АКАДЕМИЯ НАУК СССР
СИБИРСКОЕ ОТДЕЛЕНИЕ
АВТОМЕТРИЯ

№ 3 1971

УДК 621.314

В. Л. БЕНИН, В. У. КИЗИЛОВ, Ю. П. РЕДЬКО
(Харьков)

МЕТОДИЧЕСКАЯ ПОГРЕШНОСТЬ ВРЕМЯ-ИМПУЛЬСНЫХ ИЗМЕРИТЕЛЬНЫХ ПРЕОБРАЗОВАТЕЛЕЙ МОЩНОСТИ

Измерительные преобразователи мощности (ИПМ) переменного тока, основанные на принципе время-импульсных множительных устройств (ВИМУ), получают все большее распространение, и поэтому анализ их погрешности представляет интерес.

Основными элементами ВИМУ являются [1] широтно-импульсный модулятор (ШИМ) и амплитудный модулятор (АМ) (рис. 1). Выходной сигнал ВИМУ представляет собой модулированные импульсы напряжения: по ширине в ШИМ — током $i(t)$, по амплитуде в АМ — напряжением $u(t)$. Частота следования выходных импульсов во много раз превышает частоту напряжения $u(t)$ и тока $i(t)$.

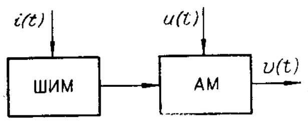

Рис. 1.

Особый интерес представляет постоянная составляющая выходного сигнала, с определенной погрешностью пропорциональная активной мощности контролируемой цепи. Нахождение постоянной составляющей выходного напряжения ИПМ, пропорциональной активной мощности, путем суммирования отдельных импульсов выходного напряжения за период изменения тока контролируемой цепи громоздко и неэффектно.

В общем случае высокочастотные колебания ШИМ и низкочастотные колебания в контролируемой цепи несинхронизованы и частоты их некратны. Кратность частот в реальном ИПМ имеет преходящий характер и нарушается флюктуациями в токе и напряжении контролируемой цепи, в самом ШИМ. Поэтому распределение импульсов выходного напряжения ИПМ в разные периоды T изменения тока $i(t)$ неодинаково. Если рассматривать установившийся режим, т. е. достаточно большое число периодов T, то импульсы выходного напряжения примут все возможные значения и положения внутри периода T, в пределе давая непрерывное распределение.

Следовательно, среднее значение выходного напряжения ИПМ за достаточно продолжительное время наблюдения равно среднему значению выходного напряжения за один период T в предположении, что импульсы выходного напряжения внутри периода T распределены непрерывно. При таком подходе среднее выходное напряжение отыскивается как среднее по множеству периодов T.

Согласно принципу действия ВИМУ, площадь импульса напряжения на его выходе $v(t)$ за один период высокочастотного колебания $\tau(t)$ равна

$$v(t) = \int_{t}^{t+\tau(t)} u(\theta)\, d\theta, \tag{1}$$

где $u(\theta)$ — напряжение контролируемой цепи, подаваемое на вход АМ. Величина $v(t)$ зависит не только от напряжения $u(t)$ и момента времени t, но и от принципа выполнения ИПМ. Период $\tau(t)$ высокочастотного колебания ШИМ зависит от модулирующего воздействия $i(t)$.

Среднее значение импульса выходного напряжения, определяемое за соответствующий период $\tau(t)$,

$$v'(t) = \frac{v(t)}{\tau(t)} \tag{2}$$

можно рассматривать как плотность импульса выходного напряжения в данный момент. Средняя величина выходного импульса $dv(t)$ за бесконечно малый промежуток времени dt описывается выражением

$$dv(t) = v'(t)\, dt. \tag{3}$$

Предполагая распределение выходных импульсов непрерывным внутри периода T при усреднении по множеству периодов изменения тока $i(t)$, получаем с учетом (2) и (3) выражение для среднего выходного напряжения

$$V = \frac{1}{T} \int_{0}^{T} \frac{v(t)}{\tau(t)}\, dt. \tag{4}$$

Проиллюстрируем предлагаемый способ определения выходного напряжения V по (4) на примере ИПМ с переменным периодом высокочастотных колебаний [2].

