

О. А. КАЦЮБА, Л. Ф. КУЛИКОВСКИЙ,  
 П. К. ЛАНГЕ, М. Я. ЛИХТЦИНДЕР

(Куйбышев)

### ЭКСПОНЕНЦИАЛЬНОЕ УСТРОЙСТВО ПЕРЕРАБОТКИ ИНФОРМАЦИИ, РЕАЛИЗУЮЩЕЕ СТЕПЕННОЙ РЯД

Для автоматической переработки измерительной информации часто бывает удобно применять функциональные преобразователи, реализующие разложение функции в степенной ряд [1]. Для этой цели в настоящее время используются нелинейные элементы, имеющие степенные вольт-амперные характеристики, диодные функциональные преобразователи, осуществляющие кусочно-линейную аппроксимацию степенных функций, функциональные потенциометры и др. [2]. Основным недостатком этих устройств заключается в температурной нестабильности параметров нелинейных элементов или в малой надежности, связанной с наличием подвижного контакта.

Известны устройства, в которых возведение в степень реализуется путем сравнения входного напряжения с экспоненциальным и запоминания мгновенного значения другого экспоненциального напряжения в момент равенства первых двух [3]. Существенный недостаток этих устройств заключается в необходимости определения мгновенного значения экспоненциального напряжения с помощью амплитудного детектора, имеющего низкую точность и стабильность. Универсальный измерительный функциональный преобразователь, схема которого показана на рис. 1, в определенной мере свободен от этих недостатков.

Рассмотрим принцип действия устройства. Тактирующие импульсы ТИ (рис. 2, а) периодически запускают генераторы экспоненциальных напряжений  $U_0 e^{-\alpha_0 t}$ ,  $U_1 e^{-\alpha_1 t}$ ,  $U_1 e^{-\alpha_2 t}$ ,  $U_1 e^{-\alpha_3 t}$ , ...,  $U_1 e^{-\alpha_n t}$  (см. рис. 2, б, в, д, е) и устанавливают триггеры  $T_1$  и  $T_2$  и связанные с ними полупроводниковые ключи  $K_{11}$ ,  $K_{21}$ , ...,  $K_{n1}$  (см. рис. 1) в исходные положения. Входное медленно меняющееся напряжение и периодическое напряжение  $U_0 e^{-\alpha_0 t}$  сравниваются с помощью нуля-органа НО<sub>1</sub>. В момент выполнения равенства

$$U_{вх} = U_0 e^{-\alpha_0 t_1} \quad (1)$$

ноль-орган, представляющий собой блокинг-генератор, возбуждается и первый же импульс на его выходе опрокидывает триггер  $T_1$ , который в свою очередь открывает ключи  $K_{11}$ ,  $K_{21}$ , ...,  $K_{n1}$ .

С этого момента по сопротивлениям сумматора  $R_{11}, R_{21}, \dots, R_{n1}$  начинают протекать экспоненциальные токи, пропорциональные напряжениям  $U_1 e^{-\alpha_1 t}, U_1 e^{-\alpha_2 t}, \dots, U_1 e^{-\alpha_n t}$ . Выходной ток фотогальванометрического усилителя  $\Gamma$  создает на сопротивлении нагрузки  $R_n$  напряжение  $U_{\text{вых}}$ , являющееся выходной величиной функционального преобразователя.

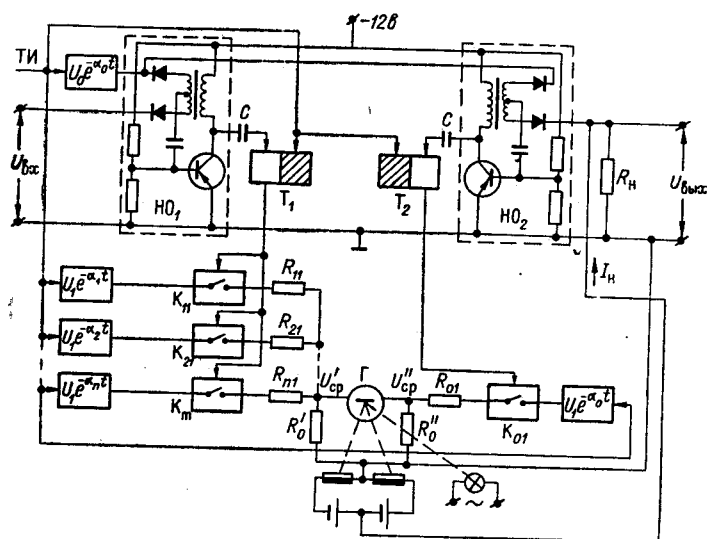


Рис. 1.

