АКАДЕМИЯ НАУК СССР
СИБИРСКОЕ ОТДЕЛЕНИЕ
АВТОМЕТРИЯ

№ 3 1971

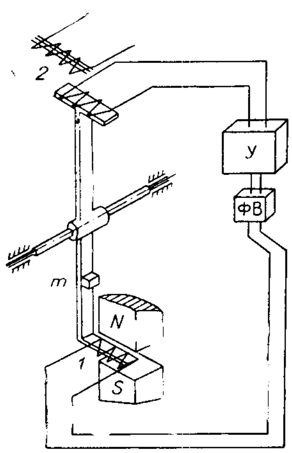
УДК 531.768.068.9

АНАЛОГОВЫЕ И ЦИФРОВЫЕ ИЗМЕРИТЕЛЬНЫЕ ПРИБОРЫ И ПРЕОБРАЗОВАТЕЛИ

А. Б. КУРЗНЕР, А. Е. СИНЕЛЬНИКОВ, И. Б. ЧЕЛПАНОВ
(Ленинград)

О СИСТЕМАТИЧЕСКИХ ПОГРЕШНОСТЯХ МАЯТНИКОВЫХ АКСЕЛЕРОМЕТРОВ ПРИ СЛУЧАЙНОЙ ВИБРАЦИИ ОСНОВАНИЯ

Как известно [1—6], при работе маятника на вибрирующем основании его угол отклонения от вертикали содержит наряду с переменной постоянную составляющую («увод»), определяемую как характером и параметрами вибрации, так и характеристиками самого маятника. Поскольку маятники являются чувствительными элементами ряда высокоточных приборов, появление увода влечет за собой дополнительные погрешности, которые необходимо учитывать в процессе измерения и при поверке.



Оценим величину этих погрешностей у одного из наиболее точных приборов этой группы — маятникового компенсационного акселерометра.

Принципиальная схема прибора приведена на рисунке, где *1* и *2* — преобразователи угла и момента соответственно, электрически связанные между собой через усилитель У и фазочувствительный выпрямитель ФВ; m — масса разбаланса. Принцип действия и достоинства прибора хорошо известны [7]. Работа прибора описывается системой дифференциальных уравнений

$$\begin{cases} J\ddot{\varphi} + H\dot{\varphi} + k\varphi = M_{\text{и}} - M_{\text{пр}}; \\ rI = U_{\text{у}} + Blr_{\text{пр}}\dot{\varphi}; \\ U_{\text{у}} = K_{\text{п}}K_{\text{у}}\varphi; \\ M_{\text{пр}} = Blr_{\text{пр}}I, \end{cases} \quad (1)$$

где J — момент инерции подвижной системы; φ — угол поворота подвижной системы; H — коэффициент демпфирования; k — коэффициент жесткости по углу поворота; $M_{\text{и}}$, $M_{\text{пр}}$ — момент сил инерции и момент противодействующий; r — сопротивление цепи катушки преобразователя момента; I — ток в цепи катушки преобразователя момента; $U_{\text{у}}$ — напряжение на выходе усилителя; $K_{\text{у}}$, $K_{\text{п}}$ — коэффициенты преобразования усилителя и преобразователя угла; B — индукция в зазоре преобразователя момента; l — длина провода катушки преобразователя момента; $r_{\text{пр}}$ — плечо противодействующей силы. Индуктивностью электрической цепи пренебрегаем.

При двухкомпонентной вибрации основания при малых углах φ

$$M_{\text{и}} \approx ml_1 [a_1(t)\varphi + a_2(t)], \tag{2}$$

где l_1 — приведенная длина маятника; $a_1(t)$, $a_2(t)$ — перпендикулярная и параллельная оси чувствительности прибора компоненты виброускорения. С учетом (2) система (1) сводится к двум дифференциальным уравнениям:

$$J\ddot{\varphi} + H\dot{\varphi} + k\varphi = ml_1[a_1(t)\varphi + a_2(t)] - Blr_{\text{пр}} I; \tag{3}$$

$$rI = K_{\text{у}} K_{\text{п}} \varphi + Blr_{\text{пр}}\dot{\varphi}. \tag{4}$$

Подставляя выражение для тока I из (4) в (3), получим упрощенное уравнение движения подвижной части акселерометра

$$J\ddot{\varphi} + \left[H + \frac{(Blr_{\text{пр}})^2}{r}\right]\dot{\varphi} + \left(k + Blr_{\text{пр}}\frac{K_{\text{п}}K_{\text{у}}}{r}\right)\varphi = ml_1[a_1(t)\varphi + a_2(t)]. \tag{5}$$

Введем обозначения:

$$2h = \frac{Hr + (Blr_{\text{пр}})^2}{Jr}; \quad \omega_0^2 = \frac{kr + Blr_{\text{пр}}K_{\text{п}}K_{\text{у}}}{Jr}; \quad \frac{1}{l_2} = \frac{ml_1}{J}. \tag{6}$$

Уравнение (5) с учетом (6) примет следующий вид:

$$\ddot{\varphi} + 2h\dot{\varphi} + \left[\omega_0^2 - \frac{a_1(t)}{l_2}\right]\varphi = \frac{a_2(t)}{l_2}. \tag{7}$$

Подобное уравнение было приближенно решено рядом авторов [1—6] в условиях действия детерминированной (гармонической или полигармонической) вибрации и были получены выражения для уводов. При исследовании уводов из-за случайных вибраций обычно принимается, что по отношению к горизонтальной составляющей ускорения инерционностью маятника можно пренебречь [8].

