АКАДЕМИЯ НАУК СССР
СИБИРСКОЕ ОТДЕЛЕНИЕ
АВТОМЕТРИЯ

№ 5 1969

УДК 621.317.33+621.317.733.025

М. А. АХМАМЕТЬЕВ
(Новосибирск)

О МЕТОДИЧЕСКОЙ ПОГРЕШНОСТИ МОДУЛЯЦИОННЫХ УРАВНОВЕШЕННЫХ МОСТОВ

Ранее выполненными исследованиями установлено, что использование параметрической модуляции для формирования регулирующих воздействий автоматических мостов предоставляет весьма ценные метрологические возможности при измерении параметров комплексных сопротивлений в широком диапазоне значений и в широкой непрерывной полосе частот [1]. Однако, как будет показано ниже, применение наиболее просто реализуемой симметричной модуляции уравновешивающих параметров в цепях с непостоянной абсолютной чувствительностью по уравновешивающим параметрам приводит к возникновению методической погрешности. Величина последней может быть большой, что заставляет разрабатывать специальные способы ее уменьшения или полного исключения. Ниже рассматриваются причины возникновения упомянутой методической погрешности и предлагаются некоторые пути ее уменьшения и исключения.

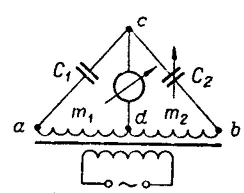


Рис. 1.

Для выяснения причин возникновения методической погрешности модуляционных мостов рассмотрим сначала простейшую четырехплечую цепь для измерения емкости, схема которой приведена на рис. 1.

Выходное напряжение цепи при бесконечно большом входном сопротивлении указателя равно

$$\dot U_{dc} = \frac{\dot U_{ab}}{m_1 + m_2} \, \frac{m_2 C_1 - m_1 C_2}{C_1 + C_2}, \qquad (1)$$

где m_1, m_2 — витки плечевых обмоток; C_1, C_2 — исследуемая и образцовая емкости. Учитывая, что в момент равновесия измерительной цепи $C_2 = C_{20} = \frac{m_{10}}{m_{20}} C_{10}$, а при отклонении от состояния равновесия $C_2 = C_{20} + \Delta C_2$, из (1) получим:

$$\dot U_{dc} = \frac{\dot U_{ab}}{m_{10} + m_{20}} \, \frac{m_{20}\, \Delta C_2}{C_{10} + C_{20} + \Delta C_2};$$

$$|\dot U_{dc}| = \frac{|\dot U_{ab}|\, m_{20}}{m_{10} + m_{20}} \, \frac{|\Delta C_2|}{|C_{10} + C_{20} + \Delta C_2|} = \frac{|\dot U_{ab}|\, m_{20}}{m_{10} + m_{20}} A, \qquad (2)$$

где $A = \dfrac{|\delta C_2|}{|1 + \delta C_2|}$; $\delta C_2 = \dfrac{\Delta C_2}{C_{10} + C_{20}}$.

Из (2) видно, что абсолютная чувствительность измерительной цепи по модулируемому параметру $S = \dfrac{|\dot{U}_{dc}|}{|\Delta C_2|}$ зависит от абсолютного значения уравновешивающей емкости $C_2 = C_{20} + \Delta C_2$. При этом одинаковым абсолютным значением разнополярных приращений ΔC_2 соответствуют различные приращения модуля выходного напряжения моста. Графическое изображение этой зависимости, характер которой определяется множителем A, приведено на рис. 2*.

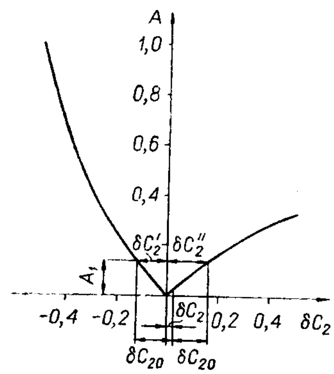


Рис. 2.