Напряжение  $U_{\text{вых}}$  и периодическое напряжение  $U_0 e^{-\alpha_0 t}$  подключены ко входам нуля-органа  $HO_2$ . Эта цепь работает аналогично рассмотренной и является цепью обратной связи. Напряжение обратной связи выделяется на сопротивлении  $R_0$ . Рамка гальванометра  $\Gamma$  реагирует на среднее значение напряжения и начинает поворачиваться до тех пор, пока среднее значение напряжения  $U'_{\text{ср}}$  не будет равно среднему значению напряжения  $U''_{\text{ср}}$  (см. рис. 1).

Покажем, что в установившемся режиме устройство осуществляет синтез степенного ряда. Среднее значение напряжения на  $R_0$  составляет

$$U'_{\text{ср}} = \frac{1}{T} \int_{t_1}^T \sum_{i=1}^n a_{i1} U_1 e^{-\alpha_i t} dt = \frac{U_1}{T} \sum_{i=1}^n \frac{a_{i1}}{\alpha_i} \left( \frac{U_{\text{вых}}}{U_0} \right)^{\frac{\alpha_i}{\alpha_0}} - \frac{U_1}{T} \sum_{i=1}^n \frac{a_{i1}}{\alpha_i} e^{-\alpha_i T}. \quad (2)$$

Здесь  $a_{i1}$  — коэффициент, зависящий от  $R_{i1}$  и  $R_0$ ;  $t_1$  определяется из (1);  $T$  — период следования тактирующих импульсов. Среднее значение напряжения на  $R_0$  равно

$$U''_{\text{ср}} = \frac{1}{T} \int_{t_2}^T a_{01} U_1 e^{-\alpha_0 t} dt = \frac{U_1}{T} \frac{a_{01}}{\alpha_0} \frac{U_{\text{вых}}}{U_0} - \frac{U_1}{T} \frac{a_{01}}{\alpha_0} e^{-\alpha_0 T}. \quad (3)$$

Здесь  $t_2$  определяется из выражения

$$U_{\text{вых}} = U_0 e^{-\alpha_0 t_2}. \quad (4)$$

Обозначим  $\frac{U_{\text{вх}}}{U_0} = \nu_{\text{вх}}$ ,  $\frac{U_{\text{вых}}}{U_0} = \nu_{\text{вых}}$ ,  $\frac{\alpha_0}{\alpha_i} \frac{a_{i1}}{a_{01}} = A_i$ ,  $A_0 = -1$ ,  $\frac{\alpha_i}{\alpha_0} = m_i$

и с учетом того, что в установившемся режиме  $U'_{\text{ср}} = U''_{\text{ср}}$ , получим

$$\nu_{\text{вых}} = \sum_{i=1}^n A_i \nu_{\text{вх}}^{m_i} - \sum_{i=0}^n A_i e^{-\alpha_i T}. \quad (5)$$

При соответствующем подборе величин  $\alpha_i$  член  $\sum_{i=0}^n A_i e^{-\alpha_i T}$  может быть достаточно мал и выражение (3) будет представлять собой разложение функции произвольного вида в степенной ряд. Для изменения знака  $A_i$  необходимо сопротивление  $R_{i1}$  подключить к узлу  $U''_{\text{ср}}$ .

Рассмотрим погрешности функционального преобразователя.

1. Погрешность из-за неустановившейся незатухающей части экспонент  $\Delta_1$ . Она определяется вторым членом выражения (5):

$$\Delta_1 = \sum_{i=0}^n A_i e^{-\alpha_i T}. \quad (6)$$

Задавая  $\Delta_1$  и  $m_i$ , с помощью (6) можно определить  $\alpha_0$ . Например, для функции  $y = x + x^2 + x^3$  при  $T = 0,02$  сек легко подсчитать:  $\alpha_1 = 150$  1/сек,  $\alpha_2 = 300$  1/сек,  $\alpha_3 = 450$  1/сек; рассматриваемая приведенная погрешность равна  $\delta_1 = 0,1\%$ . Следует заметить, что  $\delta_1$  — систематическая погрешность, поэтому ее можно компенсировать.

2. Погрешность из-за статизма гальванометрического усилителя  $\Delta_2$ . Уравнение усилителя в статике имеет вид

$$U_{\text{вых}} = K(U'_{\text{ср}} - U''_{\text{ср}}), \quad (7)$$

где  $K$  — коэффициент усиления по напряжению. Подставив (7) в (3), получим

$$U''_{\text{ср}} = U'_{\text{ср}} \frac{D}{1+D}, \quad (8)$$

где  $D = \frac{U_1 a_{01} K}{U_0 a_0 T}$ . Подставляя (2) и (3) в (8), с учетом обозначений

