А К А Д Е М И Я Н А У К С С С Р
СИБИРСКОЕ ОТДЕЛЕНИЕ
А В Т О М Е Т Р И Я

№ 3 1969

УДК 621.317.025+621.317.33

Г. А. АЛИ-ЗАДЕ, Ю. В. ТРОИЦКИЙ

(Баку)

ПОГРЕШНОСТЬ ОПРЕДЕЛЕНИЯ ЧАСТНЫХ МИНИМУМОВ В АВТОМАТИЧЕСКИХ ЭКСТРЕМАЛЬНЫХ МОСТАХ И КОМПЕНСАТОРАХ ПЕРЕМЕННОГО ТОКА С ПОИСКОМ ПО МЕТОДУ ГАУССА — ЗАЙДЕЛЯ

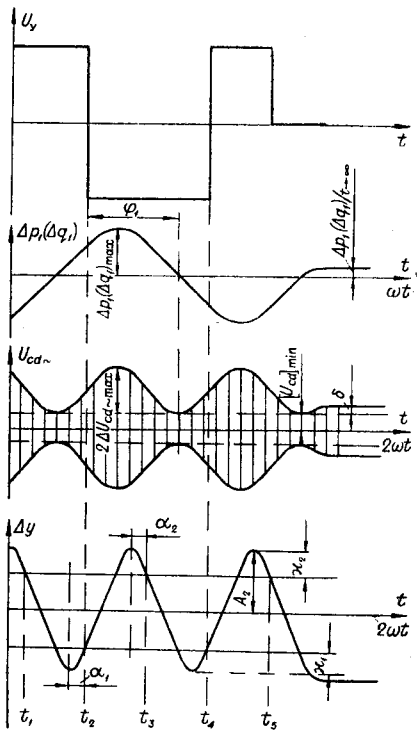
Уравновешивание измерительной цепи в автоматических экстремальных мостах и компенсаторах переменного тока с поиском по методу Гаусса — Зайделя производится путем поочередной минимизации напряжения неравновесия по каждому уравновешивающему параметру [1]. Погрешность определения частных минимумов после каждой регулировки, так же как и в случае неавтоматических приборов, обусловливает сходимость процесса уравновешивания, т. е. быстродействие и точность прибора. В автоматических экстремальных приборах эта погрешность зависит от динамических свойств системы и от выбранного алгоритма работы. Покажем, что погрешность определения частных минимумов может быть уменьшена при использовании информации как о недозволенных, так и о дозволенных приращениях.

Временное разделение работы каналов уравновешивания при поиске по методу Гаусса — Зайделя позволяет рассматривать каждый канал как самостоятельную систему экстремального регулирования [2]. Канал уравновешивания состоит из последовательно включенных измерительной цепи, усилителя напряжения неравновесия, амплитудного детектора, экстремального релейного регулятора и исполнительного элемента, изменяющего величину уравновешивающего параметра измерительной цепи до достижения равновесия.

Процесс уравновешивания в автоматических экстремальных системах аналогового типа с совмещенными рабочими и пробными движениями характеризуется наличием автоколебаний около точек экстремумов. Качественная картина режима автоколебаний на выходе основных звеньев показана на рисунке, где $U_у$ — колебания управляющего напряжения на входе исполнительного элемента; $\Delta q_1(\Delta p_1)$ — колебания уравновешивающего параметра; $U_{cd\sim}$ — напряжение на выходе измерительной схемы; Δy — колебания напряжения на входе экстремального регулятора. Гармоническая форма сигналов на этом рисунке объясняется инерционностью звеньев системы, обладающих фильтрующей способностью.

В системе за счет нелинейной характеристики экстремального объекта происходит удвоение частоты автоколебаний, а за счет экстре-

мального регулятора — ее деление. Колебания сигналов U_y и $\Delta q_1(\Delta p_1)$ происходят с частотой ω, а колебания сигналов $\Delta U_{cd\sim}$ и Δy — с частотой 2ω. Наличие в системе автоколебаний двух разных частот требует, чтобы фазовые соотношения для звеньев с частотой автоколебаний 2ω учитывались в половинном масштабе по отношению к фазовым соотношениям звеньев с частотой автоколебаний ω [3].



