

**ПЕРИФЕРИЙНЫЕ УСТРОЙСТВА ЭВМ
И СИСТЕМЫ ОПЕРАТИВНОГО ГРАФИЧЕСКОГО
ВЗАИМОДЕЙСТВИЯ С ЭВМ**

УДК 681.3.08

С. Т. ВАСЬКОВ, В. П. КОСЫХ, С. Е. ТКАЧ
(Новосибирск)

**ПОГРЕШНОСТИ СКАНИРУЮЩИХ СИСТЕМ
НА ЭЛЕКТРОННОЛУЧЕВЫХ ТРУБКАХ,
ОБУСЛОВЛЕННЫЕ ВОЗДЕЙСТВИЕМ ПОМЕХ
В КАНАЛАХ ОПТИЧЕСКОГО ТРАКТА**

В настоящее время все более широкое применение находят системы для ввода в ЭВМ координат изображений, зарегистрированных на фото- или киноленку. Известны автоматы для обработки снимков искровых камер [1, 2], для ввода в ЭВМ графиков [3], для обработки интерферограмм [4]. В качестве генератора светового пятна малого диаметра в таких системах чаще всего применяются электроннолучевые трубки (ЭЛТ) с высокой разрешающей способностью. Для исключения влияния геометрических искажений раstra и нелинейности разверток ЭЛТ сканирующая система может содержать три оптических канала: канал считывания изображения и каналы координат x и y . В каналах координат имеются реперные решетки, которые позволяют определить координаты изображения с высокой точностью [1, 2].

Существенное влияние на точность сканирующих систем оказывают шумы оптического тракта. Источниками шумов являются неравномерность световой отдачи люминофора ЭЛТ при движении пятна, шумы фотоэлектронных умножителей (ФЭУ), гранулярность фотослоя, на котором зарегистрировано изображение [5]. Обычно уровень шумов ФЭУ существенно ниже шумов ЭЛТ и фотоматериала.

В данной работе рассмотрено влияние шумов, обусловленных люминофором и гранулярностью фотослоя, на погрешности измерительных систем с генератором светового пятна на ЭЛТ.

Определим погрешность привязки положения светового пятна к координатной линии реперной решетки. Решетка выполняется на стеклянной подложке в виде чередующихся прозрачных и непрозрачных линий, нанесенных с помощью делятельной машины.

Известно [3], что яркость в пятне на экране ЭЛТ описывается гауссовой функцией. Если система светоделителей и

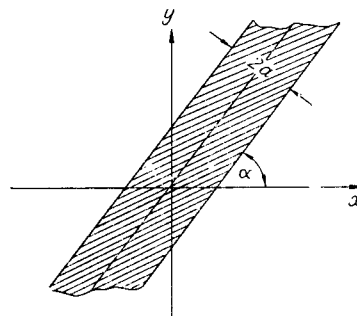


Рис. 1.

объектив малоабберационны, то световой поток, падающий на элементарную площадку $dxdy$, описывается такой же функцией.

$$d\Phi(x, y) = \frac{\Phi_0}{2\pi r^2} e^{-\frac{(x-x_1)^2 + (y-y_1)^2}{2r^2}} dxdy,$$

где $\Phi_0/2\pi r^2$ — освещенность в точке с координатами x_1, y_1 ; r — радиус сканирующего пятна.

Определим полный световой поток, проходящий через координатную решетку. При $r \leq a$ ($2a$ — ширина линии) можно ограничиться рассмотрением решетки, состоящей из одной линии. Коэффициент поглощения светового потока отдельной координатной линией можно записать следующим образом (рис. 1):

$$\begin{aligned} \tau &= 1 & \text{при } |y \cos \alpha - x \sin \alpha| \leq a; \\ \tau &= 0 & \text{при } |y \cos \alpha - x \sin \alpha| > a, \end{aligned} \quad (1)$$

где α — угол наклона к оси x .

