

И. С. ГИБИН, А. Г. КОЗАЧОК, Е. С. НЕЖЕВЕНКО,  
Ю. Н. СОЛОДКИН, П. Е. ТВЕРДОХЛЕБ, Ю. В. ЧУГУЙ  
(Новосибирск)

### АНАЛИЗ СПЕКТРОВ ОДНОМЕРНЫХ СИГНАЛОВ ОПТИЧЕСКИМИ МЕТОДАМИ

Известные анализаторы спектров принято делить на устройства, выполняющие математический и физический анализы [1]. В первом случае сигнал задается в аналитическом, графическом или табличном виде, а затем с помощью вычислительной машины определяется его спектр; во втором — спектр определяется с помощью специализированного устройства при воздействии сигнала на его вход. Как правило, сигналы имеют электрическую природу или преобразуются в электрические. Поэтому подавляющее большинство современных физических анализаторов — электронные приборы.

Математический спектральный анализ требует большого объема вычислительных операций. Так, при изучении искажений формы трех простейших импульсов фильтрами нижних частот для трех значений верхней граничной частоты затраты времени на машине БЭСМ-6 составили 40 мин [2]. Правда, алгоритм быстрого преобразования Фурье, реализуемый ЭЦВМ, значительно сокращает время вычислений [3]. Однако практическое использование ЭЦВМ не всегда экономически оправдано.

В свою очередь, электронные анализаторы спектров также обладают рядом существенных недостатков. Например, известно противоречие между разрешающей способностью таких устройств и временем анализа. Чем выше добротность, а следовательно, и разрешающая способность резонансных фильтров, осуществляющих спектральное разложение, тем больше длительность переходных процессов в фильтрах, или время анализа. Сказанное справедливо для анализаторов, работающих по методу последовательного анализа. В случае одновременного анализа, когда используется многоканальный анализатор, время анализа определяется длительностью сигналов. Однако при этом требуется большое число резонансных фильтров, причем наличие затухания в них приводит к тому, что спектр сигнала получается не в виде  $F(\omega)$ , а в виде  $F(\omega + j\alpha)$ , где  $\alpha$  — коэффициент затухания [1]. В существующих приборах одновременный анализ проводится обычно в узкой полосе частот. Поэтому для быстропотекающих процессов и одиночных импульсов стремятся приспособить последовательный анализ, применяя различные приемы для его ускорения [4].

Разрешающая способность современных электронных анализаторов спектров, определяемая отношением  $F/\Delta f$  ( $\Delta f$  — полоса пропускания фильтра,  $F$  — анализируемая полоса частот), не превышает величины  $10^3 - 2 \cdot 10^3$  [5].

Таким образом, известные анализаторы спектров обладают рядом недостатков, которых можно частично избежать при применении оптических анализаторов спектров, получивших развитие в последнее время. Работа таких устройств основана на том, что при освещении транспаранта, находящегося в передней фокальной плоскости линзы Л (рис. 1)

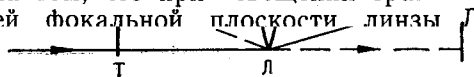


Рис. 1.

В одном из известных анализаторов [6] сигнал представлен в виде построчного растра, у которого функция амплитудного пропускания строк пропорциональна соответствующим участкам сигнала  $\varphi(x)$ . Число элементов разрешения при этом доведено до  $10^6-10^7$ . Однако трудности получения транспарантов, пропускание которых находилось бы в линейном соответствии с сигналом  $\varphi(x)$ , и анализа спектров знакопеременных сигналов требуют иных форм записи.

В настоящей работе рассматривается принцип действия и результаты экспериментального исследования анализатора спектров одномерных сигналов, представленных в виде «силуэтного» изображения  $f(x, y)$ , для которого пропускание близко к 1 в области, ограниченной осью абсцисс и контуром сигнала, и равно нулю в остальной области (рис. 2). Как будет показано ниже в этом случае можно избежать указанных недостатков.

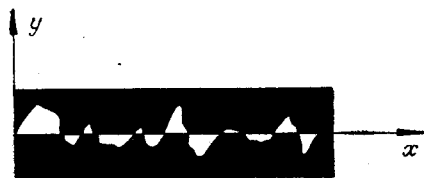


Рис. 2.

