau)]=\frac{1}{T^2}\int\limits_{-T/2}^{T/2}\int\limits_{-T/2}^{T/2}[R(t_0+t_1,t_1-t_2)\,R(t_0+t_1-\tau,t_1-t_2)+R(t_0+t_1,t_1-t_2+\tau)R(t_0+t_1-\tau,t_1-t_2-\tau)]\,dt_1\,dt_2. \tag{3}$$

Вычисление погрешностей, в особенности дисперсии оценки, по точным формулам (2) и (3) даже для простейших моделей НСП сопряжено со значительными аналитическими трудностями. В связи с этим современное исследование точности корреляционного анализа НСП, как правило (см., например, [1, 2]), проводится в предположении, что нестационарность процесса медленная. Сущность его состоит в том, что на интервале усреднения $R(t, \tau)$ как функция t изменяется незначительно.

Применительно к вычислению смещения предположение о медленной нестационарности используется следующим образом [2, стр. 126]. $R(t+t_0, \tau)$ раскладывается в ряд Тейлора по переменной t в окрестности точки t_0. Учитываются первые три члена разложения

$$\Delta[\widetilde{R}(t_0,\tau)] \approx \frac{T^2}{24}\frac{\partial^2 R(t_0,\tau)}{\partial t_0^2}. \qquad (4)$$

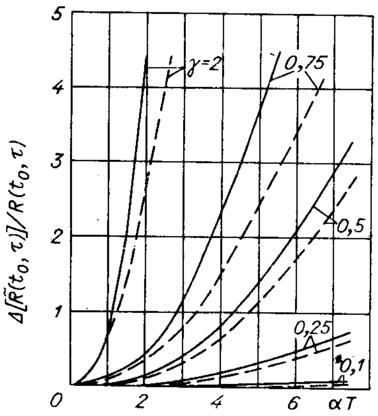


Рис. 1.

При вычислении дисперсии указанное приближение используют еще грубее [1]: в правой части выражения (3) первый аргумент корреляционной функции полагают равным t_0. В результате

$$\sigma^2[\widetilde{R}(t_0,\tau)] \approx \frac{1}{T^2}\int\limits_{-\frac{T}{2}}^{\frac{T}{2}}\int\limits_{-\frac{T}{2}}^{\frac{T}{2}}[R^2(t_0,t_1-t_2)+R(t_0,t_1-t_2+\tau)\,R(t_0,t_1-t_2-\tau)]\,dt_1\,dt_2. \qquad (5)$$

На примере гауссова НСП типа

$$X(t)=\varphi(t)Z(t) \qquad (6)$$

покажем последствие таких приближений.

На рис. 1—3 представлены графики смещения, дисперсии и полной погрешности измерения

$$\varepsilon[\widetilde{R}(t_0,\tau)] = \sqrt{\{\Delta^2[\widetilde{R}(t_0,\tau)]+\sigma^2[\widetilde{R}(t_0,\tau)]\}}, \qquad (7)$$

вычисленные по точным (2), (3) и приближенным (4), (5) формулам в случае $t_0=\tau/2$

$$\varphi(t)=e^{-\beta t}; \qquad (8)$$

$$R_z(\tau)=\sigma_z^2 e^{-\alpha|\tau|}, \qquad (9)$$

где $\gamma=\beta/\alpha$; τ_0 — интервал корреляции, определяемый из условия $R(t, \tau_0)=0{,}05R(t, 0)$.