Если объект имеет коэффициент поглощения $\tau(x, y)$, то полный световой поток, прошедший через него, будет равен

$$\Phi(x_1, y_1) = \frac{\Phi_0}{2\pi r^2} \iint_S e^{-\frac{(x-x_1)^2 + (y-y_1)^2}{2r^2}} [1 - \tau(x, y)] dxdy.$$

Поле зрения сканирующей системы S всегда много больше площади пятна, следовательно,

$$\Phi(x_1, y_1) = \frac{\Phi_0}{2\pi r^2} \int_{-\infty}^{\infty} \int_{-\infty}^{\infty} e^{-\frac{(x-x_1)^2 + (y-y_1)^2}{2r^2}} [1 - \tau(x, y)] dxdy. \quad (2)$$

Для координатной линии с учетом (1) можно записать

$$\Phi(x_1, y_1) = \frac{\Phi_0}{2\pi r^2} \int_{-\infty}^{\infty} dx \int_{x \operatorname{tg} \alpha - \frac{a}{\cos \alpha}}^{x \operatorname{tg} \alpha + \frac{a}{\cos \alpha}} e^{-\frac{(x-x_1)^2 + (y-y_1)^2}{2r^2}} dy.$$

Произведем замену переменных интегрирования

$$x = x' \cos \alpha - y' \sin \alpha, \quad y = x' \sin \alpha + y' \cos \alpha$$

и после некоторых преобразований получим выражение для светового потока, прошедшего через координатную решетку

$$\begin{aligned} \Phi(x_1, y_1) = \Phi_0 \left[1 - F \left(\frac{a}{r} - \frac{y_1 \cos \alpha - x_1 \sin \alpha}{r} \right) + \right. \\ \left. + F \left(-\frac{a}{r} - \frac{y_1 \cos \alpha - x_1 \sin \alpha}{r} \right) \right]. \end{aligned} \quad (3)$$

Здесь символами F обозначены интегралы вероятности. Выражение (3) описывает форму сигнала, появляющегося на выходе ФЭУ при сканировании круглым световым пятном координатной решетки, линии которой удовлетворяют условию (1), при отсутствии шума в канале.

Наличие шума люминофора ЭЛТ приводит к тому, что к Φ_0 добавляется случайная функция $\Phi_{ш}(x_1, y_1)$. Эта случайная функция может быть представлена в виде

$$\Phi_{ш}(x_1, y_1) = \sigma_{ш} n(x_1, y_1), \quad (4)$$

где $\sigma_{\text{ш}}$ — среднее квадратичное значение шума; $n(x_1, y_1)$ — случайная функция с единичной дисперсией. Для полного светового потока получим

$$\Phi_1(x_1, y_1) = \Phi_0 + \sigma_{\text{ш}} n(x_1, y_1).$$

Введем отношение сигнал/помеха по мощности

$$q = \frac{\Phi_0^2}{\sigma_{\text{ш}}^2}.$$

Выражение для полного светового потока примет следующий вид:

$$\Phi_1(x_1, y_1) = \Phi_0 \left[1 + \frac{1}{\sqrt{q}} n(x_1, y_1) \right]. \quad (5)$$

Для потока, прошедшего через координатную решетку, с учетом шума люминофора необходимо в (3) вместо Φ_0 подставить выражение (5):

$$\Phi_2(x_1, y_1) = \Phi_0 \left[1 - F \left(\frac{a}{r} - \frac{y_1 \cos \alpha - x_1 \sin \alpha}{r} \right) + F \left(-\frac{a}{r} - \frac{y_1 \cos \alpha - x_1 \sin \alpha}{r} \right) \right] \left[1 + \frac{1}{\sqrt{q}} n(x_1, y_1) \right]. \quad (6)$$

Появление сигнала на выходе сканирующей системы определяется по превышению световым потоком некоторого уровня Φ_3 [1–3]. Если сканирование ведется вдоль оси x , то y фиксирован. В отсутствие шума порогу Φ_3 будет соответствовать точка x'_1 ; при наличии шума система определит точку $x'_1 + \Delta x$, где Δx — случайная величина, равная погрешности измерения координат. Δx можно найти из соотношения

$$\Phi_2(x'_1 + \Delta x, y_1) = \Phi(x'_1, y_1) = \Phi_3. \quad (7)$$

Разложим Φ_2 в ряд Тейлора в окрестности точки x'_1 :

$$\begin{aligned} \Phi_2(x'_1, y_1) + \frac{d}{dx_1} \Phi_2(x_1, y_1) \Delta x &= \Phi(x'_1, y_1) + \Phi(x'_1, y_1) \frac{1}{\sqrt{q}} n(x'_1, y_1) + \\ &+ \Delta x \frac{d}{dx_1} \Phi(x_1, y_1) + \Delta x \frac{1}{\sqrt{q}} n(x'_1, y_1) \frac{d}{dx_1} \Phi(x_1, y_1) + \Delta x \frac{1}{\sqrt{q}} \times \\ &\times \Phi(x'_1, y_1) \frac{d}{dx_1} n(x_1, y_1). \end{aligned}$$

