АКАДЕМИЯ НАУК СССР
СИБИРСКОЕ ОТДЕЛЕНИЕ
АВТОМЕТРИЯ
№ 1 1969

# ОБЩИЕ ВОПРОСЫ АВТОМЕТРИИ

УДК 621.317.7.019.3

В. В. ЕФИМЕНКО, Б. В. КАРПЮК, А. В. САМОШИН
*(Новосибирск)*

## АНАЛИЗ НАДЕЖНОСТИ ИЗМЕРИТЕЛЬНЫХ УСТРОЙСТВ, РЕЗЕРВИРОВАННЫХ ПО ПРИНЦИПУ ГОЛОСОВАНИЯ

При повышении надежности измерительных устройств необходимо учитывать не только внезапные, но и постепенные отказы, так как последние оказывают существенное влияние на функционирование таких устройств. Это обстоятельство приводит, в частности, к тому, что некоторые методы резервирования (например, постоянное резервирование или резервирование замещением) не позволяют достичь желаемого повышения надежности измерительных устройств и использование этих методов затруднительно [1].

Весьма перспективным является резервирование по принципу, предложенному фон Нейманом для дискретных систем [2]. Использование этого принципа (принципа голосования или выбора по большинству) для аналоговых устройств, каковыми являются многие измерительные устройства (датчики, промежуточные функциональные преобразователи и т. п.), требует специальных схем, реализующих функцию голосования для аналоговых сигналов. В работе [3] показано, что функция голосования для аналоговых величин имеет вид

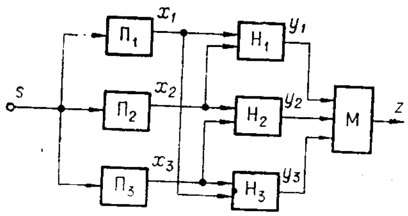
$$y = \min\left(u_1,\ u_2,\ \ldots,\ u_{C_{2k-1}^k}\right);$$
$$u_1 = \max\left(x_1,\ \ldots,\ x_{k-1},\ x_k\right);$$
$$u_2 = \max\left(x_1,\ \ldots,\ x_{k-1},\ x_{k+1}\right);$$
$$\cdots\cdots\cdots\cdots\cdots$$
$$u_{C_{2k-1}^k} = \max\left(x_k,\ \ldots,\ x_{2k-2},\ x_{2k-1}\right)$$

или

$$y = \max\left(v_1,\ v_2,\ \ldots,\ v_{C_{2k-1}^k}\right);$$
$$v_1 = \min\left(x_1,\ \ldots,\ x_{k-1},\ x_k\right);$$
$$v_2 = \min\left(x_1,\ \ldots,\ x_{k-1},\ x_{k+1}\right);$$
$$\cdots\cdots\cdots\cdots\cdots$$
$$v_{C_{2k-1}^k} = \min\left(x_k,\ \ldots,\ x_{2k-2},\ x_{2k-1}\right),$$

где $x_1, x_2, \ldots, x_{2k-1}$ — аналоговые сигналы. Таким образом, функцию голосования для аналоговых сигналов можно реализовать с помощью схем сравнения, на выходах которых из сравниваемых сигналов выделяется или минимальный, или максимальный.

На рисунке показана схема резервирования по принципу голосования для случая $k=2$. Исследуемая величина $s$ поступает на входы трех одинаковых измерительных устройств $П_1$, $П_2$ и $П_3$, выходные величины которых попарно сравниваются с помощью схем сравнения $Н_1$, $Н_2$ и $Н_3$. На выходе каждой схемы Н выделяется меньший из двух сравниваемых сигналов, а на выходе схемы сравнения М наибольший сигнал. Подобные схемы резервирования описаны в ряде работ (см., например, [4]—[7]), однако достаточно полного анализа надежности таких схем мы не встречаем. В известных нам работах либо совсем не учитывается надежность элементов схемы голосования (предполагается, что они абсолютно надежны), либо не учитывается характер возможных отказов и вызываемых ими последствий (т. е. не учитывается, как тот или иной тип отказа влияет на надежность всей системы). В то же время совершенно очевидно, что без учета указанных выше факторов очень трудно получить представление о действительной надежности подобных схем и определить условия, при которых целесообразно использовать резервирование по принципу голосования.