Ниже описан приближенный метод решения задачи при учете динамических свойств маятника, получено общее выражение угла увода и рассмотрен ряд предельных и конкретных случаев.

Пусть компоненты виброускорения $a_1(t)$ и $a_2(t)$ — стационарные случайные функции с нулевыми средними, т. е.

$$\langle a_1(t) \rangle = \langle a_2(t) \rangle = 0. \tag{8}$$

Нестационарное уравнение (7) будем решать, полагая нестационарность малой величиной

$$\frac{\sigma_1}{l_2} \ll \omega_0^2, \tag{9}$$

где σ_1^2 — дисперсия процесса $a_1(t)$.

Перепишем (7) следующим образом:

$$\ddot{\varphi} + 2h\dot{\varphi} + \omega_0^2\varphi = \frac{a_2}{l_2} + \varepsilon\frac{a_1}{l_2}\varphi, \tag{10}$$

где ε — безразмерный параметр, который в дальнейшем положим равным единице.

Решение (10) ищем в виде разложения в ряд по ε

$$\varphi=\varphi_0+\varepsilon\varphi_1+\varepsilon^2\varphi_2+\ldots \tag{11}$$

Подставляя (11) в (10) и приравнивая слагаемые при одинаковых степенях ε, получим систему уравнений для первых двух членов разложения в ряд:

$$\ddot{\varphi}_0+2h\dot{\varphi}_0+\omega_0^2\varphi_0=\frac{a_2}{l_2}; \tag{12}$$

$$\ddot{\varphi}_1+2h\dot{\varphi}+\omega_0^2\varphi_1=\frac{a_1}{l_2}\varphi_0. \tag{13}$$

Установившиеся решения (12) и (13) выразим через интеграл Дюамеля

$$\varphi_0=\frac{1}{\omega_1}\int_0^\infty \sin\omega_1\tau\, e^{-h\tau}\frac{a_2(t-\tau)}{l_2}\,d\tau; \tag{14}$$

$$\varphi_1=\frac{1}{\omega_1}\int_0^\infty \sin\omega_1\tau_1\, e^{-h\tau_1}\frac{a_1(t-\tau_1)}{l_2}\varphi_0(t-\tau_1)\,d\tau_1=\frac{1}{\omega_1^2 l_2^2}\int_0^\infty\int_0^\infty \sin\omega_1\tau\times$$

$$\times\sin\omega_1\tau_1\, e^{-h\tau}e^{-h\tau_1}a_1(t-\tau_1)\,a_2(t-\tau-\tau_1)\,d\tau\,d\tau_1, \tag{15}$$

где $\omega_1=\sqrt{\omega_0^2-h^2}$. Применяя к (14) операцию математического ожидания и используя (8), найдем

$$\langle\varphi_0\rangle=\frac{1}{\omega_1 l_2}\int_0^\infty \sin\omega_1\tau\, e^{-h\tau}\langle a_2(t-\tau)\rangle\,d\tau=0, \tag{16}$$

т. е. величина φ_0 постоянной составляющей не имеет. Постоянная составляющая φ_1 описывается соотношением

$$\langle\varphi_1\rangle=\frac{1}{\omega_1^2 l_2^2}\int_0^\infty\int_0^\infty \sin\omega_1\tau\sin\omega_1\tau_1\, e^{-h\tau}e^{-h\tau_1}\langle a_1(t-\tau_1)\,a_2(t-\tau-\tau_1)\rangle\times$$

$$\times\, d\tau\, d\tau_1. \tag{17}$$

Выражение

$$\langle a_1(t-\tau_1)\,a_2(t-\tau-\tau_1)\rangle=K_{12}(\tau) \tag{18}$$

представляет собой взаимную корреляционную функцию процессов $a_1(t)$ и $a_2(t)$, которая будет зависеть от разности их аргументов, если процессы стационарно связаны. После подстановки (18) в (17) выражение для φ_1 существенно упрощается:

$$\langle\varphi_1\rangle=\frac{1}{\omega_0^2 l_2^2}\int_0^\infty \frac{\sin\omega_1\tau}{\omega_1}e^{-h\tau}K_{12}(\tau)\,d\tau. \tag{19}$$

Таким образом, уже в первом приближении в решении может появиться ненулевая постоянная составляющая. Для этого необходимо, чтобы существовала статистическая связь процессов $a_1(t)$ и $a_2(t)$, т. е. $K_{12}(\tau)\neq 0$.