в выражении (5) найдем  $\nu_{\text{вых}} = \frac{D}{1+D} \sum_{i=1}^n A_i \nu_{\text{вх}}^{m_i}$ ; абсолютная погрешность составит

$$\Delta_2 = \frac{U_0}{1+D} \sum_{i=1}^n A_i \nu_{\text{вх}}^{m_i}. \quad (9)$$

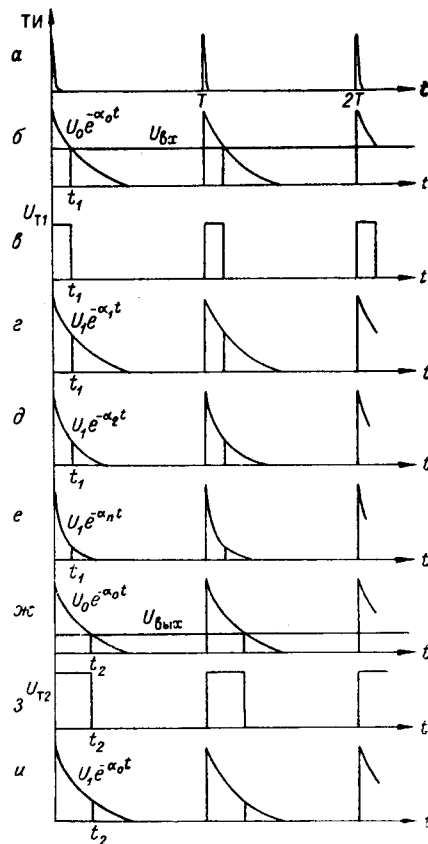


Рис. 2.

Для рассмотренного примера при  $K=10^4$  максимальное значение приведенной погрешности равно  $\delta_2=0,06\%$ .

3. Погрешность из-за запаздывания  $\Delta_3$ . Рассмотрев работу прибора, легко убедиться, что запаздывание срабатывания нуль-органов, триггеров и полупроводниковых ключей оказывает одинаковое влияние на работу устройства.

Пусть  $\Delta t'_{н3}$ ,  $\Delta t''_{н3}$  — запаздывание срабатывания нуль-органов;  $\Delta t'_{т3}$ ,  $\Delta t''_{т3}$  — запаздывание срабатывания триггеров;  $\Delta t_{01}$ ,  $\Delta t_{i1}$  — запаздывание срабатывания ключей. Обозначим:

$$\Delta t_{i3} = \Delta t_{i1} + \Delta t'_{н3} + \Delta t'_{т3}; \quad \Delta l_{03} = \Delta t_{01} + \Delta t''_{н3} + \Delta t''_{т3}. \quad (10)$$

Пусть  $\Delta t_{ic}$  — запаздывание экспоненциального напряжения  $i$ -го генератора относительно тактирующего импульса. В этом случае имеем

$$\begin{aligned} U'_{cp} &= \frac{U_1}{T} \sum_{i=1}^n \int_{t_1 + \Delta t_{i3}}^{\infty} a_{i1} e^{-\alpha_i(t - \Delta t_{ic})} dt = \\ &= \frac{U_1}{T} \sum_{i=1}^n \frac{a_{i1}}{\alpha_i} \left( \frac{U_{вх}}{U_0} \right)^{\frac{\alpha_i}{\alpha_0}} e^{-\alpha_i(\Delta t_{i3} - \Delta t_{ic})}; \end{aligned} \quad (11)$$

аналогично

$$U''_{cp} = \frac{U_1}{T} \frac{a_{01}}{\alpha_0} \frac{U_{вых}}{U_0} e^{-\alpha_0(\Delta t_{03} - \Delta t_{0c})}. \quad (12)$$

Разложив  $e^{-\alpha_i(\Delta t_{i3} - \Delta t_{ic})}$  ( $i=0,1, \dots, n$ ) в ряд Тейлора и пренебрегая членами выше 1-го порядка, определим погрешность

$$\Delta_3 = U_0 \sum_{i=0}^n A_i \nu_{вх}^{m_i} \alpha_i (\Delta t_{ic} - \Delta t_{i3}). \quad (13)$$

Для рассмотренного примера при  $\Delta t_{ic} - \Delta t_{i3} = 5$  мксек максимальное значение приведенной погрешности равно  $\delta_3=0,07\%$ .