В настоящей работе предпринята попытка произвести анализ надежности схемы, представленной на рисунке, с учетом того, что отказы (как внезапные, так и постепенные) могут происходить в любом элементе схемы, причем последствием любого отказа является искажение (увеличение или уменьшение) соответствующего сигнала. Задача анализа надежности решается в предположении, что характеристики, определяющие работу элементов схемы, являются случайными величинами, т. е. определяется так называемая схемная надежность. В качестве количественного критерия схемной надежности принимается вероятность того, что выходной сигнал схемы будет находиться в заданных пределах — $P(\alpha<z<\beta)$.

Пусть в результате преобразования входного сигнала $s$ измерительным устройством $П_r$ $(r = 1, 2, 3)$ выходной сигнал $x_r$ может иметь любое значение от $-\infty$ до $+\infty$. Множество всех значений $x_r$ от $-\infty$ до $\alpha$ обозначим через $N$, от $\alpha$ до $\beta$ — через $Z$ и от $\beta$ до $\infty$ — через $V$. Будем различать только три состояния $x_r$: $x_r \in N$ — значение сигнала ниже допустимого; $x_r \in Z$ — значение сигнала с заданной погрешностью соответствует входному сигналу $s$; $x_r \in V$ — значение сигнала выше допустимого.

Множество всех возможных состояний сигналов $x_1$, $x_2$ и $x_3$ обозначим через $A$. Это множество, очевидно, содержит только 27 элементов $a_i \sim (x_1 \in Q_1,\ x_2 \in Q_2,\ x_3 \in Q_3)$*, где $Q_r$ — любое из множеств $N$, $Z$ или $V$; $r=1, 2, 3$. Например, $a_1 \sim (x_1 \in Z,\ x_2 \in Z,\ x_3 \in Z)$, $a_2 \sim (x_1 \in Z,\ x_2 \in Z,\ x_3 \in N)$ и т. д.

Аналогичное множество $B$ образуется из состояний сигналов $y_1$, $y_2$ и $y_3$ на входе схемы М. Множество состояний выходного сигнала $z$ состоит, очевидно, из трех элементов: $N$, $Z$ и $V$.

Вероятность появления некоторого состояния сигналов $a_i$ на входах схем $Н_r$ обозначим через $P(a_i)$. Полагая известными плотности

* Знак $\sim$ используется нами для обозначения соответствия элементов.

$f(x_1)$, $f(x_2)$ и $f(x_3)$ (эти плотности зависят от распределения входного сигнала $s$ и характеристик надежности по внезапным и постепенным отказам измерительных устройств $\Pi_r$), можно записать

$$P(a_i) = \int_{Q_1} f(x_1)\, dx_1 \int_{Q_2} f(x_2)\, dx_2 \int_{Q_3} f(x_3)\, dx_3. \tag{1}$$

Вероятность появления некоторого состояния сигналов $b_k$ на входах схемы М, очевидно, будет составлять

$$P(b_k) = \sum_{i=1}^{27} P(a_i)\, P(b_k/a_i). \tag{2}$$

Тогда вероятность получения правильного сигнала на выходе схемы резервирования будет равна

$$P(\alpha < z < \beta) = P(z \in Z) = \sum_{k=1}^{27} P(b_k)\, P(z \in Z/b_k). \tag{3}$$

Таким образом, задача анализа схемной надежности сводится к определению условных вероятностей $P(b_k/a_i)$ и $P(z \in Z/b_k)$, которые зависят от характеристик надежности схем $H_r$ и М соответственно. При определении $P(b_k/a_i)$ и $P(z \in Z/b_k)$ примем следующие ограничения.

1. Все схемы $H_r$ ($r = 1, 2, 3$) и схема М между собой статистически независимы.