Поскольку в модуляционных экстремальных мостах момент равновесия измерительной цепи отмечается по исчезновению первой гармоники огибающей (при прямоугольной модуляции это соответствует равенству модулей выходного напряжения при положительном и отрицательном модуляционных воздействиях), то при симметричном модулирующем воздействии (амплитуды воздействий положительного и отрицательного знаков одинаковы) непостоянство абсолютной чувствительности приводит к несовпадению условия исчезновения первой гармоники огибающей выходного сигнала с условием истинного равновесия измерительной цепи, т. е. приводит к появлению относительной методической погрешности δC_2 (см. рис. 2). Из рисунка видно, что величина этой погрешности растет при увеличении относительной амплитуды модулирующего воздействия δC_{20}. Зависимость методической погрешности от амплитуды модулирующего воздействия и параметров измерительной цепи может быть найдена следующим образом.

В момент исчезновения огибающей справедливо равенство

$$\frac{|\dot{U}_{ab}|\, m_{20}}{m_{10} + m_{20}} \, \frac{\delta C_2''}{1 + \delta C_2''} = \frac{|\dot{U}_{ab}|\, m_{20}}{m_{10} + m_{20}} \, \frac{\delta C_2'}{1 - \delta C_2'}$$

или

$$\frac{\delta C_2''}{1 + \delta C_2''} = \frac{\delta C_2'}{1 - \delta C_2'}, \tag{3}$$

где

$$\delta C_2' = \frac{\Delta C_2'}{C_{10} + C_{20}}; \quad \delta C_2'' = \frac{\Delta C_2''}{C_{10} + C_{20}}.$$

Как показано на рис. 2,

$$\delta C_2' = \delta C_{20} - \delta C_2; \quad \delta C_2'' = \delta C_{20} + \delta C_2. \tag{4}$$

Подставляя (4) в (3) и преобразуя полученное равенство, имеем

$$\delta C_2^2 + \delta C_2 - \delta C_{20}^2 = 0; \quad \delta C_2 = -\frac{1}{2} \pm \frac{1}{2}\sqrt{1 + 4\delta C_{20}^2}. \tag{5}$$

* Здесь имеет место известная несимметричность выходного сигнала неуравновешенного моста [2].

Так как, согласно рис. 2, $\delta C_{20}>0$, то решением уравнения (5) является первый корень

$$\delta C_2 = -\frac{1}{2} + \frac{1}{2}\sqrt{1 + 4\delta C_{20}^2}\,. \tag{6}$$

Из (6) видно, что методическая погрешность δC_2 монотонно изменяется с изменением амплитуды модуляционного воздействия δC_{20}, принимая нулевое значение при $\delta C_{20}=0$ и максимальное значение при $\delta C_{20} = \delta C_{20\ max}$.

В случае, когда $4\delta C_{20} \ll 1$, выражение (6) можно упростить, найдя приближенное значение корня:

$$\delta C_2 \simeq \delta C_{20}^2$$

или

$$\Delta C_2 \simeq \frac{\Delta C_{20}^2}{C_{10} + C_{20}} = \frac{\Delta C_{20}^2}{C_{20}\left(1 + \frac{m_{20}}{m_{10}}\right)}\,. \tag{7}$$

Поделив обе части равенства (7) на C_{20}, для величин $\delta C_2^* = \frac{\Delta C_2}{C_{20}}$ и $\delta C_{20}^* = \frac{\Delta C_{20}}{C_{20}}$ получим соотношение

$$\delta C_2^* \simeq \frac{(\delta C_{20}^*)^2}{1 + \frac{m_{20}}{m_{10}}}\,. \tag{8}$$

Из выражения (8) видно, что методическая погрешность измерения изменяется как при изменении плечевого отношения $\frac{m_{20}}{m_{10}}$, посредством которого обычно выбираются диапазоны измерения, так и при изменении амплитуды модуляции δC_{20} уравновешивающего параметра C_2, по которому непосредственно отсчитывается величина измеряемого параметра C_{10} внутри выбранного диапазона измерения. Максимальное значение погрешности внутри одного диапазона измерения

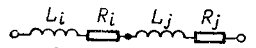
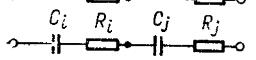
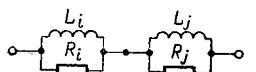
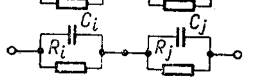
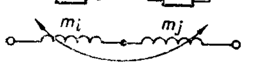
$$\delta C_{2\ max}^* \simeq \frac{(\delta C_{20\ max}^*)^2}{1 + \frac{m_{20}}{m_{10}}}\,, \tag{9}$$