Рассмотрим принцип действия анализатора и основные расчетные соотношения. Пусть функция амплитудного пропускания транспаранта  $f(x, y)$ , освещаемого плоской монохроматической волной света, задана в виде

$$f(x, y) = \begin{cases} 1, & \text{если } x, y \in S_1; \\ -1, & \text{если } x, y \in S_2; \\ 0 & \text{в остальной области.} \end{cases}$$

Область  $S_1$  ограничивается кривой  $\varphi^+(x)$  и осью  $x$ , а область  $S_2$  — кривой  $\varphi^-(x)$  и осью  $x$  [ $\varphi^+(x)$  и  $\varphi^-(x)$  — положительные и отрицательные значения сигнала].

Отрицательное значение функции  $f(x, y)$  обеспечивается тем, что на пути световой волны, освещающей соответствующую область транспаранта, помещена полуволновая фазосдвигающая пластинка.

Тогда в задней фокальной плоскости линзы Л (см. рис. 1) получим световое распределение

$$\begin{aligned} F(u, v) &= \int_{-a}^a \int_0^{\varphi^+(x)} e^{j(ux+vy)} dy dx - \int_{-a}^a \int_{\varphi^-(x)}^0 e^{j(ux+vy)} dy dx = \\ &= \frac{1}{jv} \int_{-a}^a e^{jux} [e^{jv\varphi^+(x)} + e^{jv\varphi^-(x)} - 2] dx, \end{aligned} \quad (1)$$

где  $u, v$  — пространственные частоты, выражаемые через параметры оптической системы, как  $u = \frac{2\pi}{\lambda f} \xi$ ,  $v = \frac{2\pi}{\lambda f} \eta$ ;  $\xi, \eta$  — координаты задней фокальной плоскости линзы;  $\lambda$  — длина волны света;  $f$  — фокусное расстояние линзы. Интервал  $(-a, a)$  определяет длительность сигнала.

Рассматривая распределение комплексной амплитуды на прямой  $v=0$ , получим

$$F(u) = \int_{-a}^a \varphi(x) e^{jux} dx. \quad (2)$$

Формула (2) описывает спектр сигнала  $\varphi(x)$ . К ней можно прийти более естественным путем, если двумерное преобразование Фурье рассматривать как результат двух последовательных одномерных. Тогда при первом преобразовании (по координате  $y$ ), на прямой  $v=0$  получим амплитудное распределение, пропорциональное  $\varphi(x)$ , а при втором (по координате  $x$ ) — спектр этой функции.

Считывание светового распределения вдоль оси  $u$  может производиться сканирующим фотоприемником. Эта операция напоминает «пробегание» по частоте в электронных анализаторах, осуществляющих последовательный анализ. Разница состоит лишь в том, что время анализа в этом случае определяется не добротностью резонансного контура, а в основном скоростью сканирования и инерционностью регистрирующего устройства. При этом сигнал, снимаемый с выхода фотоприемника, пропорционален спектру мощности  $|F(u)|^2$ .

Спектральный анализ сигналов в оптических системах осуществляется с определенными погрешностями. Так, источниками погрешностей могут быть aberrации элементов оптики, конечный размер диафрагмы фотоприемника, флюктуации мощности лазерного излучения и др. Предварительные оценки показали, что наиболее существенные погрешности возникают из-за конечных размеров диафрагмы фотоприемника. Кроме того, размеры последней определяют число элементов разрешения устройства. Поэтому выясним зависимость погрешности анализатора и его разрешающей способности от размеров диафрагмы фотоприемника. Максимальная погрешность оптического анализатора будет иметь место тогда, когда на его вход подан прямоугольный импульс, длительность и амплитуда которого равны соответствующим параметрам входного окна. В этом случае спектр сигнала наиболее сжат, и к размерам диафрагмы фотоприемника предъявляются наиболее жесткие требования.

Предельную приведенную погрешность будем определять по формуле

$$\gamma = \frac{|F_{\max}(u, v)|^2 - I}{|F_{\max}(u, v)|^2},$$

$$\text{где } I = \frac{4}{\varepsilon \delta} \int_0^{\varepsilon/2} \int_0^{\delta/2} |F(u, v)|^2 du dv; \quad \varepsilon = \frac{2\pi}{\lambda f} \Delta \xi; \quad \delta = \frac{2\pi}{\lambda f} \Delta \eta;$$

$\Delta \xi$  и  $\Delta \eta$  — размеры диафрагмы фотоприемника в миллиметрах. Расчеты показывают, что

$$\gamma \approx \frac{\pi^2 [(\Delta \xi)^2 a^2 + (\Delta \eta)^2 b^2]}{9 \lambda^2 f^2}. \quad (3)$$

Если  $a=b$  и  $\Delta\xi=\Delta\eta$ , т. е. в случае применения квадратных входного окна и диафрагмы, то получим

$$\gamma \approx 2,2 \left( \frac{\delta}{u_a} \right)^2, \quad (4)$$

где  $u_a = 2\pi/a$  — ширина основного максимума спектра сигнала.