2. Передача сигналов из входов на выходы $H_r$ и М осуществляется по симметричным и статистически независимым каналам. Эти схемы различают сигналы, разность между которыми превышает некоторый порог $\Delta$, причем в схемах $H_r$ сигнал с вероятностью 1 передается по каналу с меньшим входным сигналом, а в схеме М — по каналу с большим входным сигналом. Если разность между входными сигналами не превышает $\Delta$, то передача происходит по любому каналу с равной вероятностью.

3. Каждый канал характеризуется коэффициентом передачи $W$ ($W_H$ и $W_M$ для схем Н и М соответственно), причем с вероятностью $p_o$ $W=0$ (отказ типа «обрыв»), с вероятностью $p_к$ $W=1$ (отказ типа «короткое замыкание») и с вероятностью $p_п = 1 - p_о - p_к$ $W_{\min} < W < W_{\max}$. Вероятности $p_о$, $p_к$ и плотность $f(W)$ распределения $W$ в пределах $W_{\min}$ и $W_{\max}$ заданы.

Каждый канал передачи в схемах $H_r$ будем характеризовать условными вероятностями $P(y \in Q_y/x \in Q_x)$, где $Q_x$ и $Q_y$ — любые из множеств $N$, $Z$ и $V$. Таких вероятностей будет, очевидно, девять. Эти вероятности $p_1 - p_9$ приведены в приложении 1. По определению условной вероятности (с учетом принятых ограничений) можно записать

$$P(y \in Q_y/x \in Q_x) = \frac{P(x \in Q_x,\ y \in Q_y)}{P(x \in Q_x)}, \tag{4}$$

где

$$P(x \in Q_x,\ y \in Q_y) = \int_{x \in Q_x} f(x)\, dx \int_{W \to y \in Q_y} f(W_H)\, dW_H; \tag{5}$$

$$P(x \in Q_x) = \int_{x \in Q_x} f(x)\, dx. \tag{6}$$

В (5) $W \to y \in Q_y$ — область интегрирования $W$, которая соответствует условию $y \in Q_y$.

Каждый канал передачи схемы М будем характеризовать следующими тремя условными вероятностями:

$$P_1^* = P(z \in Z/y \in Z);\ P_2^* = P(z \in Z/y \in N);\ \ P_3^* = P(z \in Z/y \in V).$$

По аналогии с (4) имеем

$$P(z \in Z/y \in Q_y) = \frac{P(y \in Q_y,\ z \in Z)}{P(y \in Q_y)}, \tag{7}$$

где

$$P(y \in Q_y,\ z \in Z) = \int\limits_{y \in Q_y} f(y)\, dy \int\limits_{W \to z \in Z} f(W_{\text{М}})\, dW_{\text{М}}; \tag{8}$$

$$P(y \in Q_y) = \int\limits_{y \in Q_y} f(y)\, dy; \tag{9}$$

$$f(y) = \int\limits_{-\infty}^{\infty} f'(W_{\text{Н}}) f\left(\frac{y}{W_{\text{Н}}}\right) \frac{dW_{\text{Н}}}{|W_{\text{Н}}|}; \tag{10}$$

$Q_y$ — любое из множеств $N$, $Z$ или $V$. В (10) $f'(W_{\text{Н}})$ — плотность вероятностей коэффициента передачи канала с учетом постепенных и внезапных отказов:

$$f'(W_{\text{Н}}) = \begin{cases} p_0\, \delta(W_{\text{Н}} - W_0), & W_0 = 0; \\ (1 - p_0 - p_{\text{к}}) f(W_{\text{Н}}), & W_{\text{Н min}} < W_{\text{Н}} < W_{\text{Н max}}; \\ p_{\text{к}}\, \delta(W_{\text{Н}} - W_{\text{к}}), & W_{\text{к}} = 1; \end{cases}$$

$\delta(W_{\text{Н}} - W_0)$ и $\delta(W_{\text{Н}} - W_{\text{к}})$ — дельта-функции. $f\left(\frac{y}{W_{\text{Н}}}\right)$ получается в результате подстановки $x = \frac{y}{W_{\text{Н}}}$ в $f(x)$.

