

Ю. Н. ДУБНИЩЕВ, В. П. КОРОНКЕВИЧ, В. С. СОБОЛЕВ

(Новосибирск)

**ОБ ИНСТРУМЕНТАЛЬНОЙ ШИРИНЕ
 ДОППЛЕРОВСКОГО СПЕКТРА
 ЛАЗЕРНОГО ИЗМЕРИТЕЛЯ СКОРОСТИ ПОТОКА**

Задача измерения локальной скорости жидкостных и газовых потоков является одной из важнейших в большинстве гидро- и аэродинамических экспериментов. Развитие квантовой электроники сделало возможным появление нового метода бесконтактного измерения локальной скорости, связанного с использованием оптического эффекта Доплера. К настоящему времени в печати опубликовано заметное число работ, в которых обсуждаются различные варианты схем измерения [1—5].

В качестве примера можно представить простейшую схему рис. 1. Луч света из лазера 1 проходит через апертурную диафрагму 2 и попадает на светоделительную плоскопараллельную пластинку 3, где расщепляется на два параллельных компланарных пучка, один из которых (II) за счет двойного отражения в светоделителе имеет интенсивность, много меньшую интенсивности другого (I), и служит опорным пучком. Плоскопараллельная пластинка 4 служит для компенсации оптической разности хода расщепленных пучков. Далее оба пучка фокусируются объективом 5 в исследуемую область потока, причем оптическая ось объектива должна совпадать с биссектрисой угла, ограниченного сфокусированными лучами, и лежать в плоскости этих пучков. Опорный пучок II после прохождения оптических окон 6, встроенных в канал 7, ограничивается полевой диафрагмой 8 и попадает на фотокатод фотоэлектронного умножителя 9. Часть света, рассеянная от падающего сильного луча I примесными частицами в фокальной области объектива 5 и ограниченная диафрагмой 8, имеет доплеровское смещение частоты, пропорциональное скорости рассеивателей, и играет роль сигнального пучка. Сигнальный и опорный пучки интерферируют на фотокатоде фотоэлектронного умножителя, который, являясь квадратичным фотодетектором, выделяет электрический сигнал разностной доплеровской частоты. Векторная схема, соответствующая устройству рис. 1 и устройствам, описанным в [1—5], показана на рис. 2. Здесь \vec{K}_1 — волновой вектор падающего пучка 1; \vec{K}_s — волновой вектор рассеянного пучка; \vec{K}_2 — волновой вектор опорного пучка; $2\Phi_0$ и $2\psi_0$ — угловые размеры рассеянного и падающего пучков; \vec{V} — вектор локальной скорости. Согласно рис. 2, доплеровский сдвиг частоты определяется выражением

$$\omega_1 = \vec{V}(\vec{K}_s - \vec{K}_1). \quad (1)$$

От этой схемы легко перейти к так называемой дифференциальной [6]. В дифференциальной схеме на фотокатоде фотоэлектронного умножителя *II* интерферируют два совмещенных, выделенных полевой диафрагмой *10* световых пучка, рассеянных примесными частицами от падающих *I* и *II* пучков в фокальной области *O*. Величина доплеровского частотного сдвига не зависит от угла между падающим пучком и направлением, в котором выделяется рассеянный пучок. Это весьма полезное свойство позволяет удобным образом выбирать частотный масштаб измеряемой скорости. Векторная схема дифференциального доплеровского измерителя скорости приведена на рис. 3. Здесь $2\psi_0$ и $2\beta_0$ — угловые размеры падающих пучков (для дифференциальных схем обычно выполняется условие $\psi_0 = \beta_0$); \vec{K}_{s1} и \vec{K}_{s2} — волновые векторы рассеянных пучков в пределах телесного угла, выделенного диафрагмой *10*. Диафрагма *10* считается совмещенной с плоскостью фотокатода *II*. Остальные обозначения совпадают с обозначениями рис. 2 и ясны из чертежа.