Число колебаний около каждого частного минимума будет определяться принятым законом переключения каналов уравновешивания, который вместе с динамическими свойствами системы уравновешивания определит также величину погрешности нахождения экстремума.

Согласно рисунку, закон изменения во времени управляющего сигнала U_y и уравновешивающего параметра $\Delta q_1(\Delta p_1)$ можно представить так:

$$U_y \approx U_{y\,max}\,\mathrm{sign}\cos\omega t;$$
$$\Delta q_1 = \Delta q_{1\,max}\cos(\omega t - \varphi_1)). \qquad (1)$$

Величина Δq_1 связана с управляющим напряжением U_y соотношением

$$\frac{\Delta q_1}{U_y} W_1(p), \qquad (2)$$

где $W(p)$ — передаточная функция исполнительного элемента. Если принять

$$W_1(p) = \frac{k}{p(1 + T_1 p)}, \qquad (3)$$

то $\frac{\Delta q_1}{U_y} = \frac{k}{p(1 + T_1 p)}$, откуда $T_1 p^2 \Delta q_1 + p\Delta q_1 = k U_y$. При отключении управляющего сигнала

$$T_1 p^2 \Delta q_1 + p\Delta q_1 = 0. \qquad (4)$$

Решение уравнения (4) имеет вид

$$\Delta q_1 = B_1 + B_2 e^{-\frac{t}{T_1}}. \qquad (5)$$

Если принять за начало отчета момент времени t_4, соответствующий переключению каналов уравновешивания после второго импульса недозволенного приращения [4], то формулу (5) следует переписать так:

$$\Delta q_1 = B_1 + B_2 e^{-\frac{t - t_4}{T_1}}. \qquad (6)$$

При этом начальные условия B_1 и B_2 можно найти следующим образом:

$$B_1 + B_2 = \Delta q_{1/t = t_4} = \Delta q_{1\,max}\cos(\omega t_4 - \varphi_1) =$$
$$= \Delta q_{1\,max}\cos\left(\frac{3}{2}\pi - \varphi_1\right) = -\Delta q_{1\,max}\sin\varphi_1;$$

$$B_2 = -T_1 \frac{d\,\Delta q_1}{dt}\Big|_{t=t_4} = -\omega\, T_1\, \Delta q_{1\max} \cos\varphi_1; \qquad (7)$$

$$B_1 = -\Delta q_{1\max} \sin\varphi_1 - B_2 = \Delta q_{1\max}(-\sin\varphi_1 + \omega\, T_1 \cos\varphi_1). \qquad (8)$$

Отклонение уравновешивающего параметра Δq_1 от величины, соответствующей частному минимуму, после отключения исполнительного органа (после переключения каналов) определяется из уравнения (6) с учетом (7) и (8):

$$\Delta q_{1/t\to\infty} = B_1 = \Delta q_{1\max}(-\sin\varphi_1 + \omega\, T_1 \cos\varphi_1). \qquad (9)$$

Сдвиг фаз целиком зависит от инерционности исполнительного элемента, т. е.

$$\varphi_1 = \arg W_1(j\omega) = \psi_1 + \frac{\pi}{2}, \qquad (10)$$

где $\psi_1 = \mathrm{arctg}\,\omega T_1$. Отсюда

$$\sin\psi_1 = \frac{\omega\, T_1}{\sqrt{1+\omega^2 T_1^2}}; \quad \cos\psi_1 = \frac{1}{\sqrt{1+\omega^2 T_1^2}}; \qquad (11)$$

$$\Delta q_{1/t\to\infty} = -\Delta q_{1\max}\sqrt{1+\omega^2 T_1^2}. \qquad (12)$$

На выходе измерительной цепи отклонение напряжения неравновесия от минимального значения $U_{cd\sim\min}$ в процессе поиска имеет вид

$$\Delta U_{cd\sim} = \Delta U_{cd\max}[1 - \cos(2\omega t - 2\varphi_1)]. \qquad (13)$$

Максимальное отклонение напряжения неравновесия от минимального значения $U_{cd\sim\min}$ будет равно удвоенной амплитуде колебаний $2\Delta U_{cd\max}$.