Выходное напряжение таких ИПМ за период высокой частоты представляет собой два знакопеременных импульса с длительностями t_1 (положительного) и t_2 (отрицательного) (рис. 2) и с амплитудами, определяемыми напряжением $u(\theta)$ на АМ. Импульс выходного напряжения $v(t)$ по выражению (1)

$$v(t) = \int_{t-t_1}^{t} u(\theta)\, d\theta - \int_{t}^{t+t_2} u(\theta)\, d\theta, \tag{5}$$

где t определяет момент переключения, отсчитываемый от начала периода изменения тока $i(t)$. Времена t_1 и t_2 обусловливаются законом модуляции ШИМ, который в рассматриваемом случае имеет вид

$$\begin{cases} \dfrac{\tau_0}{2} = t_1 - \displaystyle\int_{t-t_1}^{t} i(\theta)\, d\theta; \\ \dfrac{\tau_0}{2} = t_2 + \displaystyle\int_{t}^{t+t_2} i(\theta)\, d\theta, \end{cases} \tag{6}$$

где τ_0 — период высокочастотных колебаний ШИМ при отсутствии модуляции; $i(\theta)$ — модулирующее ШИМ воздействие, пропорциональное току контролируемой цепи; максимальное значение $i(\theta)$ представляет собой глубину модуляции, которая при нормальной работе всегда меньше единицы. Между t_1, t_2 и $\tau(t)$ имеет место соотношение

$$\tau(t) = t_1 + t_2, \qquad (7)$$

причем t_1 и t_2 также зависят от рассматриваемого момента переключения t.

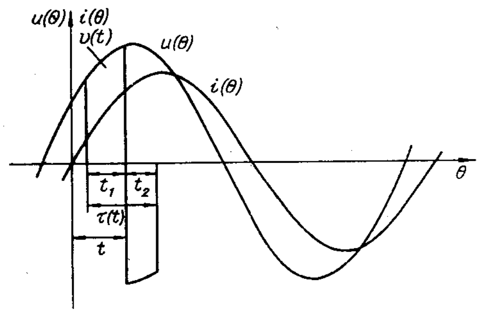

Рис. 2.

Математическая формулировка условий работы ИПМ [см. (5)—(7)] предполагает выполнение его из идеальных элементов. Рассматриваемая ниже погрешность ИПМ является погрешностью метода определения произведения тока и напряжения контролируемой цепи, т. е. является методической.

Отыскание точного отношения $\frac{v(t)}{\tau(t)}$ по уравнениям (5)—(7) в общем случае задания функций $u(\theta)$ и $i(\theta)$ практически невозможно.

Решение задачи проведено приближенным способом с учетом малости периода τ_0 по сравнению с периодом изменения $u(\theta)$ и $i(\theta)$. Величины t_1 и t_2 отыскивались в форме степенного ряда по τ_0 с удержанием величин третьего порядка малости

$$t_i = \alpha_i \tau_0 + \beta_i \tau_0^2 + \gamma_i \tau_0^3 \quad (i = 1, 2). \qquad (8)$$

Если в уравнениях (6) провести разложение подынтегральной функции $i(\theta)$ в ряд Тейлора в точке рассматриваемого момента переключения t, подставить t_1 и t_2 в форме (8) и приравнять коэффициенты при равных степенях τ_0, то выражения для коэффициентов в решении типа (8) будут иметь следующий вид:

$$\alpha_i = \frac{1}{2[1 \mp i(t)]}; \qquad \beta_i = -\frac{i'(t)}{8}\frac{1}{[1 \pm i(t)]^3};$$
$$\gamma_i = \pm\frac{i''(t)}{48(1 \mp i(t)]^4} + \frac{[i'(t)]^2}{16}\frac{1}{[1 \mp i(t)]^5}, \qquad (9)$$

причем при вычислении коэффициентов с индексом «1» нужно брать верхний знак, при вычислении коэффициентов с индексом «2» — нижний знак.