Из выражения (4) можно определить размер диафрагмы, если задана погрешность и параметры входного окна:

$$\Delta\xi = 0,68 \frac{\lambda f}{a} \sqrt{\gamma}. \quad (5)$$

Зная  $\Delta\xi$  и разрешающую способность оптической системы  $N$  (в лин/мм), определим число элементов разрешения устройства по формуле

$$R = \lambda f N / \Delta\xi. \quad (6)$$

Максимальная ширина полосы анализатора составляет

$$F = \frac{Na}{\tau_n}, \quad (7)$$

где  $\tau_n$  — длительность импульсного сигнала.

Формулы (3)—(7) можно использовать для расчета основных параметров анализатора с силуэтной формой представления сигналов. Так, например, для обеспечения погрешности в 1% при  $\lambda=0,63 \cdot 10^{-3}$  мм,  $f=2 \cdot 10^3$  мм,  $a=10$  мм,  $N=50$  лин/мм искомые параметры равны:  $\Delta\xi=9 \cdot 10^{-3}$  мм;  $R=7,5 \cdot 10^3$ ;  $F = \frac{0,5 \cdot 10^3}{\tau_n}$  (при  $\tau_n = 1$  мс;  $F=0,5$  МГц).

Отметим, что уменьшение размера диафрагмы с целью уменьшения погрешности и увеличения  $R$  ограничивается чувствительностью фотоприемников и мощностью лазеров непрерывного излучения. Поэтому при расчете анализаторов необходимо также учитывать параметры источников излучения и фотоприемников.

Перейдем к результатам экспериментов. На рис. 3 представлена рабочая схема оптического анализатора спектра, где приняты следующие обозначения: 1 — лазер; 2 и 4 — линзы коллиматора; 3 — точечная диафрагма; 5 — фазовая полуволновая пластинка; 6 — иммерсионная ванна; 7 — транспарант с изображением исследуемого сигнала и метки; 8 — кадрирующая рамка; 9 — сферическая линза; 10 — призма-куб; 11 — окуляр с перекрестием; 12 — спектральная щель; 13 — объектив; 14 — зеркальный дефлектор; 15 — фотоприемник с диафрагмой; 16 — регистрирующий прибор.

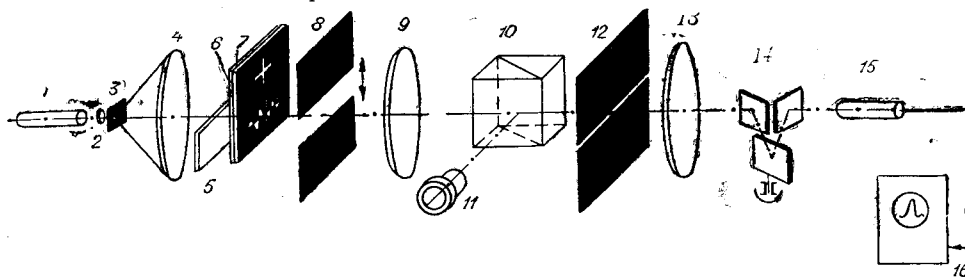


Рис. 3.

рагма; 5 — фазовая полуволновая пластинка; 6 — иммерсионная ванна; 7 — транспарант с изображением исследуемого сигнала и метки; 8 — кадрирующая рамка; 9 — сферическая линза; 10 — призма-куб; 11 — окуляр с перекрестием; 12 — спектральная щель; 13 — объектив; 14 — зеркальный дефлектор; 15 — фотоприемник с диафрагмой; 16 — регистрирующий прибор.

При освещении транспаранта с изображением сигнала коллимированным пучком лазера в задней фокальной плоскости линзы 9 образуется

амплитудное распределение согласно выражению (1). Участок этого распределения вдоль прямой  $v=0$  выделяется щелью 12 и с помощью объектива 13 проектируется на фотоприемник с диафрагмой 15, выходной сигнал которого регистрируется прибором 16. Для улучшения структуры коллимированного пучка в задней фокальной плоскости линзы 2 размещена точечная диафрагма 3.