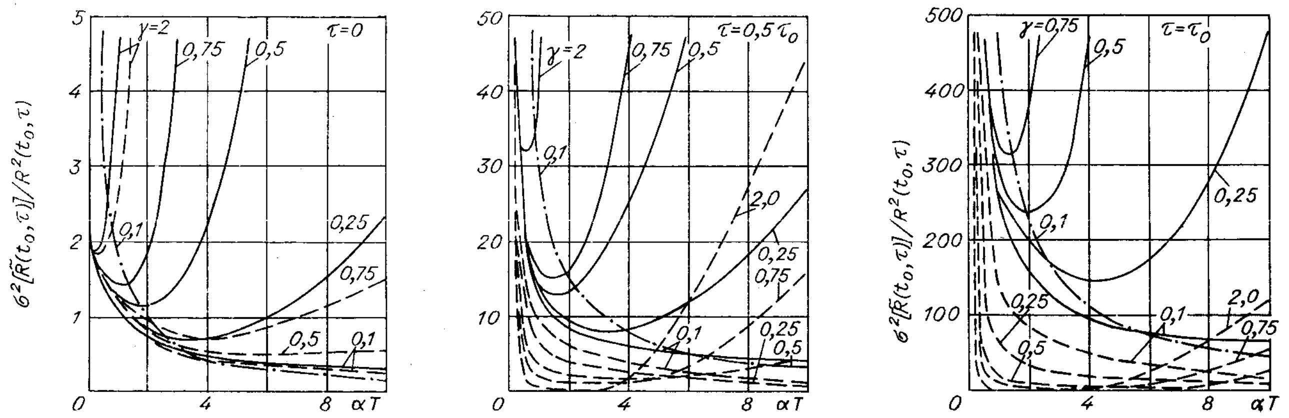
Сплошные кривые на рисунках соответствуют истинным погрешностям, штриховые — приближенным. Анализ кривых показывает, что расчет по приближенным формулам приемлем лишь при $\nu\leqslant 0{,}1$. Если $\nu>0{,}1$, приближенный расчет существенно искажает истинную картину (в особенности при $\tau\approx\tau_0$).

Отметим, что полученная в [1] оценка сверху

$$\sigma^2[\widetilde{R}(t_0,\tau)] \leqslant \frac{2}{T}\int\limits_{-\infty}^{\infty}R^2(t_0,\lambda)\,d\lambda \qquad (10)$$

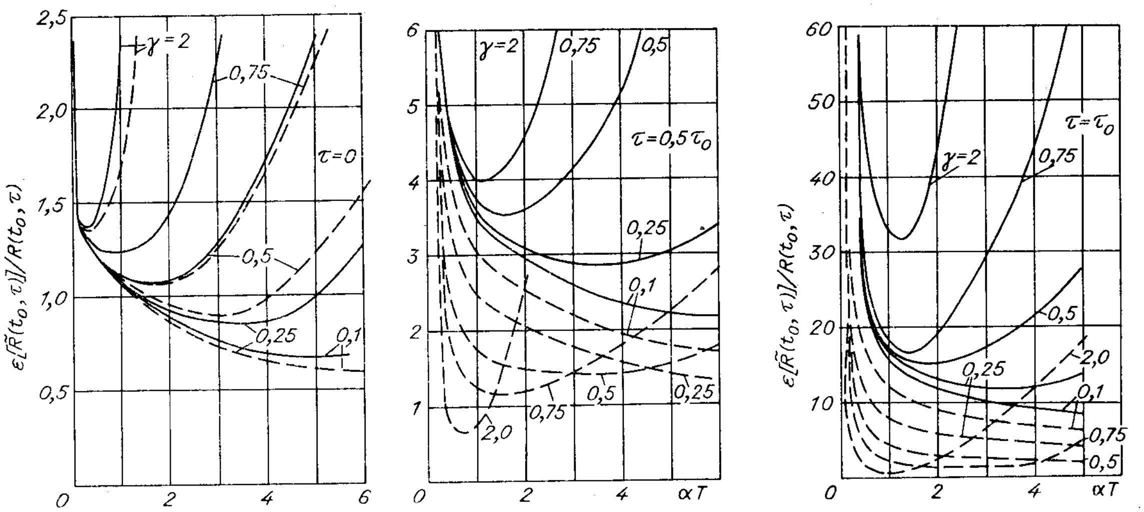
приемлема не всегда. Так, в случае рассматриваемой здесь модели НСП истинная дисперсия $\sigma^2[\widetilde{R}(t_0,\tau)]$ при некоторых αT превышает оценку (10) (штрих-пунктирная кривая на рис. 2).

Фигурирующим в этой статье моделирующей функции и оператору сглаживания присущ минимум истинной дисперсии оценки корреляционной функции (1) (см. сплошные кривые на рис. 2).



$\sigma^2[\tilde{R}(t_0,\tau)]/R^2(t_0,\tau)$
$\tau=0$
$\gamma=2$
0,75
0,5
0,1
0,25
0,75
0,5
0,1
αT
$\tau=0{,}5\tau_0$
$\gamma=2$
0,75
0,5
0,1
2,0
0,25
0,75
0,1
0,25
0,5
$\tau=\tau_0$
$\gamma=0{,}75$
0,5
0,25
0,1
0,25
0,5
0,1
2,0
0,75

Рис. 2.