Доплеровский частотный сдвиг, выделенный в дифференциальной схеме, согласно рис. 3 и формуле (1), определяется выражением

$$\omega_d^{\text{dif}} = \vec{V}(\vec{K}_{s1} - \vec{K}_1) - \vec{V}(\vec{K}_{s2} - \vec{K}_2) = \vec{V}(\vec{K}_2 - \vec{K}_1), \quad (2)$$

так как $\vec{K}_{s1} \approx \vec{K}_{s2}$.

Однако даже при неизменном векторе локальной скорости доплеровский сигнал не представляет собой одну спектральную линию, а занимает полосу частот, ширина которой определяется параметрами измерительной схемы, т. е. имеет место инструментальное уширение доплеровского спектра. При измерении локальной скорости в турбулентном потоке доплеровский спектр становится спектром частотно-модулированного сигнала. В случае слабой турбулентности девиация доплеровской частоты может быть настолько мала, что вследствие инструментальной ширины доплеровского спектра прибор не сможет разрешить пульсацию скорости. Инструментальная ширина доплеровского спектра ограничивает возможности прибора при измерении параметров слабой турбулентности, поэтому представляет интерес анализ причин уширения и способы его уменьшения. В [2] даны в грубом приближении оценочные выражения. Однако при этом не учтены такие существенные факторы, как концентрация рассеивателей в потоке и вероятностный характер выходного сигнала. В данной работе приводится попытка анализа при учете совокупности основных причин уширения и дается расчет амплитудного инструментального спектра, что может оказаться полезным для расшифровки выходного сигнала при использовании лазерного доплеровского измерителя скорости в исследовании турбулентных потоков.

Свет рассеивается примесными частицами не непрерывным образом, а в виде импульсов, длительность которых равна времени прохождения частицы через сечение луча *I* в фокальной области фокусирующего объектива. Если δ_0 — диаметр падающего пучка в фокусе объектива (рис. 4), длительность импульса рассеянного света определяется выражением

$$\tau = \frac{\delta_0}{V_y}, \quad (3)$$

где $V_y = V \cos \varphi$.

Поток рассеянных частиц принимается одномерным, а частицы — точечными. Расстояние между соседними частицами определяет разность фаз между соседними импульсами рассеянного света, которые ради простоты считаем прямоугольными, имеющими одинаковую амплитуду.

Следовательно, сигнал на нагрузке фотоэлектронного умножителя можно считать фазоманипулированным радиочастотным импульсным сигналом с частотой заполнения, равной доплеровскому частотному сдвигу ω_d :

$$U(t) = \sum_{n=1}^N U U_0(t - t_n) \cos \omega_d t, \quad (4)$$

где U — амплитуда импульса; $U_0(t - t_n)$ — единичный n -й импульс длительностью τ с запаздыванием t_n относительно начала отсчета:

$$U_0(t - t_n) = \begin{cases} 1 & \text{при } t_n < t < t_n + \tau; \\ 0 & \text{при } t < t_n; t > t_n + \tau; \end{cases}$$

$$t_n = \sum_{l=1}^n t_l, \quad (5)$$

где t_l — запаздывание l -го импульса относительно $(l-1)$ -го.

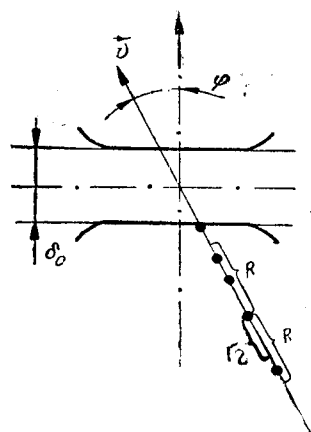


Рис. 4.