4. Погрешность из-за зоны нечувствительности нуль-органов  $\Delta_4$ . Пусть зоны нечувствительности нуль-органов соответственно равны  $U_{з.н}$ ,  $U''_{з.н}$ . Тогда уравнение (1) примет вид  $U_{вх} = U_0 e^{-\alpha_0 t_1} + U'_{з.н}$ , откуда

$$t_1 = -\frac{1}{\alpha_0} \ln \frac{U_{вх} - U'_{з.н}}{U_0}. \quad (14)$$

Аналогично

$$t_2 = -\frac{1}{\alpha_0} \ln \frac{U_{вых} - U''_{з.н}}{U_0}. \quad (15)$$

С помощью преобразований, подобных (3) — (5), получим

$$\frac{U_{вых}}{U_0} = \sum_{i=1}^n \frac{a_{i1}}{\alpha_i} \frac{\alpha_0}{a_{01}} \left( \frac{U_{вх}}{U_0} \right)^{\frac{\alpha_i}{\alpha_0}} \left( 1 - \frac{U'_{з.н}}{U_{вх}} \right)^{\frac{\alpha_i}{\alpha_0}} + \frac{U''_{з.н}}{U_0}.$$

Имеет смысл рассматривать случай, когда  $U_{з.н} \ll U_{вх}$ . Разложив  $\left( 1 - \frac{U'_{з.н}}{U_{вх}} \right)^{\frac{\alpha_i}{\alpha_0}}$  в ряд Тейлора и взяв только члены первого порядка, найдем

$$\Delta_4 = U_{3.н}'' - U_{3.н}' \sum_{i=1}^n A_i m_i v_{вх}^{m_i - 1}. \quad (16)$$

Погрешность растет с увеличением  $n$ . Для рассмотренного примера при  $U_{3.н}'' = U_{3.н}' = 10$  мв максимальное значение приведенной погрешности равно  $\delta_4 = 0,2\%$ .

5. Погрешность из-за изменения опорного напряжения  $\delta_5$ . Определяя дифференциал по  $U_0$  выражения (5) и переходя к приращениям с учетом принятых обозначений, имеем

$$\Delta_5 = \Delta U_0 \sum_{i=1}^n A_i v_{вх}^{m_i} (1 - m_i), \quad (17)$$

где  $\Delta U_0$  — абсолютное изменение напряжения  $U_0$ . Для описанного примера при  $\Delta U_0 = 10$  мв,  $v_{вх \max} = 1$  приведенная погрешность составит  $\delta_5 = 0,1\%$ .

6. Погрешности из-за неточности реализации коэффициентов  $A_i$  и  $m_i$  ( $\Delta_6$  и  $\Delta_7$ ). Указанные погрешности определяются аналогично предыдущей:

$$\Delta_6 = U_0 \sum_{i=1}^n \Delta A_i v_{вх}^{m_i}, \quad (18)$$

где  $\Delta A_i$  — абсолютное изменение  $A_i$ ;

$$\Delta_7 = U_0 \ln v_{вх} \sum_{i=1}^n A_i \Delta m_i v_{вх}^{m_i}, \quad (19)$$

где  $\Delta m_i$  — абсолютное изменение  $m_i$ .

Для рассмотренного примера при относительном изменении величин  $m_i$ , равном  $1\%$ , и относительном изменении величин  $A_i$ , равном  $0,1\%$ , имеем следующие значения относительных погрешностей:  $\delta_6 = 0,04\%$ ;  $\delta_7 = 0,1\%$ .

Все описанные выше погрешности, за исключением  $\delta_1$ , имеют случайный характер и поэтому взаимно независимы. Их результирующая среднеквадратичная погрешность равна  $\delta_c = \sqrt{\delta_2^2 + \delta_3^2 + \dots + \delta_7^2}$ . Основная погрешность устройства равна  $\delta = \delta_1 + \delta_c$ . Для указанного выше примера  $\delta = 0,4\%$ . Важным достоинством устройства является независимость его выходной величины от периода  $T$ .

Основным источником появления дополнительной погрешности функционального преобразователя является изменение температуры окружающей среды. Составляющие температурной погрешности определяются по методике, рассмотренной выше.

Необходимо отметить, что если все сопротивления сумматора и генераторов экспоненциальных напряжений выполнены из одного и того же материала и емкости генераторов экспоненциальных напряжений имеют одинаковые температурные коэффициенты, то в соответствии с обозначениями в выражении (3) температурные изменения величин  $A_i$  и  $m_i$  не имеют места.

Гальванометрический усилитель  $\Gamma$  выполняет одновременно функции интегрирования, сравнения и усиления. В принципе здесь можно применить интегрирующие магнитные, электронные и др. усилители, но лучшие результаты получаются при использовании гальванометрических усилителей.

Описанный функциональный преобразователь обладает высокой точностью и приемлемым в измерительной технике быстродействием ( $t=1-5$  сек). Поэтому его применение целесообразно для реализации косвенных методов измерений.

#### ЛИТЕРАТУРА

1. Л. Ф. Куликовский. Автоматические информационно-измерительные приборы. М., «Энергия», 1966.
2. В. Б. Смоллов и др. Вычислительная машина непрерывного действия. М., «Высшая школа», 1964.
3. Б. Я. Коган. Электронные моделирующие устройства и их применение для исследования систем автоматического регулирования. М., Физматгиз, 1959.

*Поступила в редакцию  
28 марта 1967 г.,  
окончательный вариант  
18 августа 1968 г.*