Учитывая, что для электроннолучевых трубок с высокой разрешающей способностью $\sqrt{q} \gg 1$, а производные сигнала и шума одного порядка, можно ограничиться тремя первыми членами разложения и записать

$$\Delta x \frac{d}{dx_1} \Phi(x_1, y_1) + \Phi(x'_1, y_1) \frac{1}{\sqrt{q}} n(x'_1, y_1) = 0.$$

Отсюда

$$\Delta x = \frac{\Phi_3 n(x'_1, y_1)}{\sqrt{q} \frac{d}{dx_1} \Phi(x_1, y_1)}.$$

Среднеквадратичное значение погрешности

$$\sigma_{\Delta x} = \sqrt{(\Delta x)^2} = \frac{\Phi_3}{\sqrt{q} \left[\frac{d}{dx_1} \Phi(x_1, y_1) \right]}. \quad (8)$$

Из соотношения (8) следует, что для уменьшения погрешности необходимо порог выбирать в точке, где производная сигнала максимальна. Можно показать, что при $a \gg r$ оптимальным является порог на уровне $0,5 \Phi_0$. На практике обычно выполняется условие $a \geq r$. При этом можно считать порог $0,5 \Phi_0$ близким к оптимальному. Для этого случая среднеквадратичное значение погрешности равно

$$\sigma_{\Delta x} = \frac{1,25}{\sqrt{q \sin \alpha}}. \quad (8')$$

Не всегда основной вклад в погрешность измерения вносят шумы ЭЛТ. Если исследуемым объектом является изображение на фотоматериале, то основную роль играют шумы, обусловленные гранулярностью фотослоя [5]. В большинстве случаев исследуемыми объектами являются тонкие линии (треки ядерных частиц, осциллограммы, графики и т. д.). Коэффициент поглощения светового потока фотографическим изображением бесконечно тонкой линии можно записать [6] так:

$$\tau(x, y) = e^{-\frac{(x \sin \alpha - y \cos \alpha)^2}{2a^2}}. \quad (9)$$

Параметр a имеет смысл полуширины изображения и определяется частотно-контрастной характеристикой фотоматериала и оптической системы, с помощью которой производилось фотографирование.

В результате воздействия шума коэффициент поглощения (9) становится случайной функцией, которую можно представить

$$\tau(x, y) = \tau_0(x, y) + \sigma_{ш} n(x, y); \quad (10)$$

здесь $\tau_0(x, y)$ — неслучайная функция; остальные параметры имеют тот же смысл, что и в (4). В общем случае (10) некорректно, поскольку при $\tau_0 = 1$ τ может быть и больше 1, а при $\tau_0 = 0$ значение τ может быть отрицательным. Ниже будет показано, что для оценки погрешности важны только фронты сигнала и при $\sqrt{q} \gg 1$ соотношение (10) применимо.

Согласно (2), для прошедшего потока

$$\Phi(x_1, y_1) = \Phi_0 \left[1 - \frac{a^2}{\sqrt{a^2 + r^2}} e^{-\frac{(x_1 \sin \alpha - y_1 \cos \alpha)^2}{2(a^2 + r^2)}} \right] + \frac{\Phi_0}{\sqrt{q}} N(x_1, y_1), \quad (11)$$

где $N(x_1, y_1)$ представляет собой шум $n(x_1, y_1)$, прошедший через фильтр, каким является световое пятно конечного размера, а q — отношение сигнал/шум на выходе фильтра. Закон распределения $N(x_1, y_1)$ определялся экспериментально. В результате получено нормальное распределение шума по амплитудам.