Из рис. 2 следует, что в пренебрежении эффектами амплитудной модуляции падающего и опорного пучков, а также при условии малости телесных углов $2\psi_0$ и $2\Phi_0$ (диафрагмы 2 и 8 считаются круглыми) выражение (4) принимает вид

$$U(t) = \sum_{n=1}^N \int_{-\psi_0}^{\psi_0} \int_{-\Phi_0}^{\Phi_0} U(\psi, \Phi) U_0(\psi, \Phi) U_0(t - t_n) \cos \omega_d t d\psi d\Phi, \quad (6)$$

где

$$U(\psi, \Phi) = a \left[1 - \left(\frac{\psi}{\psi_0} \right)^2 \right]^{1/2} \left[1 - \left(\frac{\Phi}{\Phi_0} \right)^2 \right]^{1/2};$$

$$a = \rho_0^{1/2} \rho_1^{1/2} \sigma^{1/2}(\theta) \kappa g l_1^2 l_s^2 \psi_0 \Phi_0; \quad \rho_0 — \text{плотность}$$

потока энергии опорного пучка; ρ_1 — плотность потока энергии падающего пучка; $\sigma(\theta)$ — сечение рассеяния частицы; κ — чувствительность фотокатода фотоэлектронного умножителя; g — усиление фотоэлектронного умножителя; l_s — расстояние от фокальной области объектива 5 до полевой диафрагмы 8;

$$l_1 = F / \cos \frac{\theta}{2}; \quad F — \text{фокусное расстояние объектива 5};$$

$$U_0(\psi, \Phi) = \begin{cases} 1; & |\psi| < |\psi_0| \text{ и } |\Phi| < |\Phi_0|; \\ 0; & |\psi| \geq |\psi_0| \text{ или } |\Phi| \geq |\Phi_0|; \end{cases}$$

$$\omega_d = V K [\sin(\theta - \varphi) + \sin \varphi - \Phi \cos(\theta - \varphi) - \psi \cos \varphi].$$

Аналогично для дифференциальной схемы (см. рис. 3) имеем

$$U(t) = \sum_{n=1}^N \int_{-\psi_0}^{\psi_0} \int_{-\beta_0}^{\beta_0} U(\psi, \beta) U_0(\psi, \beta) U_0(t - t_n) \cos \omega_d^{dif} d\psi d\beta, \quad (7)$$

где

$$U(\psi, \beta) = b \left[1 - \left(\frac{\psi}{\psi_0} \right)^2 \right]^{1/2} \left[1 - \left(\frac{\beta}{\beta_0} \right)^2 \right]^{1/2};$$

$b = \rho_1^{1/2} \rho_{11}^{1/2} \sigma^{1/2} (\gamma) \sigma^{1/2} \left(\gamma - \frac{\theta}{2} \right) \times g l_1^4 \psi_0 \beta_0$; ρ_1 и ρ_{11} — плотности потоков энергии или падающих пучков I и II;

$$U_0(\psi, \beta) = \begin{cases} 1; & |\psi| < |\psi_0| \text{ и } |\beta| < |\beta_0|; \\ 0; & |\psi| \geq |\psi_0| \text{ или } |\beta| > |\beta_0|; \end{cases}$$

$$\omega_x^{\text{dif}} = VK [\sin(\theta - \varphi) + \sin \varphi - \beta \cos(\theta - \varphi) - \psi \cos \varphi].$$

Последовательность рассеивающих частиц можно рассматривать как одномерный пуассоновский поток с постоянной плотностью κ в направлении V . Тогда r_l будет расстоянием от любой точки пуассоновского поля до ближайшей соседней точки в сторону, противоположную направлению потока (см. рис. 4).

Как известно, выражение для плотности распределения r_l имеет вид [6]

$$f(r_l) = \begin{cases} \kappa e^{-\kappa r_l} & \text{при } r_l > 0; \\ 0 & \text{при } r_l < 0. \end{cases} \quad (8)$$

Согласно рис. 4,

$$t_l = \frac{r_l}{V}. \quad (9)$$

Из (9) и (8) получаем закон распределения для

$$f(t_l) = q e^{-q t_l}, \quad (10)$$

где $q = \kappa V$.