где $\delta C_{20\ max}^* = \frac{\Delta C_{20}}{C_{20\ min}}$, а абсолютное максимальное значение методической погрешности для всех диапазонов измерения

$$\delta C_{2max\ max}^* \simeq (\delta C_{20max}^*)^2.$$

Полученные выше формулы можно использовать для оценки рассматриваемой методической погрешности в тех случаях, когда исследуемый объект характеризуется либо чисто активным, либо чисто реактивным сопротивлением. Поскольку обычно исследуемые объекты характеризуются комплексными сопротивлениями, то весьма важно знать, как данная методическая погрешность измерения одной составляющей зависит от значения другой составляющей. При этом целесообразно получить некоторые обобщенные формулы, применимые для определенного класса мостовых цепей. В качестве такого класса рассмотрим четырехплечие мосты, обеспечивающие раздельный отсчет измеряемых параметров по уравновешивающим параметрам [2].

Для получения необходимых обобщенных формул достаточно рассмотреть одну обобщенную ветвь четырехплечего моста, состоящую из четырех элементов и характеризуемую четырьмя обобщенными параметрами a_i, b_i, a_j и b_j (см. таблицу). Возможность такого рассмотрения следует из того, что для всех цепочек, приведенных в таблице, требуемый для определения погрешностей вектор падения напряжения на плече i, содержащем уравновешивающий параметр, может быть представлен выражением

Вид цепочки	Обобщенные параметры			
	a_i	b_i	a_j	b_j
	R_i	ωL_i	R_j	ωL_j
	R_i	$\frac{1}{\omega C_i}$	R_j	$\frac{1}{\omega C_j}$
	$\frac{1}{R_j}$	$\frac{1}{\omega L_j}$	$\frac{1}{R_i}$	$\frac{1}{\omega L_i}$
	$\frac{1}{R_j}$	$\frac{1}{\omega C_j}$	$\frac{1}{R_i}$	$\frac{1}{\omega C_i}$
	m_i	0	m_j	0

$$\dot{U}_i = \dot{U}_{ab} \frac{a_i \pm j\, b_i}{a_i + a_j \pm j\,(b_i + b_j)},$$

где $\dot{U}_{ab}$ — напряжение, приложенное к ветви. Очевидно, что формулы погрешностей для любого частного варианта цепи, содержащей трехэлементные ветви, можно будет при этом получить из обобщенной формулы, если приравнять нулю или бесконечности соответствующий параметр обобщенной цепи.

В общем случае напряжение неравновесия $\dot{U}_{dc}$ измерительной цепи при небольших отклонениях обобщенного уравновешивающего параметра $\Delta a_i + \Delta a_{i0}$ sign sin Ωt от значения a_i, соответствующего состоянию равновесия измерительной цепи, определяется следующим образом:

$$\dot{U}_{dc} = \Delta \dot{U}_i = \frac{(-\Delta a_i - \Delta a_{i0}\,\mathrm{sign}\,\sin \Omega t)\,(a_j \pm j\, b_j)}{[a_i + a_j \pm j\,(b_i + b_j)]\,[a_i + a_j \pm j\,(b_i + b_j) + \Delta a_i + \Delta a_{i0}\,\mathrm{sign}\,\sin \Omega t]}. \qquad (10)$$

Так как

$$|\dot{U}_{dc}| = \frac{|\Delta a_i + \Delta a_{i0}\,\mathrm{sign}\,\sin \Omega t|\,\sqrt{a_j^2 + b_j^2}}{\sqrt{(a_i + a_j)^2 + (b_i + b_j)^2}\,\sqrt{(a_i + a_j + \Delta a_i + \Delta a_{i0}\,\mathrm{sign}\,\sin \Omega t)^2 + (b_i + b_j)^2}},$$

то условие исчезновения первой гармоники огибающей напряжения неравновесия измерительной цепи можно записать в виде

$$\frac{|\Delta a_i + \Delta a_{i0}|}{\sqrt{(a_i + a_j + \Delta a_i + \Delta a_{i0})^2 + (b_i + b_j)^2}} = \frac{|\Delta a_i - \Delta a_{i0}|}{\sqrt{(a_i + a_j + \Delta a_i - \Delta a_{i0})^2 + (b_i + b_j)^2}}, \qquad (11)$$

где Δa_i — абсолютная методическая погрешность модуляционного моста; Δa_{i0} — амплитуда модуляции уравновешивающего параметра.