Число различных состояний сигналов $x$ на входах каждой из схем Н представляет собой число сочетаний с повторениями из 3 по 2 и равно 6*, причем каждому состоянию на входе может соответствовать одно из трех состояний сигнала $y$ на выходе схемы. Таким образом, состояния схемы Н можно описать восемнадцатью вероятностями $p_1^{\text{Н}} - p_{18}^{\text{Н}}$.

Число состояний сигналов $y$ на входах схемы М равно 10 (число сочетаний с повторениями из 3 по 3), причем нас интересует только одно состояние выходного сигнала, именно $z \in Z$. Поэтому состояния схемы М будем характеризовать десятью вероятностями $p_1^{\text{М}} - p_{10}^{\text{М}}$. Для порога $\Delta$ введем следующие условные вероятности:

для схем Н

$$q_{NZ} = P(|x_\nu - x_\mu| \leqslant \Delta/x_\mu \in Z,\ x_\nu \in N);$$

$$q_{ZV} = P(|x_\nu - x_\mu| \leqslant \Delta/x_\mu \in V,\ x_\nu \in Z);$$

для схемы М

$$\overset{*}{q}_{NZ} = P(|y_\nu - y_\mu| \leqslant \Delta/y_\mu \in Z,\ y_\nu \in N);$$

$$\overset{*}{q}_{ZV} = P(|y_\nu - y_\mu| \leqslant \Delta/y_\mu \in Z,\ y_\nu \in V),$$

где $\nu$, $\mu$ — номера различных входных сигналов.

---

* См., например, Дж. Риордан. Введение в комбинаторный анализ. М., Изд-во иностр. лит., 1963.

По определению условной вероятности и с учетом принятых ограничений для этих вероятностей получим следующие выражения:

$$q_{NZ} = \frac{\iint\limits_R f(x_\nu)\, f(x_\mu)\, d x_\nu\, d x_\mu}{P(x_\nu \in N)\, P(x_\mu \in Z)}; \quad q_{ZV} = \frac{\iint\limits_R f(x_\nu)\, f(x_\mu)\, d x_\nu\, d x_\mu}{P(x_\mu \in V)\, P(x_\nu \in Z)};$$

$$q^*_{NZ} = \frac{\iint\limits_R f(y_\nu)\, f(y_\mu)\, d y_\nu\, d y_\mu}{P(y_\nu \in N)\, P(y_\mu \in Z)}; \quad q^*_{ZV} = \frac{\iint\limits_R f(y_\nu)\, f(y_\mu)\, d y_\nu\, d y_\mu}{P(y_\nu \in V)\, P(y_\mu \in Z)}.$$

Путем перебора состояний сигналов и состояний каждой из схем Н и М (с учетом возникающих в этих схемах внезапных отказов) вероятности $p_1^{\text{Н}} - p_{18}^{\text{Н}}$ и $p_1^{\text{М}} - p_{10}^{\text{М}}$ легко выразить через вероятности: $p_0$, $p_{\text{к}}$, $p_{\text{п}}$, $p_1 - p_9$, $q_{NZ}$, $q_{ZV}$, $p^*_1$, $p^*_2$, $p^*_3$, $q^*_{NZ}$, $q^*_{ZV}$. Эти выражения для $p_1^{\text{Н}} - p_{18}^{\text{Н}}$ приведены в приложении 2, а для $p_1^{\text{М}} - p_{10}^{\text{М}}$ в приложении 3.

В силу статистической независимости схем Н имеем

$$P(b_k/a_l) = P(y_1 \in Q_1/x_1 \in Q_1,\ x_2 \in Q_2)\, P(y_2 \in Q_2/x_2 \in Q_2,\ x_3 \in Q_3) \times \times P\, (y_3 \in Q_3/x_3 \in Q_3,\ x_1 \in Q_1),$$

т. е. вероятности $P(b_k/a_l)$ выражаются через произведения соответствующих вероятностей $p_1^{\text{Н}} - p_{18}^{\text{Н}}$.

Вероятности $P(z \in Z/b_k)$ равны соответствующим вероятностям $p_1^{\text{М}} - p_{10}^{\text{М}}$, так как вероятности состояний $b_k$, отличающиеся перестановкой сигналов, равны между собой.