Если колебания основания являются относительно низкочастотными (постоянная времени маятника значительно ниже постоянной времени корреляции колебаний), то в интеграле (19) можно приближенно считать $K_{12}(\tau) \approx K_{12}(0)$ на интервале, где множитель $e^{-h\tau}$ существенно отличен от нуля. Тогда получаем

$$\langle \varphi_1 \rangle \approx \frac{K_{12}(0)}{\omega_0^4 l_2^2}. \tag{20}$$

Это хорошо известный случай, когда динамические свойства маятника не проявляются и имеет значение только его статистический коэффициент, пропорциональный квадрату частоты свободных колебаний.

Если ускорения движения основания представляют собой широкополосные процессы вплоть до частот, значительно превышающих частоту свободных колебаний маятника, то корреляционная функция $K_{12}(\tau)$ быстро затухает, и на интервале, где она существенно отлична от нуля, можно заменить весовую функцию маятника ее первым членом разложения в ряд. Тогда

$$\langle \varphi_1 \rangle \approx \frac{1}{\omega_0^2 l_2^2} \int_0^\infty \tau K_{12}(\tau)\, d\tau. \tag{21}$$

Как и в первом предельном случае, из характеристик маятника в (21) входит только статистический коэффициент, однако в знаменателе стоит квадрат частоты, а не четвертая степень.

В частном случае «косой» (однокомпонентной) вибрации $a_0(t)$ под углом γ

$$a_1(t) = a_0(t)\sin\gamma; \quad a_2(t) = a_0(t)\cos\gamma. \tag{22}$$

Следовательно,

$$K_{12}(\tau) = \sin\gamma\cos\gamma\, K_0(\tau) = \frac{1}{2} K_0(\tau)\sin 2\gamma, \tag{23}$$

где $K_0(\tau)$ — автокорреляционная функция процесса $a_0(t)$.

Величина увода, приведенная к входному сигналу акселерометра, соответствует некоторой погрешности Δw, которая для «косой» вибрации равна

$$\Delta w = \omega_0^2 l_2 \langle \varphi_1 \rangle = \frac{\sin 2\gamma}{2 l_2} \int_0^\infty \frac{\sin \omega_1 \tau}{\omega_1} e^{-h\tau} K_0(\tau)\, d\tau. \tag{24}$$

В качестве примера приведем выражения погрешностей для двух типичных автокорреляционных функций

$$1)\ K_0(\tau) = \sigma_0^2 e^{-\alpha|\tau|}; \tag{25}$$

$$\Delta w = \frac{\sigma_0^2 \sin 2\gamma}{2 l_2} \frac{1}{\omega_0^2 + \alpha^2 + 2h\alpha}; \tag{26}$$

$$2)\ K_0(\tau) = \sigma_0^2 e^{-\alpha|\tau|} \cos\Omega\tau; \tag{27}$$

$$\Delta w = \frac{\sigma_0^2 \sin 2\gamma}{2 l_2} \frac{\omega_0^2 - \Omega^2 + \alpha^2 + 2h\alpha}{(\omega_0^2 + \Omega^2 + \alpha^2 + 2h\alpha)^2 - 4\Omega^2(\omega_0^2 - h^2)}. \tag{28}$$

Полученные результаты могут быть использованы для оценки погрешностей и рационального выбора параметров акселерометров, предназначенных для работы в определенных вибрационных условиях.

ЛИТЕРАТУРА

1. П. Л. Капица. Динамическая устойчивость маятника при колебаниях точки подвеса.— ЖЭТФ, 1951, т. 21, вып. 5.
2. А. Е. Кобринский. Об уводе приборов, работающих в условии вибрации.— Приборостроение, 1957, № 10.
3. Ю. И. Иориш. Односторонний увод и вращение стрелок измерительных приборов, возникающие при вибрации.— Приборостроение, 1956, № 4.
4. С. С. Арутюнов. Систематические погрешности маятниковых акселерометров, обусловленные вибрацией основания.— ИВУЗ, Приборостроение, 1968, № 4.
5. В. Е. Забываев. Маятник с модулированной жесткостью.— ИВУЗ, Приборостроение, 1968, № 3.
6. А. Е. Синельников. Уводы маятника на вибрирующем основании в случае действия эллиптической вибрации.— Изв. АН СССР, Механика, 1965, № 6.
7. В. П. Селезнев. Навигационные устройства. М., Оборонгиз, 1961.
8. Л. А. Шойхет. Об уводе маятника под влиянием вибрации случайного характера. Труды II Всесоюзного совещания по основным проблемам теории машин и механизмов.— В сб. «Динамика машин». М., Машгиз, 1960.

Поступила в редакцию
31 марта 1971 г.