

## ЭЛЕКТРОИЗМЕРИТЕЛЬНЫЕ ЦЕПИ

УДК 621.317.733

Ф. Б. ГРИНЕВИЧ, М. Н. СУРДУ

(Киев)

### О ПОГРЕШНОСТЯХ БЫСТРОДЕЙСТВУЮЩЕГО ЭКСТРЕМУМ-ДЕТЕКТОРА

В [1] предложен способ построения быстродействующего экстремум-детектора. Суть этого способа состоит в следующем. Синусоидальное входное напряжение подается одновременно на квадратичный детектор КД<sub>1</sub> и на фазовращатель Ф<sub>1</sub> (рис. 1); квадратичный детектор КД<sub>1</sub> возводит в квадрат входное напряжение, а фазовращатель поворачивает его фазу на  $\frac{\pi}{2}$ , не изменяя амплитуды. Напряжение с фазовращателя подается на квадратичный детектор КД<sub>2</sub>, идентичный с квадратичным детектором КД<sub>1</sub>. Выходные напряжения квадратичных детекторов КД<sub>1</sub> и КД<sub>2</sub>, представляющие собой квадраты синуса и косинуса, т. е.  $U_m^2 \sin^2 \omega t$  и  $U_m^2 \cos^2 \omega t$ , суммируются сумматором  $\Sigma$ , на выходе которого будет действовать постоянное напряжение, пропорциональное квадрату амплитуды детектируемого сигнала. Обратный квадратичный детектор  $V$  осуществляет извлечение корня из выходного напряжения сумматора.

Описанный экстремум-детектор обладает достаточно высоким быстродействием, и в принципе его выходное напряжение может не содержать переменных составляющих. Однако элементы реальной схемы экстремум-детектора не вполне соответствуют тем требованиям, которые к ним предъявляются. Это приводит к появлению пульсаций выходного напряжения и нестабильности его постоянной составляющей.

Существенный интерес представляет также определение вида переходной характеристики детектора. Исследование этих факторов и является предметом настоящей статьи.

К появлению пульсаций в первую очередь приводит то, что в общем случае характеристики квадратичных детекторов отклоняются от идеальной параболы [2]. Пульсации выходного напряжения появляются также вследствие неточности фазового сдвига фазовращателя.

Определим количественную связь между параметрами неидеальных квадратичных детекторов, неточностью фазового сдвига фазовращателя

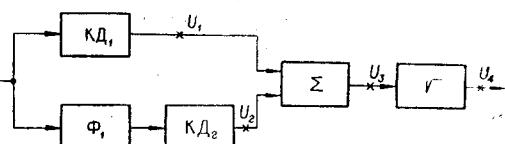


Рис. 1.

и величиной пульсаций выходного напряжения. Для этого разложим выходные напряжения квадратичных детекторов в ряд Фурье и, суммируя полученные разложения, определим спектральный состав выходного сигнала сумматора. Чтобы определить вид функции, подлежащей разложению, рассмотрим рис. 2. Здесь входное напряжение показано кривой  $I$ , выходной ток — кривой  $II$ , а кривая  $III$  изображает передаточную характеристику неидеального квадратичного детектора.

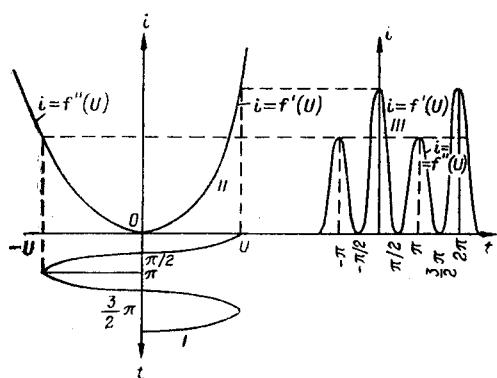


Рис. 2.

Как видно из этого рисунка, выходной ток при выбранном расположении начала отсчета является четной функцией времени. Следовательно, он может быть записан в виде ряда Фурье следующим образом:

$$i^I(\omega t) = \frac{A_0^I}{2} + A_1^I \cos \omega t + \dots + A_k^I \cos k \omega t, \quad (1)$$

где  $i^I(\omega t)$  — выходной ток первого квадратичного детектора;  $A_k$  — коэффициенты Фурье для первого детектора;  $k$  — номер гармоники в разложении;  $\omega$  — угловая частота детектируемого сигнала.