Таким образом, мы получили все необходимые формулы для определения вероятности $P(z \in Z)$. Общее выражение для этой вероятности здесь не приводится в силу его громоздкости.

Для иллюстрации изложенного метода рассмотрим пример расчета надежности схемы рисунка. Для простоты будем полагать, что внезапные отказы отсутствуют, $\Delta = 0$, $f(x_1) = f(x_2) = f(x_3) = f(x)$, распределения $x$ и $W$ равномерные:

$$f(x) = \begin{cases} 0; & x < a; \\ \dfrac{1}{b-a}; & a \leqslant x \leqslant b; \\ 0; & x > b; \end{cases}$$

$$f(W) = \begin{cases} 0; & W < m; \\ \dfrac{1}{1-m}; & m \leqslant W \leqslant 1; \\ 0; & W > 1. \end{cases}$$

Кроме того, будем помнить, что потери сигнала в схемах Н и М небольшие, т. е. $\beta m > \alpha$. При этих условиях $p_3 = p_5 = p_6 = p_7 = 0$, $p_4 = 1$,

$$p_1^{\text{Н}} = p_1,\ p_2^{\text{Н}} = p_2,\ p_3^{\text{Н}} = p_4^{\text{Н}} = 0,\ p_5^{\text{Н}} = 1,\ p_6^{\text{Н}} = p_7^{\text{Н}} = 0,\ p_8^{\text{Н}} = 1,$$
$$p_9^{\text{Н}} = 0,\ p_{10}^{\text{Н}} = 1,\ p_{11}^{\text{Н}} = p_2,\ p_{12}^{\text{Н}} = p_{13}^{\text{Н}} = 0,\ p_{14}^{\text{Н}} = 1,\ p_{15}^{\text{Н}} = 0,\ p_{16}^{\text{Н}} = p_8,$$
$$p_{17}^{\text{Н}} = 0,\ p_{18}^{\text{Н}} = p_9,\ p_1^{\text{М}} = p^*_1,\ p_2^{\text{М}} = 0,\ p_3^{\text{М}} = p^*_1,\ p_4^{\text{М}} = 0,\ p_6^{\text{М}} = p^*_3,$$
$$p_8^{\text{М}} = p^*_3,\ p_9^{\text{М}} = p^*_3.$$

Пусть вероятность одновременного уменьшения сигнала на двух входах схемы М пренебрежимо мала, т. е. $p_5^M = p_6^M = p_9^M = 0$. Тогда

$$P(\alpha < z < \beta) = p_1^* [p_8^2 P_V^3 + p_8 (3P_Z P_V^2 + 3P_N P_V^2) + \\ + (1 - p_2^3)(P_Z^3 + 3P_Z^2 P_V) + p_1 (3P_Z^2 P_N + 6P_N P_Z P_V)] + \\ + p_3^* p_9 [P_8^2 P_V^3 + 3P_Z P_V^2],$$

где

$$P_N = P(x \in N) = \frac{\alpha - a}{b - a}; \quad P_Z = P(x \in Z) = \frac{\beta - \alpha}{b - a};$$

$$P_V = P(x \in V) = \frac{b - \beta}{b - a}.$$

Определим вероятности $p_1, p_2, p_8, p_9$:

$$p_1 = \frac{P(y \in Z,\ x \in Z)}{P(x \in Z)} = \frac{1}{(1 - m)(\beta - \alpha)} (\alpha \ln m + (1 - m)\beta);$$

$$m < 1; \qquad \frac{\beta}{\alpha} > 1;$$

$$p_2 = \frac{P(y \in N,\ x \in Z)}{P(x \in Z)} = \frac{1}{(1 - m)(\beta - \alpha)} (-(1 - m)\alpha - \alpha \ln m); \quad \frac{\alpha}{m} < \beta;$$

$$p_8 = \frac{P(y \in Z,\ x \in V)}{P(x \in V)} = \frac{1}{(1 - m)(b - \beta)} \left(\beta \ln \frac{b}{\beta} - m(b - \beta)\right); \quad \beta > mb;$$

$$p_9 = \frac{P(y \in V,\ x \in V)}{P(x \in V)} = \frac{1}{(1 - m)(b - \beta)} \left(b - \beta - \beta \ln \frac{b}{\beta}\right).$$