Уравнение (12), полученное при условии гармонической линеаризации, будет точно выполняться, если

$$\Delta U_{cd\sim} = k|\Delta q_1|. \qquad (14)$$

В этом случае погрешность определения частного минимума напряжения неравновесия δ описывается выражением

$$\delta = k\,\Delta q_{1\max}\sqrt{1+\omega^2 T_1^2} = 2\,\Delta U_{cd\max}\sqrt{1+\omega^2 T_1^2}, \qquad (15)$$

т. е. отключение канала в момент, соответствующий реверсу управляющего воздействия (после импульса недозволенного приращения), приводит к фиксированию минимума напряжения неравновесия по данному параметру с погрешностью, превышающей удвоенную амплитуду автоколебаний этого напряжения, возникающих в процессе поиска.

При рассмотренном алгоритме на поиск каждого частного минимума будет тратиться 1,5—2 периода автоколебаний на входе экстремального регулятора или 0,75 — 1 период автоколебаний уравновешивающего параметра. Максимальная потеря времени на «рыскание» около каждого частного минимума будет составлять 1 период колебаний уравновешивающего параметра:

$$t_{p\max} = \frac{2\pi}{\omega}. \qquad (16)$$

Погрешность δ можно значительно уменьшить, если фиксировать не только недозволенные (положительные) приращения, но и дозволенные

(отрицательные). Переключение можно осуществить после второго импульса дозволенного приращения, например в момент t_3. При равенстве уровней квантования по дозволенному ($\varkappa_1$) и недозволенному ($\varkappa_2$) приращениям

$$\Delta q_{1/t=t_3} = \Delta q_{1\max} \cos \varphi_1. \tag{17}$$

После отключения управляющего сигнала

$$\Delta q_{1/t\to\infty} = \Delta q_{1\max} (\cos \varphi_1 + \omega T_1 \sin \varphi_1) =$$
$$= \Delta q_{1\max} (\omega T_1 \cos \varphi_1 - \sin \varphi_1) = 0, \tag{18}$$

Следовательно, частный минимум в этом случае найден идеально. В реальных условиях величины $\varkappa_1$ и $\varkappa_2$ могут быть различными, что приводит к отличию углов α_1 и α_2 (см. рисунок). При этом

$$B_1 + B = \Delta q_{1/t=t_3} = \Delta q_{1\max} \cos (\varphi_1 + \Delta \alpha); \tag{19}$$

$$B_2 = -T_1 \frac{d \Delta q}{dt}\Big/_{t=t_3} = \omega T_1 \sin (\varphi_1 + \Delta \alpha); \tag{20}$$

$$\Delta q_{1/t\to\infty} = \Delta q_{1\max} [\cos (\varphi_1 + \Delta \alpha) - \omega T_1 \sin (\varphi_1 + \Delta \alpha)]. \tag{21}$$

После преобразований с учетом формул (10) — (11) получим

$$\Delta q_{1/t\to\infty} = \Delta q_{1\max} \sqrt{1 + \omega^2 T_1^2} \sin \Delta \alpha, \tag{22}$$

где $\Delta \alpha = \frac{\alpha_1 - \alpha_2}{2}$; из [3] известно, что

$$\alpha = \arcsin \frac{1 - \frac{A_2}{\varkappa}}{\frac{A_2}{\varkappa}}, \tag{23}$$