$\varepsilon[\tilde{R}(t_0,\tau)]/R(t_0,\tau)$
$\gamma=2$
0,75
$\tau=0$
0,5
0,25
0,1
$\tau=0{,}5\tau_0$
$\gamma=2$
0,75
0,5
0,25
0,1
2,0
0,75
0,5
0,25
αT
$\tau=\tau_0$
$\gamma=2$
0,75
0,5
2,0
0,25
0,1
0,75
0,5

Рис. 3.

ЛИТЕРАТУРА

1. H. Beerndt, G. R. Cooper. An Optimum Observation Time for Estimates of Time — Varying Correlation Functions. — IEEE Trans. on Information Theory, 1965, IT-11, № 2.
2. А. Ф. Романенко, Г. А. Сергеев. Вопросы прикладного анализа случайных процессов. М., «Советское радио», 1968.

Поступило в редакцию
18 мая 1971 г.

УДК 621.378.3

Ю. Н. ДУБНИЩЕВ, Ю. М. КОВШОВ
(Новосибирск)

ЛАЗЕРНЫЙ ДОППЛЕРОВСКИЙ ИЗМЕРИТЕЛЬ СКОРОСТИ, НЕЧУВСТВИТЕЛЬНЫЙ К ГЕОМЕТРИИ ПАДАЮЩЕГО ПУЧКА

Лазерные допплеровские измерители скорости (ЛДИС), разработке которых в последнее время уделяется большое внимание, должны удовлетворять ряду требований, главным из которых является минимальная аппаратная ширина допплеровского спектра.

Известные схемы ЛДИС можно отнести к следующим типам: 1) классические интерферометрические схемы с известным опорным пучком [1]; 2) дифференциальные схемы [2]; 3) схемы первого и второго типов с использованием интерферометра Фабри — Перо [3].

ЛДИС первого типа требуют тонкого согласования фронтов опорной и сигнальной волн на фотоприемнике и малых апертур падающего и сигнального пучков. Схемы второго типа позволяют работать с неограниченной апертурой приемника. Применение схем третьего типа ограничивается измерением относительно высоких скоростей (более 10 м/с), поскольку достигнутое к настоящему времени разрешение интерферометров Фабри — Перо оставляет желать лучшего.

Ранее неотмеченный четвертый метод заключается в измерении допплеровской частоты путем получения на фотоприемнике биений частот выделенных пучков, рассеянных объектом, скорость которого подлежит измерению. Аппаратная ширина допплеровского спектра при этом оказывается не зависящей от геометрии падающего пучка и определяется апертурами сигнальных пучков. В схемах этого типа аппаратная ширина спектра может быть очень малой, так как минимальный размер апертур сигнальных пучков определяется только чувствительностью применяемого фотоприемника.

На рис. 1 представлена схема экспериментальной установки. Луч лазера *1* через диафрагму *5*, убирающую некогерентный ореол, фокусируется объективом *L* на движущуюся рассеивающую поверхность, локальную скорость которой требуется измерить. Свет, рассеянный этой поверхностью, выделяется диафрагмами *4* и *6* в направлениях

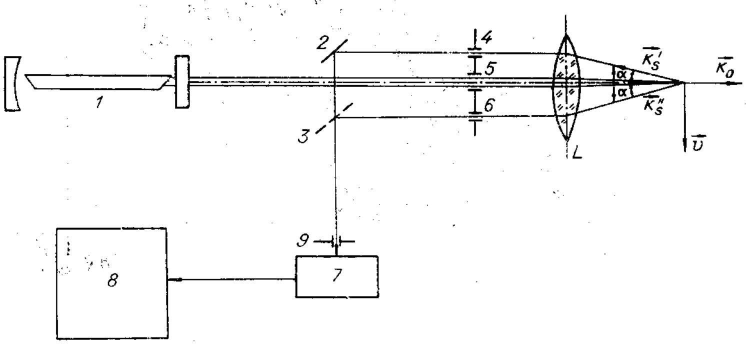


Рис. 1.