Учитывая (5), (10) и применяя закон Эрланга [6], приходим к следующему выражению для закона распределения случайной величины t_n :

$$f(t_n) = \frac{q (q t_n)^{n-1}}{(n-1)!} e^{-q t_n}. \quad (11)$$

Найдем амплитудный спектр сигнала. Для этого применим косинус преобразования Фурье к (4):

$$\begin{aligned} U(\omega) &= \int_{-\psi_0}^{\psi_0} \int_{-\Phi_0}^{\Phi_0} \int_0^{\infty} \sum_{n=1}^N U U_0(t - t_n) \cos \omega_x t \cos \omega t dt d\psi d\Phi = \\ &= \int_{-\psi_0}^{\psi_0} \int_{-\Phi_0}^{\Phi_0} \sum_{n=1}^N \int_{t_n}^{t_n + \tau} U U_0(t - t_n) \cos \omega_x t \cos \omega t dt d\psi d\Phi = \\ &= \int_{-\psi_0}^{\psi_0} \int_{-\Phi_0}^{\Phi_0} \sum_{n=1}^N \int_{t_n}^{t_n + \tau} \frac{U U_0(t - t_n)}{2} \{ \cos(\omega_x - \omega) t + \cos[(\omega_x + \omega) t] \} dt d\psi d\Phi. \end{aligned} \quad (12)$$

Так как слагаемые, заключенные в фигурные скобки, однозначно определяют друг друга, достаточно рассмотреть спектр сигнала

$$\begin{aligned} U(\omega) &= \int_{-\psi_0}^{\psi_0} \int_{-\Phi_0}^{\Phi_0} \sum_{n=1}^N \int_{t_n}^{t_n + \tau} \frac{U U_0(t - t_n)}{2} \cos(\omega_x - \omega) t dt d\psi d\Phi = \\ &= \int_{-\psi_0}^{\psi_0} \int_{-\Phi_0}^{\Phi_0} U_0(\omega) \sum_{n=1}^N \cos[(\omega_x - \omega)(t_n + \tau/2)] d\psi d\Phi, \end{aligned} \quad (13)$$

где

$$U_0(\omega) = \frac{U \sin [(\omega_{\text{д}} - \omega) \tau/2]}{\omega_{\text{д}} - \omega} \quad (14)$$

$$\times t_n^{n-1} e^{-qt_n} dt_n d\psi d\Phi. \quad (15)$$

После элементарных преобразований получаем

$$M[U(\omega)] = - \int_{-\psi_0}^{\psi_0} \int_{-\Phi_0}^{\Phi_0} U_0(\omega) \sum_{n=1}^N \frac{\cos \left[(\omega_{\text{д}} - \omega) \tau/2 + n \operatorname{arctg} \frac{\omega_{\text{д}} - \omega}{q} \right]}{\left[1 + \frac{(\omega_{\text{д}} - \omega)^2}{q} \right]^{n/2}} d\psi d\Phi. \quad (16)$$

При $N \rightarrow \infty$ $\frac{\omega_{\text{д}} - \omega}{q} \ll 1$, что обычно соответствует реальным условиям, (16) легко преобразуется в следующий интеграл:

$$\begin{aligned} M[U(\omega)] &= - \int_{-\psi_0}^{\psi_0} \int_{-\Phi_0}^{\Phi_0} U_0(\omega) \int_0^{\infty} \frac{\cos \left[(\omega_{\text{д}} - \omega) \tau/2 + \xi \frac{\omega_{\text{д}} - \omega}{q} \right] d\xi d\psi d\Phi}{\left[1 + \left(\frac{\omega_{\text{д}} - \omega}{q} \right)^2 \right]^{\xi/2}} = \\ &= \int_{-\psi_0}^{\psi_0} \int_{-\Phi_0}^{\Phi_0} \frac{2}{\tau} U_0(\omega) \cos [(\omega_{\text{д}} - \omega) \tau/2] \delta(\omega_{\text{д}} - \omega) d\psi d\Phi, \quad (17) \end{aligned}$$

так как $\tau/2 = \frac{1}{q}$.