После возведения в квадрат обеих частей равенства (11) и приведения общих членов получим

$$\Delta a_i^2 (a_i + a_j) + \Delta a_i\,[(a_i + a_j)^2 + (b_i + b_j)^2] - \Delta a_{i0}^2 (a_i + a_j) = 0. \qquad (12)$$

Так как $\Delta a_i > 0$, то решением уравнения (12) является положительный корень

$$\Delta a_i = \frac{-[(a_i + a_j)^2 + (b_i + b_j)^2] + \sqrt{[(a_i + a_j)^2 + (b_i + b_j)^2]^2 + 4\Delta a_{i0}^2 (a_i + a_j)^2}}{2\,(a_i + a_j)}. \qquad (13)$$

Аналогичным образом может быть получено выражение для методической погрешности в случае уравновешивающего параметра b_i

$$\Delta b_i = \frac{-[(a_i + a_j)^2 + (b_i + b_j)^2] + \sqrt{[(a_i + a_j)^2 + (b_i + b_j)^2]^2 + 4\Delta b_{i0}^2 (b_i + b_j)^2}}{2(b_i + b_j)}. \tag{14}$$

Поскольку при небольших амплитудах модулирующих воздействий первые члены подкоренных выражений много больше вторых членов, то выражения (13), (14) можно упростить, разложив подкоренные выражения в ряд и ограничившись при рассмотрении двумя первыми членами ряда; при этом получим:

$$\Delta a_i \simeq \frac{\Delta a_{i0}^2 (a_i + a_j)}{(a_i + a_j)^2 + (b_i + b_j)^2}; \quad \Delta b_i \simeq \frac{\Delta b_{i0}^2 (b_i + b_j)}{(a_i + a_j)^2 + (b_i + b_j)^2}. \tag{15}$$

Из выражений (15) видно, что абсолютная методическая погрешность модуляционных мостов прямо пропорциональна квадрату амплитуды модуляции уравновешивающего параметра и сумме значений уравновешивающего параметра и идентичного ему по характеру другого параметра той же ветви и обратно пропорциональна модулю полного обобщенного комплексного сопротивления рассматриваемой ветви. Для получения выражений погрешностей конкретной измерительной цепи достаточно вместо обобщенных параметров поставить соответствующие конкретные параметры ветвей измерительной цепи.

Из (13) и (14) нетрудно найти выражения для относительных методических погрешностей:

$$\delta a_i = \frac{\Delta a_i}{a_i + a_j} = -\frac{1}{2}\left[1 + Q_i^2 - \sqrt{(1 + Q_i^2)^2 + 4\delta a_{i0}^2}\right]; \tag{16}$$

$$\delta b_i = \frac{\Delta b_i}{b_i + b_j} = -\frac{1}{2}\left[1 + \operatorname{tg}^2 \delta_i - \sqrt{(1 + \operatorname{tg}^2 \delta_i)^2 + 4\delta b_{i0}^2}\right], \tag{17}$$

где $Q_i = \frac{b_i + b_j}{a_i + a_j}$; $\operatorname{tg} \delta_i = \frac{1}{Q_i}$; $\delta a_{i0} = \frac{\Delta a_{i0}}{a_i + a_j}$; $\delta b_{i0} = \frac{\Delta b_{i0}}{b_i + b_j}$.

В случае, когда относительные значения амплитуд модуляции малы ($\delta a_{i0} \ll 1$ и $\delta b_{i0} \ll 1$), выражения (16) и (17) могут быть значительно упрощены:

$$\text{при} \quad \operatorname{tg} \delta_i \ll 1 \quad \text{имеем} \quad \delta a_i = \delta a_{i0}^2 \operatorname{tg}^2 \delta_i \ \text{и} \ \delta b_i = \delta b_{i0}^2;$$

$$\text{при} \quad \operatorname{tg} \delta_i \gg 1 \quad \text{имеем} \quad \delta a_i = \delta a_{i0}^2 \ \text{и} \ \delta b_i = \delta b_{i0}^2 Q_i^2. \tag{18}$$

Графическое изображение зависимостей (16) и (17) для различных значений относительных амплитуд модуляции приведено на рис. 3.