С целью уменьшения фазовых шумов пленки, связанных с неоднородностью подложки и царапинами, транспарант с анализируемым сигналом помещается в иммерсионную ванну 6. В качестве иммерсионной жидкости использовалось касторовое масло, показатель преломления которого ( $n_k = 1,479$ ) незначительно отличается от показателя преломления пленки «Микрат-300» ( $n_n = 1,486$ ).

Отклонение светового распределения с постоянной скоростью относительно фотоприемника с диафрагмой 15 осуществляется зеркальным дефлектором 14. Зеркальный дефлектор состоит из двух неподвижных зеркал и одного подвижного, приводимого во вращение электродвигателем посредством кулачкового механизма. При соответствующем выборе скорости перемещения светового распределения возможна регистрация спектра мощности сигнала на ленте самопишущего прибора или его визуализации на экране осциллографа.

Сканирование светового распределения фотоприемником с диафрагмой непосредственно в плоскости щели 12 при большом размере входного изображения затруднено. Это связано с тем, что для повышения точности считывания необходимо применять диафрагмы с очень малым отверстием и предъявлять жесткие требования к допустимому смещению светового распределения относительно диафрагмы фотоприемника в направлении оси  $v$ . С помощью же объектива 13 световое распределение, выделяемое щелью 12, увеличивается до желаемых размеров. Кроме того, выбрав размер диафрагмы фотоприемника в направлении оси  $v$  таким, чтобы возможное смещение светового распределения не выходило за его пределы, можно значительно повысить точность считывания.

В анализаторе предусмотрено устройство ориентации входного изображения относительно положения щели 12. Оно состоит из призмыкуба 10, окуляра с перекрестием 11 и механизма для поворота иммерси-

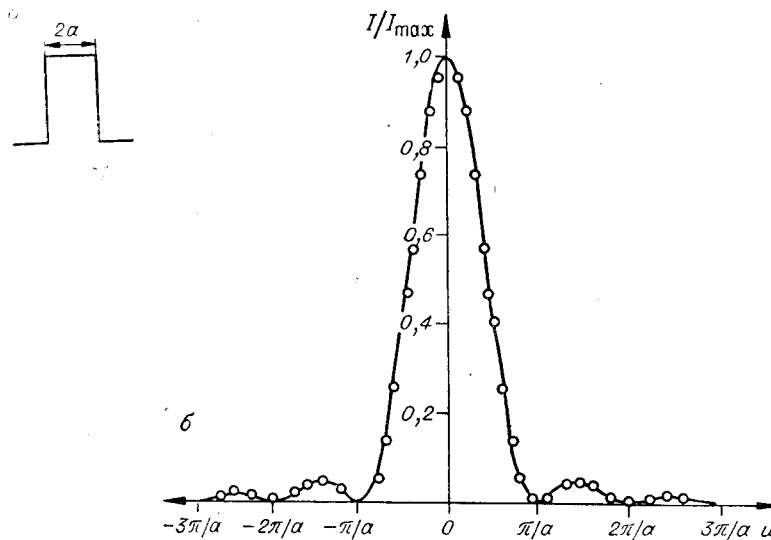


Рис. 4.

онной ванны. Для выставления входного изображения по повороту на транспаранте имеется метка. В качестве метки удобно использовать изображение «креста», одна из составляющих которого параллельна оси  $x$ , а другая —  $y$ . Наблюдаемая с помощью окуляра 12 картина, соответствующая спектру метки, имеет также крестообразный вид. Поскольку спектр Фурье изображения инвариантен относительно его положения в плоскости предъявления, то ориентирование транспаранта с сигналом

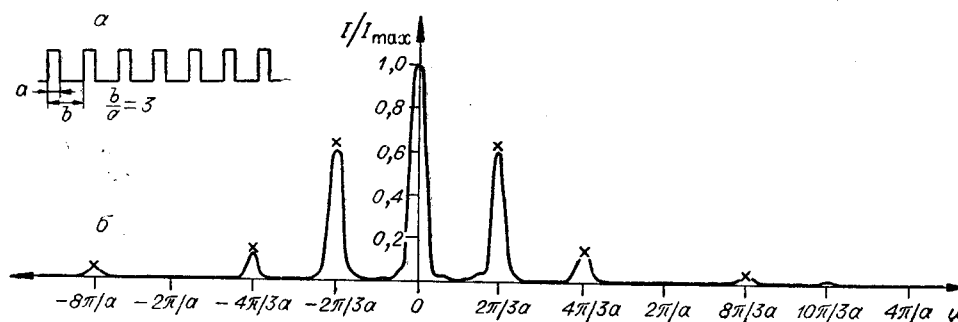


Рис. 5.