В дальнейшем нас будут интересовать только переменная составляющая светового потока при движении пятна вдоль одной из осей координат

$$\Phi(x_1) = \Phi_0 \left[\frac{a}{\sqrt{a^2 + r^2}} e^{-\frac{x_1 \sin \alpha}{2(a^2 + r^2)}} - \frac{1}{\sqrt{q}} N(x_1) \right]. \quad (12)$$

При выбранном пороге по точкам x'_1 и x''_1 (рис. 2) можно определить положение осевой линии изображения с погрешностью, обусловленной воздействием шума. Для определения погрешности найдем вероятность пересечения заданного порога Φ_3 снизу вверх. Вероятность пересечения Φ_3 в достаточно малом интервале Δx определяется [7] как

$$P \left\{ \Phi_3 - \Delta \Phi < \Phi(x) < \Phi_3; \frac{d\Phi(x)}{dx} > 0 \right\} = \Delta x \int_0^{\infty} \Phi'(x) W_2(\Phi_3, \Phi'(x), x) d\Phi'.$$

Разделив это равенство на Δx и переходя к пределу ($\Delta x \rightarrow 0$), получим плотность вероятности пересечения порога Φ_3 в точке x , которая при условии, что вероятность только одного пересечения близка к 1 [8], совпадает с вероятностью срабатывания устройства в этой точке:

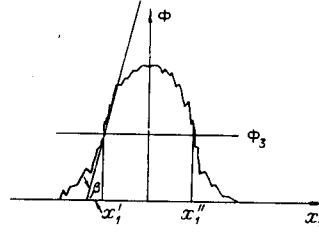


Рис. 2.

$$W(\Phi_3, x) = \int_0^{\infty} \Phi'(x) W_2(\Phi_3, \Phi', x) d\Phi'$$

($W_2(\Phi_3, \Phi', x)$ — совместное распределение сигнала и его производной в точке x). Известно [7], что

$$W_2(\Phi, \Phi', x) = \frac{q}{2\pi\Phi_0^2\omega_1^2} \exp \left\{ -\frac{q}{2\Phi_0^2} \left[(\Phi - \Phi(x))^2 + \frac{1}{\omega_1^2} (\Phi' - \Phi'(x))^2 \right] \right\}$$

($\omega_1 = K''(0)$; $K(\Delta x)$ — корреляционная функция шума). Для плотности вероятности пересечения порога Φ_3 в точке x

$$W(\Phi_3, x) = \frac{q}{2\pi\Phi_0^2\omega_1^2} \exp \left\{ -\frac{q}{2\Phi_0^2} [\Phi_3 - \Phi(x)]^2 \right\} \int_0^{\infty} \Phi' \exp \times \\ \times \left\{ -\frac{q}{2\Phi_0^2\omega_1^2} [\Phi' - \Phi'(x)]^2 \right\} d\Phi'. \quad (13)$$

Выполнив интегрирование, будем иметь

$$W(\Phi_3, x) = \frac{1}{2\pi} \exp \left\{ -\frac{q}{2\Phi_0^2} [\Phi_3 - \Phi(x)]^2 \right\} \left[e^{-\frac{q\Phi'(x)^2}{2\Phi_0^2\omega_1^2}} + \right. \\ \left. + \frac{\sqrt{2\pi q} \Phi'(x)}{\Phi_0\omega_1} F \left(\frac{\Phi'(x) \sqrt{q}}{\Phi_0\omega_1} \right) \right].$$

Соотношение (13) позволяет в каждом конкретном случае определить погрешность пересечения заданного порогового значения сигналом. Соотношение можно упростить, предполагая, что крутизна фронта сигнала в области порогового значения постоянна и отношение сигнал/шум $q \gg 1$. В этом случае для $\Phi(x)$ можно записать (см. рис. 2)

$$\Phi(x) = x \operatorname{tg} \beta + \Phi_1.$$

Подставив это выражение в (13), получим

$$W(\Phi_3, x) = A \exp \left\{ -\frac{q}{2\Phi_0^2} (\Phi_3 - x \operatorname{tg} \beta - \Phi_1)^2 \right\},$$

т. е. нормальное распределение со среднеквадратичным отклонением, равным

$$\sigma_{x_1} = \frac{\Phi_0}{\sqrt{q} \operatorname{tg} \beta}. \quad (14)$$

$\operatorname{tg} \beta$ определим, продифференцировав (12) по x_1 :

$$\Phi'_{x_1}(x_1) = -\frac{a \Phi_0 x_1 \sin \alpha}{\sqrt{a^2 + r^2} (a^2 + r^2)} e^{-\frac{x_1^2 \sin^2 \alpha}{2(a^2 + r^2)}} = \operatorname{tg} \beta.$$