Для импульса выходного напряжения $v(t)$ после разложения подынтегральной функции $u(\theta)$ в ряд Тэйлора в точке t, интегрирования и удержания в разложении величин t_1 и t_2 третьего порядка малости получаем

$$v(t) = (t_1 - t_2)\,u(t) + (t_1^2 + t_2^2)\frac{u'(t)}{2!} + (t_1^3 - t_2^3)\frac{u''(t)}{3!}. \qquad (10)$$

Учитывая затем в отношении $\frac{v(t)}{\tau(t)}$ величины второго порядка малости τ_0 из (7)—(10), для среднего выходного напряжения V из (4) найдем следующее выражение:

$$V = \frac{1}{T}\int_0^T u(t)\,i(t)\,dt - \frac{1}{2}\frac{\tau_0}{T}\int_0^T \frac{u(t)\,i'(t) + 0{,}5u'(t)\,[1 + i^2(t)]}{1 - i^2(t)}\,dt +$$
$$+ \frac{1}{8}\frac{\tau_0^2}{T}\int_0^T \left\{ \frac{i''(t)u(t)}{3}\,\frac{1 + 2i^2(t) - 3i^4(t)}{[1 - i^2(t)]^3} + [i'(t)]^2\,i(t)\,u(t) \times \right.$$

$$\times \frac{3-2i^2(t)-i^4(t)}{[1-i^2(t)]^4} + \frac{i'(t)\,u'(t)}{2}\,\frac{1+8i^2(t)-i^4(t)}{[1-i^2(t)]^3} + \frac{i(t)\,u''(t)}{3}\,\frac{3+i^2(t)}{[1-i^2(t)]^2}\Big\}\,dt. \tag{11}$$

Первый интеграл в (11) представляет собой активную мощность контролируемой цепи; второй интеграл при периодических функциях $u(t)$ и $i(t)$ равен нулю, а по величине третьего интеграла можно оценить погрешность преобразования. Если принять, что характеристика идеального линейного преобразователя проходит через точку на характеристике реального преобразователя (11) при номинальных токе $i_н(t)$ и напряжении $u_н(t)$ (нулевая точка реального и идеального преобразователей совпадает), то погрешность преобразования можно найти, взяв разность между выражениями для идеального и реального преобразователей.

При синусоидальных токе $i(t) = i \sin\frac{2\pi}{T}t$ и напряжении $u(t) = u \sin\left(\frac{2\pi}{T}t+\varphi\right)$ приведенная погрешность в процентах преобразования Δ в указанном выше смысле определяется так:

$$\Delta = 83\left(\frac{\tau_0}{T}\right)^2\left[\frac{-5+7{,}25i^2+3{,}4i^4}{(1-i^2)^{5/2}} - \frac{-5+7{,}25i_н^2+3{,}4i_н^4}{(1-i_н^2)^{5/2}}\right]\frac{i}{i_н}. \tag{12}$$

Как видно, погрешность Δ зависит от модуляции ШИМ и не зависит от коэффициента мощности $\cos\varphi$ и напряжения питания АМ, что подтверждается экспериментом. Выражение (12) приближенное и имеет границу применимости, зависящую от соотношения периодов τ_0/T и глубины модуляции ШИМ. Исследование проведенных приближений показывает, что для вычисления (12) с погрешностью 0,1% величина τ_0/T должна удовлетворять соотношению

$$\frac{\tau_0}{T} \leqslant \frac{1-i_н}{5\pi}\sqrt[3]{\frac{3}{i_н}}. \tag{13}$$

Если $i_н = 0{,}5$, методическая погрешность с указанной точностью определяется при $\frac{\tau_0}{T} \leqslant 0{,}058$, что практически всегда имеет место. Для относительно больших отношений τ_0/T расчетное значение Δ оказывается завышенным.

ЛИТЕРАТУРА

1. В. Б. Смолов, Е. П. Угрюмов. Время-импульсные вычислительные устройства. Л., «Энергия», 1968.
2. H. R. Ryerson. Power Measurement by Time-division Multiplication.— Instrum. and Contr. Syst., 1963, № 1.

Поступила в редакцию 23 октября 1970 г., окончательный вариант — 18 марта 1971 г.