Выражение (1) описывает выходной сигнал первого квадратичного детектора. Можно, сдвинув начало координат на  $t = \frac{\psi}{\omega} = \frac{\pi}{2\omega}$ , где  $\psi$  — номинальный фазовый сдвиг фазовращателя, найти разложение в ряд Фурье для выходного сигнала второго квадратичного детектора. Однако это требует большого объема вычислительной работы. Поэтому воспользуемся известным свойством разложения в ряд Фурье, состоящим в том, что при смещении начала координат по оси времени спектр сигнала не изменяется, а лишь пропорционально частоте изменяются фазы всех его гармонических составляющих. В соответствии с этим свойством, из (1) можно получить разложение для выходного сигнала второго квадратичного детектора путем простой замены в нем  $\cos k\omega t$  на  $\cos k(\omega t + \psi + \Delta\psi)$ , где  $\Delta\psi$  — абсолютная погрешность фазового сдвига. Разложение будет иметь вид

$$i^{II}(\omega t) = \frac{A_0^{II}}{2} + A_1^{II} \cos (\omega t + \psi + \Delta\psi) + \dots + A_k^{II} \cos k(\omega t + \psi + \Delta\psi), \quad (2)$$

где  $i^{II}(\omega t)$  — выходной ток второго квадратичного детектора;  $A_k^{II}$  — коэффициенты Фурье для второго детектора.

Чтобы найти выходной сигнал сумматора, необходимо просуммировать выражения (1) и (2). Воспользовавшись формулами для суммирования гармонических величин, получим выражение для выходного сигнала сумматора

$$U_{\Sigma}(\omega t) = R \left[ \frac{1}{2} A_0 + A_1 \cos (\omega t + \varphi_1) + \dots + A_k \cos (k \omega t + \varphi_k) \right], \quad (3)$$

где  $A_0 = A_0^I + A_0^{II}$ ;  $A_k = \sqrt{(A_k^I)^2 + (A_k^{II})^2 + 2A_k^I A_k^{II} \cos k \left( \frac{\pi}{2} + \Delta\psi \right)}$ ;

$$\operatorname{tg} \varphi_k = \frac{A_k^{\text{II}} \sin k \left( \frac{\pi}{2} + \Delta \psi \right)}{A_k^{\text{I}} + A_k^{\text{II}} \cos k \left( \frac{\pi}{2} + \Delta \psi \right)}; \quad U_y(\omega t) — \text{выходное напряжение}$$

сумматора;  $R$  — коэффициент пропорциональности.

Теперь легко уже найти выражение для вычисления коэффициента пульсаций  $K_p$ . Коэффициент пульсаций может определяться различными путями. Например, его можно определить как отношение амплитуды пульсаций к величине постоянной составляющей выходного напряжения. Это выражение было бы наиболее приемлемым и в данном случае. Однако при этом потребовалось бы знание пикового значения пульсаций выходного напряжения, а его определение достаточно сложно. Поэтому в данном случае определим  $K_p$  как отношение среднеквадратичного значения переменной составляющей выходного напряжения к его постоянной составляющей:

$$K_p = \sqrt{\frac{\sum_{k=1}^{\infty} A_k^2}{A_0}}. \quad (4)$$

Значения коэффициентов Фурье  $A_k$  могут быть найдены следующим образом. Предположим, что правая ветвь передаточной характеристики квадратичного детектора аппроксимируется степенным полиномом

$$i_{\text{пр}} = \sum_{n=1}^{\infty} a_n U^n, \quad (5)$$

где  $i_{\text{пр}}$  — ток правой ветви характеристики квадратичного детектора;  $a_n$  — коэффициенты аппроксимирующего степенного ряда;  $n$  — номер члена ряда;  $U = U_m \cos \omega t$  — входное напряжение детектора. Левая ветвь характеристики может быть аппроксимирована таким же рядом. Однако, как легко показать, все коэффициенты аппроксимирующего ряда с нечетным  $n$  в этом случае будут отрицательными, в отличие от правой ветви, где все коэффициенты ряда положительны, т. е.

$$i_{\text{лев}} = \sum_{n=1}^{\infty} (-1)^n b_n U^n, \quad (6)$$

где  $b_n$  — коэффициенты степенного ряда, аппроксимирующего левую ветвь характеристики детектора. Подставив в (5) и (6) значение входного напряжения, равное  $U_m \cos \omega t$ , найдем аналитическое выражение для выходного напряжения первого квадратичного детектора. Затем, воспользовавшись формулами Эйлера, запишем выражение, по которому уже можно вычислить коэффициенты  $A_k^{\text{I}}$ :

$$A_k^{\text{I}} = \frac{2}{\pi} \sum_{n=1}^{\infty} U_m^n \left\{ a_n \int_0^{\pi/2} \cos^n \omega t \cos k \omega t d \omega t + \right. \\ \left. + (-1)^n b_n \int_{\pi/2}^{\pi} \cos^n \omega t \cos k \omega t d \omega t \right\}. \quad (7)$$

После интегрирования (7) получаем следующее выражение для  $A_k^{\text{I}}$  [3]:

$$A_k^I = \frac{2}{\pi} \sum_{n=1}^{\infty} U_m^n [a_n + (-1)^{k+2n} b_n] M(k; n), \quad (8)$$