Из формулы (18) видно, что относительная методическая погрешность основного обобщенного параметра пропорциональна квадрату относительного значения его амплитуды модуляций, а относительная методическая погрешность вспомогательного параметра пропорциональна квадрату произведения относительного значения его амплитуды модуляции на отношение значения вспомогательного сопротивления ветви к значению основного сопротивления ветви.

Выражения (16)—(18) и их графическое изображение на рис. 3 могут быть использованы при оценке методических погрешностей любых четырехплечих измерительных цепей с раздельным отсчетом измеряемых параметров по уравновешивающим параметрам.

Рассмотренная методическая погрешность модуляционных мостов обусловлена зависимостью напряжения неравновесия измерительной цепи не только от приращений уравновешивающих параметров, но и от их абсолютных значений [см. формулы (2) и (10)]. Поэтому в экстремальных мостах, в основу которых положены четырехплечие измерительные цепи с модуляцией уравновешивающих параметров, методическая погрешность не может быть исключена полностью. Ее можно лишь уменьшить до допустимого значения путем уменьшения амплитуды модулирующего воздействия в соответствии с (16)—(18).

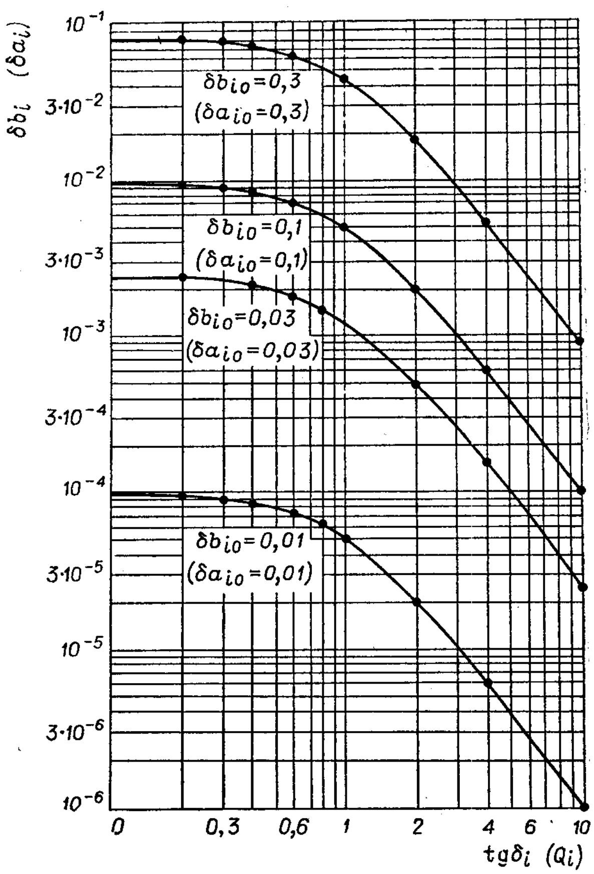


Рис. 3.

В других случаях полное исключение указанной методической погрешности принципиально возможно; при этом оно может быть достигнуто несколькими способами. Первый способ заключается в том, что в качестве измерительных цепей мостов выбираются цепи с постоянной абсолютной чувствительностью по уравновешивающим параметрам. К ним относятся двойные измерительные цепи с индуктивно связанными плечами отношений, уравновешиваемые витками обмоток трансформатора напряжений, а также автокомпенсационные измерительные цепи с уравновешиванием напряжениями [3—5].

Второй способ исключения методической погрешности состоит в том, что в мостах с раздельным отсчетом измеряемых параметров по уравновешивающим параметрам в качестве модулируемых выбираются такие параметры, которые входят в условие равновесия измерительной цепи так же, как и уравновешивающие параметры, но в отличие от последних характеризуются постоянной абсолютной чувствительностью. В частности, для четырехплечих измерительных цепей условие постоянства абсолютной чувствительности выполняется, если в качестве модулируемых параметров выбираются такие, которые входят только в числитель выражения сигнала неравновесия. Практически этот способ исключения методической погрешности реализован в модуляционных полууравновешенных мостах [6, 7], в которых уравновешивание по емкости производится образцовым переменным конденсатором, а в качестве модулируемого параметра выбраны витки одной из индуктивно связанных обмоток плечевого отношения.