Из (6), (14), (17) для обычной схемы (см. рис. 2)

$$\begin{aligned} M[U(\omega)] &= \frac{\tau a q}{2} \int_{-\psi_0}^{\psi_0} \int_{-\Phi_0}^{\Phi_0} \left[1 - \left(\frac{\psi}{\psi_0} \right)^2 \right]^{1/2} \left[1 - \left(\frac{\Phi}{\Phi_0} \right)^2 \right]^{1/2} U_0(\psi, \Phi) \times \\ &\times \frac{\sin [\omega_{\text{д}}(\psi, \Phi) - \omega] \tau}{\omega_{\text{д}}(\psi, \Phi) - \omega} \delta[\omega_{\text{д}}(\psi, \Phi) - \omega] d\psi d\Phi. \quad (18) \end{aligned}$$

Используя фильтрующие свойства функции $\delta[\omega_{\text{д}}(\psi, \Phi) - \omega]$, приходим к следующему выражению для математического ожидания относительного спектра:

$$\frac{M[U(\omega)]}{U_0} = \int_{z_1}^{z_2} [1 - A^2(B - z)^2]^{1/2} [1 - z^2]^{1/2} dz. \quad (19)$$

Если $B - \frac{1}{A} < -1$, то $z_1 = -1$, иначе $z_1 = B - \frac{1}{A}$. Если $B + \frac{1}{A} > 1$, то $z_2 = 1$, иначе $z_2 = B + \frac{1}{A}$,

где

$$A = \left| \frac{\Phi_0 \cos(\theta - \varphi)}{\psi_0 \cos \varphi} \right|; B = \frac{VK [\sin(\theta - \varphi) + \sin \varphi] - \omega}{\Phi_0 VK \cos(\theta - \varphi)}; U_0 = \frac{aq \Phi_0 \tau}{2 VK \cos \varphi}.$$

Выражение (19) имеет вид интеграла свертки. Аналогично для дифференциальной схемы (см. рис. 1 и 3) имеем

$$\frac{M[U_0^{\text{dif}}(\omega)]}{U_0^{\text{dif}}} = \int_{z_1}^{z_2} [1 - C^2(D - z)^2]^{1/2} [1 - z^2]^{1/2} dz. \quad (20)$$

Если $D - \frac{1}{C} < -1$, то $z_1 = -1$, иначе $z_1 = D - \frac{1}{C}$; если $D + \frac{1}{C} > 1$, то $z_2 = 1$, иначе $z_2 = D + \frac{1}{C}$,

где

$$U_0^{\text{dif}} = \frac{b \psi_0}{VK \cos \varphi}; C = \left| \frac{\cos(\theta - \varphi)}{\cos \varphi} \right|; D = \frac{VK [\sin(\theta - \varphi) + \sin \varphi] - \omega}{\psi_0 VK \cos(\theta - \varphi)}.$$

Сравним ширину амплитудных спектров на нулевом уровне между первыми двумя нулями, охватывающими среднюю частоту для обычной и дифференциальной схем при равенстве общих параметров. Из (19) и (20) следует:

$$-1 - \frac{1}{A} \leq B \leq 1 + \frac{1}{A}; -1 - \frac{1}{C} \leq D \leq 1 + \frac{1}{C}, \quad (21)$$

откуда

$$B_{\max} - B_{\min} = 2 \left(1 + \frac{1}{A}\right); D_{\max} - D_{\min} = 2 \left(1 + \frac{1}{C}\right) \quad (22)$$

Ширина спектра на нулевом уровне для обычной схемы

$$\Delta \omega_0 = \frac{1}{2} (B_{\max} - B_{\min}) \Phi_0 VK \cos(\theta - \varphi) \quad (23)$$

и дифференциальной

$$\Delta \omega_{\text{dif}} = \frac{1}{2} (D_{\max} - D_{\min}) \psi_0 VK \cos(\theta - \varphi). \quad (24)$$