по картине спектра метки предпочтительнее, чем по самой метке. В этом случае упрощается процесс ориентации транспаранта. Кадрирующая рамка 8 предназначена для выделения либо метки, либо изображения сигнала.

С помощью описанного анализатора были получены спектры мощностей некоторых типовых одномерных сигналов (рис. 4, а, 5, а, 6, а). Параметры анализаторов при этом были следующими:  $\lambda = 0,63 \cdot 10^{-3}$  мм;  $f = 1$  м;  $\Delta \xi = 0,08$  мм. Увеличение, даваемое объективом, выбиралось равным 4.

На рис. 4, б приведены экспериментальная кривая спектра мощности прямоугольного импульса ( $a = b = 0,5$  мм) и точки, соответствующие теоретическому распределению, описываемому функцией

$$I/I_{\max} = \frac{\sin^2 ua}{(ua)^2}, \text{ где } I/I_{\max} -$$

нормированное значение спектра мощности сигнала. Максимальная погрешность при измерении

данного спектра составила 3,5%. Заметим, что при указанных параметрах погрешность  $\gamma$ , определяемая выражением (4), составляет 0,9%. Следовательно, основная погрешность в этом случае определяется точностью установки изображения сигнала по повороту относительно щели 12, а также точностью сканирования и считывания спектра мощности.

Экспериментальный и расчетный спектры конечной последовательности прямоугольных импульсов показаны на рис. 5, б. Погрешность определения максимальных значений этих спектров не превышает 2%.

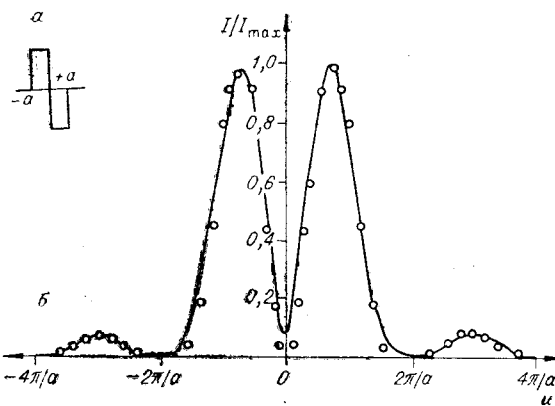


Рис. 6.

На рис. 6, б приведены экспериментальная кривая спектра мощности знакопеременного прямоугольного сигнала ( $a=b=1$  мм) и расчетные точки функции  $I/I_{\max} \approx 1,9 \frac{\sin^4 ua/2}{(ua/2)^2}$ . Отрицательные значения этого сигнала вводились в анализатор с помощью полуволновой пластинки. Методическая погрешность, согласно формуле (4), равна 3,5%, а общая погрешность анализа спектра данного сигнала не превышает 8%.

### Выводы

По сравнению с электронными анализаторами спектров устройства с силуэтной формой представления сигналов обладают более высокой разрешающей способностью (до  $10^4$ ) и значительной шириной полосы анализируемых частот, начинающейся от нуля.

Поскольку в описанном устройстве не возникает больших трудностей при анализе знакопеременных сигналов, исключается влияние нелинейных характеристик регистрирующих сред и имеется возможность анализа сигналов с большим динамическим диапазоном изменения (порядка 60 дБ), то оно имеет преимущества и по сравнению с известными оптическими анализаторами.

Предлагаемые оптические анализаторы спектров могут быть с успехом использованы для анализа импульсных сигналов. Решение задачи оперативного ввода информации в такие устройства позволит сделать их более удобными для практических применений.

### ЛИТЕРАТУРА

1. А. А. Харкевич. Спектры и анализ. М., Физматгиз, 1962.
2. Л. Д. Гик, А. Г. Козачок, Ю. Н. Солодкин, А. В. Якименко. Искажения формы сигналов датчиками при измерении импульсных величин.— Автметрия, 1969, № 3.
3. W. T. Cochran, J. W. Cooley etc. What is the Fast Fourier Transform? — IEEE Trans. on Audio and Electroacoustics, 1967, v. AU-15, № 2.
4. Г. Я. Мирский. Радиоэлектронные измерения. М., Госэнергоиздат, 1963.
5. И. В. Соловьев, С. С. Свириденко. Новые методы спектрального анализа сигналов.— Зарубежная радиоэлектроника, 1961, № 8.
6. C. E. Thomas. Optical Spectrum Analysis of Large Space Bandwidth Signals.— Applied Optics, 1966, v. 5, № 11.

Поступила в редакцию  
7 сентября 1970 г.