где

$$M(k; n) = \begin{cases} s \frac{n}{(k-n)(k-n+2)\dots(k+n)} & \text{при } n < k; \\ \frac{\pi}{2^{n+1}} C_m^n & \text{при } k \leq n; n-k = 2m; \\ \frac{n!}{(n-k)! (n+k)!} & \text{при } k > n; n-k = 2m+1; \\ 0 & \text{при } k = n = 2m; \\ 1 & \text{при } k = n = 4m+1; C_m^n - \text{число сочетаний из } n \text{ по } m. \\ 1 & \text{при } k = n = 4m-1; \end{cases}$$

Так как спектр сигнала не изменяется при смещении начала отсчета времени, формула (8) пригодна и для определения  $A_k^{II}$ . В этом случае в (8) следует подставить коэффициенты степенных рядов, аппроксимирующих правую и левую ветви второго квадратичного детектора. В свою очередь, коэффициенты аппроксимирующих рядов  $a_n$  и  $b_n$  можно легко найти из реальных характеристик квадратичных детекторов, например общезвестным методом пяти ординат.

Рассмотрим теперь как влияет форма передаточных характеристик детекторов на величину коэффициента пульсаций, полагая, что погрешность фазового сдвига равна нулю.

Предположим сначала, что характеристики детекторов идеальны и идентичны. Это значит, что  $a_n = 0$  и  $b_n = 0$  при  $n \neq 2$  и  $b_2 = a_2$ . В этом случае, как легко видеть из выражений (3), (4) и (8), коэффициент пульсаций равен нулю.

Пусть теперь характеристики детекторов являются идеальными параболами, однако неидентичными. В этом случае, как видно из (8), все коэффициенты  $A_k$ , кроме  $A_2$ , обращаются в нуль. Однако  $A_2^I \neq A_2^{II}$  и в соответствии с (3) и (4) в спектре выходного напряжения появляется нескомпенсированная вторая гармоника детектируемого сигнала, пропорциональная разности  $A_2^I - A_2^{II}$ .

Рассмотрим случай, когда  $a_n \neq 0$  и  $b_n \neq 0$ , но  $a_n = b_n$ , т. е. когда характеристики детекторов не являются идеальными параболами, но симметричны относительно оси токов. В этом случае в нуль обращаются все коэффициенты  $A_k$  нечетных гармоник. Тогда из (4) следует, что при идентичных характеристиках обоих детекторов в выходном напряжении будут присутствовать четвертая, восьмая и т. д. гармоники детектируемого сигнала, а при неидентичных характеристиках в выходном сигнале появится также и вторая гармоника.

Наконец, если характеристики детекторов не являются параболами, несимметричны и неидентичны у обоих детекторов, в спектре выходного напряжения будут присутствовать все гармоники детектируемого сигнала.

На практике трудно получить элементы с идеальными квадратичными характеристиками. Поэтому следует стремиться приблизиться к наиболее легко достижимому случаю, когда характеристики детекторов симметричны и идентичны хотя бы по второй гармонике. В этом случае появляющиеся на выходе сумматора четвертая, восьмая и высшие гармоники детектируемого сигнала, которые сами по себе невелики, могут

быть достаточно легко отфильтрованы. Величина постоянной времени дополнительного фильтра, применяемого для этой цели, может быть небольшой и не снизит в заметной мере быстродействия детектора.

Перейдем к анализу переходных процессов в рассматриваемом экстремум-детекторе.

Переходная характеристика всего экстремум-детектора будет определяться переходным процессом в фазовращателе а также передаточными характеристиками квадратичных детекторов КД<sub>1</sub> и КД<sub>2</sub> и обратного квадратичного детектора  $\sqrt{V}$ . Для определенности примем, что фазовращатель собран по схеме, приведенной на рис. 3. Такой фазовращатель даст необходимый фазовый сдвиг, равный  $\frac{\pi}{2}$ , при

$$RC = \varsigma = \frac{1}{\omega}.$$

Полное выходное напряжение фазовращателя может быть записано в виде суммы напряжения в установившемся режиме и напряжения переходного процесса. В [4] дано выражение, определяющее напряжение  $U_{C_{\text{пер}}}$  переходного процесса на конденсаторе  $RC$ -цепи, подключенной к источнику напряжения  $2U_m \sin(\omega t + \alpha)$ . Выражение для полного выходного напряжения фазовращателя может быть записано следующим образом:

$$\begin{aligned} U_2 &= U_m \sin(\omega t + \alpha) - U_{C_{\text{уст}}} - U_{C_{\text{пер}}} = \\ &= U_m \sin(\omega t + \alpha + \psi) - 2U_m \sin \beta \sin \left( \alpha + \beta - \frac{\pi}{2} \right) e^{-\frac{t}{\tau}}; \quad (9) \end{aligned}$$