Относительная ширина спектра получается из (23), (1) и (2). Для схемы рис. 2

$$\left(\frac{\Delta \omega}{\omega_d} \right)_0 = \frac{\Phi_0 \cos(\theta - \varphi) + \psi_0 \cos \varphi}{2 \sin \theta/2 \cos(\theta/2 - \varphi)} \quad (25)$$

и дифференциальной

$$\left(\frac{\Delta \omega}{\omega_d} \right)_{\text{dif}} = \frac{\psi_0 [\cos(\theta - \varphi) + \cos \varphi]}{2 \sin \theta/2 \cos(\theta/2 - \varphi)}. \quad (26)$$

При $\varphi = 0$ (25) совпадает с выражением, приведенным в [7]. Из (25) и (26) следует:

$$\frac{\Delta \omega_0}{\Delta \omega_{\text{dif}}} = \frac{\psi_0 \cos \varphi + \Phi_0 \cos(\theta - \varphi)}{\psi_0 [\cos \varphi + \cos(\theta - \varphi)]}; \frac{\Delta \omega_0}{\Delta \omega_{\text{dif}}} < 1 \text{ при } \frac{\Phi_0}{\psi_0} < 1. \quad (27)$$

Следовательно, при прочих равных параметрах и малом Φ_0 ширина относительного амплитудного спектра сигнала для $\vec{V} = \text{const}$ у дифференциальной схемы больше, чем у обычной. Это иллюстрируется амплитуд-

ными спектрами, численно рассчитанными, согласно выражениям (19) и (20), и представленными на рис. 5 (кривые 3 и 4 при $\varphi=0$, $\Phi_0=0,004$). Существенный вклад в уширение доплеровского спектра при ламинарном потоке дает импульсная модуляция выходного сигнала. Как следует из (16) и (19), эта причина уширения снимается повышением концен-

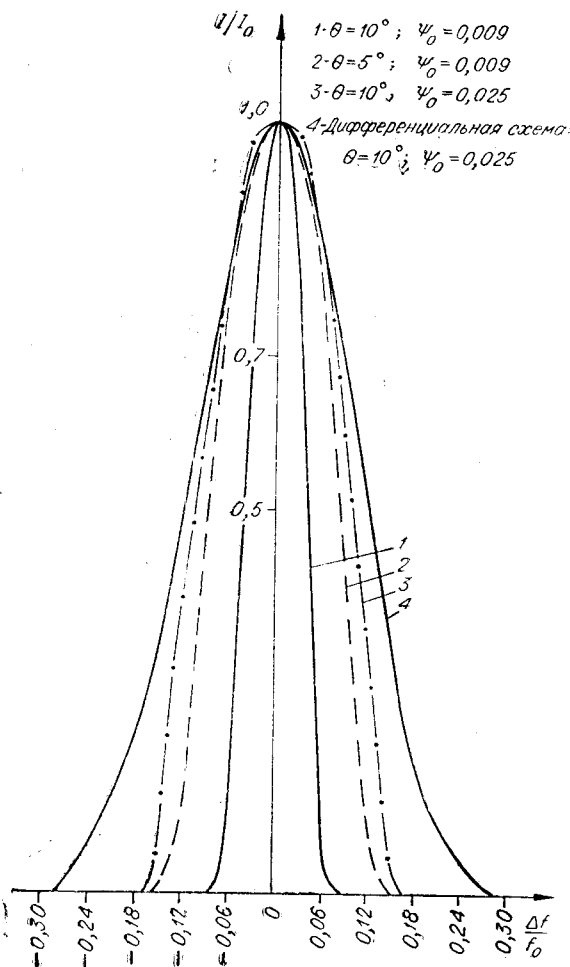


Рис. 5.