поэтому

$$\Delta \alpha = \frac{1}{2} \left(\arcsin \frac{1 - \frac{A_2}{\varkappa_1}}{\frac{A_2}{\varkappa_1}} - \arcsin \frac{1 - \frac{A_2}{\varkappa_2}}{\frac{A_2}{\varkappa_2}} \right). \tag{24}$$

Погрешность определения частного минимума напряжения неравновесия находим из выражения

$$\delta = 2 \Delta U_{cd\sim\max} \sqrt{1 + \omega^2 T_1^2} \sin \Delta \alpha. \tag{25}$$

Выразив $\Delta\alpha$ и $\Delta U_{cd\sim\max}$ через амплитуду колебаний на входе экстремального регулятора A_2, получим

$$\delta = A_2 \frac{3\pi}{8 K_{\text{ус}} | W_2(j2\omega)|} \sin \frac{1}{2} \left(\arcsin \frac{1 - \frac{A_2}{\varkappa_1}}{\frac{A_2}{\varkappa_1}} - \arcsin \frac{1 - \frac{A_2}{\varkappa_2}}{\frac{A_2}{\varkappa_2}} \right), \tag{26}$$

где $W_2(j2\omega)$ — модуль частотной характеристики амплитудного детектора на частоте автоколебаний; $K_{\text{ус}}$ — коэффициент усиления усилителя неравновесия.

Таким образом, погрешность определения частных минимумов зависит от разброса уровней квантования $\varkappa_2$ и $\varkappa_1$ и от динамически

свойств системы уравновешивания, определяющих амплитуду автоколебаний A_2 и частоту автоколебаний ω.

Анализ формулы (26), который проводился при допущении разброса $\varkappa_1$ и $\varkappa_2$ в 1,5 раза, показал, что при десятикратном изменении амплитуды автоколебаний погрешность δ изменяется не более чем в два раза. Другой важной особенностью рассмотренного алгоритма переключения каналов уравновешивания является зависимость знака отклонения уравновешивающего параметра в конце регулировки $\Delta q_{1/t\to\infty}$ от знака отклонения этого параметра перед началом регулировки $\Delta q_{1н}$:

$$\operatorname{sign} \Delta q_{1/t\to\infty} = \operatorname{sign} \Delta q_{1н} \operatorname{sign} (\sin \Delta \alpha), \tag{27}$$

что можно использовать для улучшения процесса сходимости.

Выводы

Для уменьшения погрешности определения частного минимума переключение каналов уравновешивания следует производить после второго импульса дозволенного (отрицательного) приращения.

Погрешность при этом определяется разбросом уровней квантования по дозволенному и недозволенному приращениям и динамическими свойствами системы уравновешивания. Эту погрешность с достаточной степенью точности можно считать постоянной по абсолютной величине в значительном диапазоне изменения амплитуд автоколебаний.

Знак отклонения регулирующего параметра от значения, соответствующего минимуму напряжения неравновесия, в конце регулировки определяется знаком отклонения этого параметра в начале регулировки.

Потери времени на «рыскание» около частных минимумов не превышают одного периода автоколебаний уравновешивающего параметра.

ЛИТЕРАТУРА

1. М. А. Ахмаметьев, Ю. В. Троицкий. О применении методов экстремального регулирования для уравновешивания мостовых цепей переменного тока.— Автометрия, 1967, № 1.
2. Г. А. Али-заде, Ю. В. Троицкий. Анализ мостовых и компенсационных экстремальных систем со скоростью регулирующего органа, пропорциональной напряжению разбаланса.— Тезисы докладов I Всесоюзной межвузовской конференции по автоматическим измерениям комплексных величин переменного тока. Баку, 1966.
3. И. С. Моросанов. Релейные экстремальные системы. М., «Наука», 1964.
4. Ю. В. Троицкий. Некоторые вопросы построения экстремальных мостов переменного тока.— Материалы I Республиканской конференции молодых ученых. Баку, 1966.

Поступила в редакцию
19 июля 1967 г.,
окончательный вариант
18 июня 1968 г.