Третий способ исключения методической погрешности удобно пояснить на примере четырехплечей измерительной цепи, в которой непостоянство абсолютной чувствительности по уравновешивающему (или любому другому) параметру обусловлено вхождением значения параметра не только в числитель выражения для сигнала неравновесия измерительной цепи, но и в знаменатель. Существо этого способа заключается в том, что одновременно с модуляцией уравновешивающего параметра производится такая противофазная модуляция измеряемого параметра, при которой модуль упомянутого выше знаменателя не модулируется. Противофазная модуляция измеряемого и уравновешивающего параметров может быть осуществлена, например, периодическим нию точности измерения уравновешиваемого параметра, но и к сужению диапазона измерения неуравновешиваемого параметра (обычно тангенса угла потерь) до величины 0,1. Использование двух последних способов в модуляционных полууравновешенных мостах [6—8] позволило расширить диапазон измеряемых тангенсов угла потерь до нескольких единиц. Что касается уравновешенных мостов, то в них в ряде случаев может оказаться более эффективным уменьшение рассмотренной методической погрешности путем уменьшения амплитуды модуляции параметров по мере приближения состояния моста к равновесию.

В заключение необходимо отметить, что рассмотренная методическая погрешность свойственна не только модуляционным мостам. Действительно, амплитудный указатель моста с ручным уравновешиванием, как правило, имеет некоторый постоянный порог чувствительности, который и обусловливает появление методической погрешности. Так как порог чувствительности мал (обычно составляет доли процента), то и методическая погрешность оказывается настолько малой, что по сравнению с другими погрешностями в большинстве случаев ею можно пренебречь. Однако в случае прецизионных измерений, когда допустимые относительные погрешности чрезвычайно малы (10^{-6}—10^{-8}), а также в случае измерения одной составляющей при неуравновешенной квадратурной составляющей [9], когда уменьшение порога чувствительности невозможно или неэффективно, методическую погрешность приходится учитывать, вводя соответствующие поправки. Величина этой погрешности (поправки) может быть вычислена по тем же формулам (16)—(18), в которые вместо значения амплитуды модулирующего воздействия вводится половина разности значений уравновешивающего параметра, соответствующих порогу чувствительности указателя при положительных и отрицательных приращениях параметра относительно экстремального значения. Введение такой поправки в результат измерения позволяет повысить точность мостов с ручным уравновешиванием и тем самым несколько усовершенствовать способ измерения, предложенный в [9].

Автор выражает свою признательность канд. техн. наук К. М. Соболевскому за полезные советы, способствовавшие улучшению статьи.

ЛИТЕРАТУРА

1. Ф. Б. Гриневич. Автоматические мосты переменного тока. Новосибирск, РИО СО АН СССР, 1964.
2. К. Б. Карандеев. Мостовые методы измерений. Киев, Гостехиздат УССР, 1953.
3. Ф. Б. Гриневич, Е. Е. Добров. О линиях уравновешивания автокомпенсацион-

ных мостовых цепей переменного тока.— В сб. «Проблемы электрометрии». «Наука», Новосибирск, 1967.
4. Ю. В. Братусь, В. П. Карпенко, И. С. Сериков. Сходимость мостовых схем с индуктивными компараторами тока.— В сб. «Методы и аппаратура для измерения электрических и магнитных величин». Киев, «Наукова думка», 1966.
5. В. Е. Бутт, Б. Н. Панков. К исследованию процесса уравновешивания трансформаторных измерительных мостов.— Автометрия, 1969, № 1.
6. М. А. Ахмаметьев, С. М. Казаков. Полууравновешенный мост переменного тока для измерения составляющих комплексных сопротивлений. Авторское свидетельство № 209577.— ИПОТЗ, 1968, № 5.
7. М. А. Ахмаметьев, С. М. Казаков. Полууравновешенная мостовая цепь для измерения составляющих комплексных сопротивлений. Авторское свидетельство № 220345.— ИПОТЗ, 1968, № 20.
8. М. А. Ахмаметьев, С. М. Казаков. Автоматический полууравновешенный мост для измерения C и $\mathrm{tg}\delta$. Авторское свидетельство № 199990.— ИПОТЗ, 1967, № 6.
9. М. А. Быков. Особый способ уравновешивания мостов переменного тока.— Измерительная техника, 1955, № 4.

Поступила в редакцию
10 февраля 1969 г.