трации рассеивателей. При достаточно большом значении q ширина доплеровского спектра не зависит от длительности τ импульсов переизлученного рассеивателями света и, следовательно, от диаметра падающего пучка в фокальной плоскости. Если концентрация рассеивающих центров в потоке мала, уширение спектра, обусловленное импульсной модуляцией в значительной степени может быть устранено применением амплитудных ограничителей в электронном блоке обработки сигнала. Анализ выражений (19) и (20) показывает, что ширина доплеровского спектра сильно зависит от телесных углов, ограничивающих падающий и выделенный рассеянный (в дифференциальной схеме только падающие) пучки. Чтобы уменьшить уширение, обусловленное конечными апертурами фокусирующей и приемной оптики, следует применять минимальные апертурные диафрагмы либо использовать длиннофокусную оптику. Однако в этом случае приходится искать компромисс между требуемой шириной доплеровского спектра, пространственным разрешением оптической системы и чувствительностью применяемого фотоприемника. С этой же целью следует увеличивать угол θ , имея в виду, однако, что индикатриса рассеяния на малых частицах сильно вытянута по направлению падающего пучка, вследствие чего при больших значениях θ чувствительность фотоприемника может оказаться недостаточной. На практике θ лежит в пределах 20° . Зависимость ширины спектра от θ иллюстрируется кривыми 1 и 2 на рис. 5 (при $\varphi=0$; $\Phi_0=0,004$). Наконец, из выражений (25) и (26) следует, что ширина относительного доплеровского спектра на нулевом уровне не зависит от φ при $\varphi \ll 1/2(\pi - \theta)$ для дифференциальной схемы, тогда как в случае обычной схемы такая зависимость имеется, причем для $\varphi \sim \theta/2$ она оказывается почти линейной.

трации рассеивателей. При достаточно большом значении q ширина доплеровского спектра не зависит от длительности τ импульсов переизлученного рассеивателями света и, следовательно, от диаметра падающего пучка в фокальной плоскости. Если концентрация рассеивающих центров в потоке мала, уширение спектра, обусловленное импульсной модуляцией в значительной степени может быть устранено применением амплитудных ограничителей в электронном блоке обработки сигнала. Анализ выражений (19) и (20) показывает, что ширина доплеровского спектра сильно зависит от телесных углов, ограничивающих падающий и выделенный рассеянный (в дифференциальной схеме только падающие) пучки. Чтобы уменьшить уширение, обусловленное конечными апертурами фокусирующей и приемной оптики, следует применять минимальные апертурные диафрагмы либо использовать длиннофокусную оптику. Однако в этом случае приходится искать компромисс между требуемой шириной доплеровского спектра,

ЛИТЕРАТУРА

1. J. D. Fridman, R. M. Huffaken, R. F. Kinnard. Laser Doppler system measures threi-dimensional vector velocity and turbulence.— Laser Focus, 1968, v. 4, № 21.
2. R. J. Goldstein, W. F. Hagen. Turbulent Flow Measurements Utilizing the Doppler Shift of Scattered Laser Radiation.— Physics of Fluids, 1967, v. 10, № 6.
3. J. W. Foreman, E. W. George, J. I. Jetton. Fluid flow measurements with a Laser Doppler velocimeter.— IEEE Journal of Quantum Electronics, 1966, v. 2, № 8.
4. R. C. Watson, Jr. R. D. Lewis, H. J. Watson. Instruments for Motion Measurement Using Laser Doppler Heterodyning Techniques.— ISA Transaction., 1969, v. 8, № 1.
5. Bernhard Lehmann. Geschwingigkeitsmessing mit Laser — Dopplerverfahren.— Wissenschaftliche Berichte. AEG — Telefunken. Berlin, 1968, № 3.
6. Г. Г. Абезгауз, А. П. Тронь и др. Справочник по вероятностным расчетам. М., Изд-во МО СССР, 1966.
7. D. T. Davis. Analysis of a Laser Doppler Velocimeter.— ISA Transaction, 1968, v. 7, № 1.

*Поступила в редакцию
2 сентября 1970 г.*