где  $U_m$  — амплитуда детектируемого напряжения;  $U_{C_{\text{уст}}}$  — установившееся напряжение на конденсаторе;  $U_{C_{\text{пер}}}$  — напряжение переходного процесса на конденсаторе;  $\alpha$  — начальная фаза детектируемого напряжения;  $\beta = \operatorname{arctg} \frac{1}{\omega \tau}$ ;  $\psi = 2\beta$ ;  $\tau = RC$ . Используя (9), пренебрегая инерционностью квадратичных детекторов и считая их идеальными, можно определить вид переходной характеристики  $h(t)$  экстремум-детектора. Проделав последовательно все операции, выполняемые над входным сигналом, получим

$$h(t) = \sqrt{1 + 2\sqrt{2} \cos(\alpha + \beta)} e^{-\frac{t}{\tau}} \left[ \cos(\omega t + \alpha) - \frac{\sqrt{2}}{2} e^{-\frac{t}{\tau}} \cos(\alpha + \beta) \right]. \quad (10)$$

На рис. 4 приведены кривые, изображающие переходную характеристику детектора при различных начальных фазах входного напряжения, построенные в соответствии с формулой (10). Здесь кривые I, II, III изображают напряжение переходного процесса на выходе сумматора, а кривые IV, V — напряжение переходного процесса на выходе обратного квадратичного детектора. Как видно из этого рисунка, напряжение на выходе детектора устанавливается мгновенно при  $\alpha = (2p + 1) \frac{\pi}{4}$ , где  $p$  — числа натурального ряда. При  $\alpha = p\pi$  напряжение переходного процесса в момент включения максимально, а при

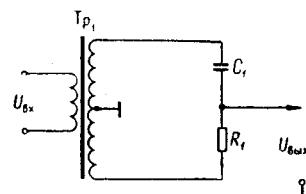


Рис. 3.

$\alpha = p \frac{\pi}{2}$  равно нулю. При любой другой произвольной начальной фазе переходная характеристика детектора лежит между кривыми IV и V.

Переходный процесс можно считать закончившимся при  $t = \frac{3}{4} T$  для любой фазы входного напряжения. При этом максимальное отклонение выходного напряжения от установленвшегося значения не превышает 1%. Так как в экстремальных мостах переменного тока интересуются лишь знаком приращения выходного напряжения измерительной схемы, то такая погрешность установления выходного напряжения достаточно мала, чтобы не сказываться на процессе уравновешивания. На практике на выходе детектора необходимо включать фильтр нижних частот с эквивалентной

$$T \text{ постоянной времени } \tau_{\phi} \sim \frac{T}{5}$$

для подавления высших гармоник сигнала. Это в некоторой мере снижает быстродействие детектора, однако

время установления выходного напряжения не превышает периода детектируемого напряжения.

Экспериментальная проверка показала, что при симметрировании характеристик квадратичных детекторов возможно получение  $K_p < 0,2\%$  при времени установления выходного напряжения, меньшем 0,9 T. Применение детектора с такими показателями позволяет существенно повысить быстродействие автоматических экстремальных мостов.

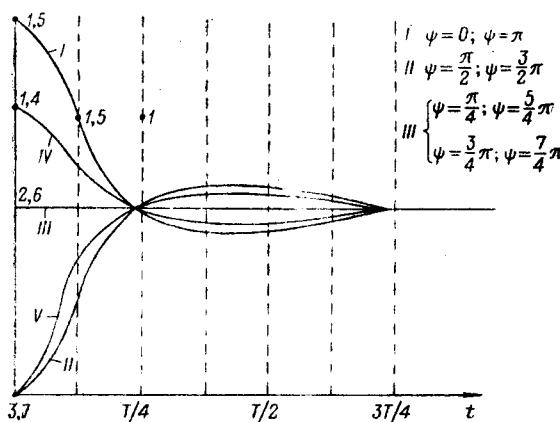


Рис. 4.

## ЛИТЕРАТУРА

1. Ф. Б. Гриневич. Способ выделения огибающей модулированного сигнала. Авторское свидетельство № 198451.—ИПОТЗ, 1967, № 14.
2. К. Б. Каандеев, Ф. Б. Гриневич. Об умножающих схемах на полупроводниковых диодах.—Измерительная техника, 1964, № 11.
3. И. С. Градштейн, И. М. Рыжик. Таблицы интегралов, сумм, рядов и производений. М., Физматгиз, 1962.
4. Л. Р. Нейман, П. Л. Калантаров. Теоретические основы электротехники, ч. II. М., Госэнергоиздат, 1959.

Поступила в редакцию  
13 марта 1969 г.