Далее перейдем к определению вероятностей $p_1^*, p_3^*$, для чего найдем предварительно функции плотности вероятности $y = xW$

$$f(y) = \begin{cases} \dfrac{1}{(1 - m)(b - a)} \ln \dfrac{y}{am}; & am < y < a; \\ \dfrac{1}{(1 - m)(b - a)} \ln \dfrac{1}{m}; & a < y < mb; \\ \dfrac{1}{(1 - m)(b - a)} \ln \dfrac{b}{y}; & mb < y < b \end{cases}$$

и вероятности

$$P(y \in Z) = \frac{\ln m + \beta \ln \dfrac{b}{\beta} + \beta - mb}{(1 - m)(b - a)};$$

$$P(y \in V) = \frac{b - \beta - \beta \ln \dfrac{b}{\beta}}{(1 - m)(b - a)};$$

$$P(y \in Z,\ z \in Z) = \frac{1}{(1 - m)^2 (b - a)} \left[\beta \ln \frac{b}{\beta} - mb \ln \frac{1}{m} + \beta - mb + \right. \\ \left. + \ln \frac{1}{m}(mb - 1)(1 - m) - \ln \frac{1}{m} + 1 - m\right];$$

$$P(y \in V,\ z \in Z) = \frac{1}{(1-m)^2(b-a)}\left[-m(b-\beta) + m\beta\ln\frac{b}{\beta} + \right.$$
$$\left. + \beta\ln\frac{b}{\beta}\ln\frac{b}{\sqrt{b\beta}}\right].$$

Подставляя полученные выражения в (7), получим искомые вероятности $p_1^*$ и $p_3^*$.

Если, например, $b=10{,}3$; $a=0{,}3$; $\alpha=1$; $\beta=10$; $m=0{,}95$; $P(x \in Z) = 0{,}9$, то $P(z \in Z) = 0{,}936$. При идеальной надежности схем Н и М мы имели бы $P(z \in Z) = 0{,}983$.

В заключение следует отметить, что, несмотря на некоторую громоздкость формул и трудоемкость расчета по этим формулам, никаких принципиальных трудностей при использовании этой методики не возникает. Все расчетные операции элементарны и легко выполняются с помощью простейших вычислительных средств.

**Приложение 1**

$$p_1 = P(y \in Z/x \in Z);\quad p_2 = P(y \in N/x \in Z);\quad p_3 = P(y \in V/x \in Z);$$
$$p_4 = P(y \in N/x \in N);\quad p_5 = P(y \in Z/x \in N);\quad p_6 = P(y \in V/x \in N);$$
$$p_7 = P(y \in N/x \in V);\quad p_8 = P(y \in Z/x \in V);\quad p_9 = P(y \in V/x \in V).$$