Порог необходимо выбирать при максимуме производной. Максимального значения $\operatorname{tg} \beta$ достигает при $x_1 = \pm \frac{\sqrt{a^2 + r^2}}{\sin \alpha}$. Следовательно,

$$\operatorname{tg} \beta_{\max} = \Phi_0 \frac{a \sin \alpha}{a^2 + r^2} e^{-0,5} \cong 0,6 \Phi_0 \frac{a \sin \alpha}{a^2 + r^2}. \quad (15)$$

С учетом (15) выражение (14) примет вид

$$\sigma_{x_1}' = \frac{a^2 + r^2}{0,6a \sqrt{q} \sin \alpha}. \quad (16)$$

Определим в качестве примера погрешности сканирующего автомата [2], который имеет следующие параметры: отношение сигнал/шум в каналах решеток $\sqrt{q} = 15$, в канале изображения $\sqrt{q} = 10$; диаметр сканирующего пятна 30 мкм; углы наклона реперных линий в каналах x и y к направлению сканирования 90° и 45° соответственно. Ширина трека, координаты которого определяются, 60 мкм. Ширина координатных линий и промежутков между ними 48 мкм. Погрешности привязки пятна к координатным решеткам:

$$\sigma_x = \frac{1,25 \cdot 15}{15} = 1,25 \text{ мкм}; \quad \sigma_y = \frac{1,25 \cdot 15}{15 \cdot 0,7} = 1,78 \text{ мкм}.$$

Найдем погрешность измерения центра трека. Поскольку центр определяется по переднему и заднему фронтам, то, считая погрешности для обоих фронтов некоррелированными, получим (для $\alpha = 90^\circ$)

$$\sigma_T = \frac{a^2 + r^2}{\sqrt{2} \cdot 0,6a \sqrt{q} \sin \alpha} = \frac{30^2 + 15^2}{1,41 \cdot 0,6 \cdot 30 \cdot 10} = 4,4 \text{ мкм}.$$

Полные погрешности измерения координат трека равны:

$$\sigma_{T_x} = \sqrt{\sigma_x^2 + \sigma_T^2} \cong 4,6 \text{ мкм}; \quad \sigma_{T_y} = \sqrt{\sigma_y^2 + \sigma_T^2} \cong 4,7 \text{ мкм}.$$

Полученные оценки величин погрешностей не определяют еще потенциальной точности отсчета координат сканирующих устройств рассматриваемого типа. Дальнейшее повышение точности возможно за счет применения фильтрации, и, в частности, уменьшение погрешности обусловленной шумами в каналах оптических решеток, может быть достигнуто применением подстраиваемых интерполяционных генераторов [9].

ЛИТЕРАТУРА

1. В. Ф. Борисовский и др. Сканирующий автомат на электроннолучевой трубке. Препринт ОИЯИ, Р10-3631. Дубна, 1967.
2. С. Т. Васьков и др. Сканирующий автомат для ввода в ЭЦВМ пленочной информации.— Автометрия, 1970, № 2.
3. А. И. Петренко. Автоматический ввод графиков в электронные вычислительные машины. М., «Энергия», 1968.
4. В. С. Вайнштейн и др. Автоматизация обработки экспериментальной оптической информации с применением ЭВМ.— Измерительная техника, 1970, № 10.
5. М. А. Айгори. Спектры гранулярности.— Техника кино и телевидения, 1969, № 3.
6. К. В. Вендеровский, А. И. Вейцман. Резкость фотографического изображения.— В сб. «Иконика». М., «Наука», 1968.
7. Б. Р. Левин. Теоретические основы статистической радиотехники. М., «Советское радио», 1969.
8. Gianfranco L. Cariolaro. Time Jitter Coupled by Noise in Trigger Circuits.— IEEE Trans. on Information Theory, 1968, v. IT-14, № 4.
9. С. Т. Васьков, А. М. Остапенко. Повышение точности кодирования координат с помощью подстраиваемого интерполяционного генератора.— Автометрия, 1971, № 2.

Поступила в редакцию
22 апреля 1971 г.