**Приложение 2**

$$p_1^{\text{Н}} = P(y \in Z/x_\mu \in Z, x_\nu \in Z) = 2p_{\text{о}}p_{\text{к}} + 2p_{\text{о}}p_1p_{\text{п}} + 2p_{\text{п}}p_{\text{к}} + p_{\text{к}}^2 + p_1p_{\text{п}}^2;$$
$$p_2^{\text{Н}} = P(y \in N/x_\mu \in Z, x_\nu \in Z) = 2p_{\text{о}}p_2p_{\text{п}} + p_2p_{\text{п}}^2 + p_{\text{о}}^2;$$
$$p_3^{\text{Н}} = P(y \in V/x_\mu \in Z, x_\nu \in Z) = 2p_{\text{о}}p_3p_{\text{п}} + p_3p_{\text{п}}^2;$$
$$p_4^{\text{Н}} = P(y \in Z/x_\mu \in N, x_\nu \in N) = 2p_{\text{о}}p_5p_{\text{п}} + p_5p_{\text{п}}^2;$$
$$p_5^{\text{Н}} = P(y \in N/x_\mu \in N, x_\nu \in N) = 2p_{\text{о}}p_{\text{к}} + 2p_{\text{о}}p_4p_{\text{п}} + 2p_{\text{к}}p_{\text{п}} + p_{\text{к}}^2 + p_4p_{\text{п}}^2 + p_{\text{о}}^2;$$
$$p_6^{\text{Н}} = P(y \in V/x_\mu \in N, x_\nu \in N) = 2p_{\text{о}}p_6p_{\text{п}} + p_6p_{\text{п}}^2;$$
$$p_7^{\text{Н}} = P(y \in Z/x_\mu \in N, x_\nu \in Z) = p_{\text{о}}p_{\text{к}} + (p_1+p_5)p_{\text{о}}p_{\text{п}} + p_{\text{к}}^2 + p_{\text{к}}p_{\text{п}} +$$
$$+ p_{\text{п}}^2[(1-q_{NZ})p_5 + 0{,}5\,q_{NZ}(p_1+p_5)];$$
$$p_8^{\text{Н}} = P(y \in N/x_\mu \in N, x_\nu \in Z) = (p_2+p_4)p_{\text{о}}p_{\text{п}} + p_{\text{о}}p_{\text{к}} + p_{\text{к}}p_{\text{п}} + p_{\text{о}}^2 +$$
$$+ p_{\text{п}}^2[(1-q_{NZ})p_4 + 0{,}5(p_2+p_4)];$$
$$p_9^{\text{Н}} = P(y \in V/x_\mu \in N, x_\nu \in Z) = (p_3+p_6)p_{\text{о}}p_{\text{п}} + p_{\text{п}}^2[(1-q_{NZ})p_6 + 0{,}5\,q_{NZ}(p_6+p_3)];$$
$$p_{10}^{\text{Н}} = P(y \in Z/x_\mu \in V, x_\nu \in Z) = p_{\text{о}}p_{\text{к}} + (p_1+p_8)p_{\text{о}}p_{\text{п}} + p_{\text{п}}p_{\text{к}} +$$
$$+ p_{\text{п}}^2[(1-q_{ZV})p_1 + 0{,}5\,q_{ZV}(p_1+p_8)];$$
$$p_{11}^{\text{Н}} = P(y \in N/x_\mu \in V, x_\nu \in Z) = (p_2+p_7)p_{\text{о}}p_{\text{п}} + p_{\text{о}}^2 + p_{\text{п}}^2[(1-q_{ZV})p_2 +$$
$$+ 0{,}5\,q_{ZV}(p_2+p_7)];$$
$$p_{12}^{\text{Н}} = P(y \in V/x_\mu \in V, x_\nu \in Z) = (p_3+p_9)p_{\text{о}}p_{\text{п}} + p_{\text{к}}p_{\text{о}} + p_{\text{к}}p_{\text{п}} + p_{\text{к}}^2 +$$
$$+ p_{\text{п}}^2[(1-q_{ZV})p_3 + 0{,}5\,q_{ZV}(p_3+p_9)];$$
$$p_{13}^{\text{Н}} = P(y \in Z/x_\mu \in N, x_\nu \in V) = (p_5+p_8)p_{\text{о}}p_{\text{п}} + p_5p_{\text{п}}^2;$$

$$p_{14}^{\text{Н}} = P(y \in N / x_\mu \in N, x_\nu \in V) = p_{\text{о}} p_{\text{к}} + (p_4 + p_7) p_{\text{о}} p_{\text{п}} + p_4 p_{\text{п}}^2 + p_{\text{п}} p_{\text{к}} + p_{\text{о}}^2;$$

$$p_{15}^{\text{Н}} = P(y \in V / x_\mu \in N, x_\nu \in V) = (p_6 + p_9) p_{\text{о}} p_{\text{п}} + p_{\text{о}} p_{\text{к}} + p_{\text{п}} p_{\text{к}} + p_{\text{к}}^2 + p_6 p_{\text{п}}^2;$$

$$p_{16}^{\text{Н}} = P(y \in Z / x_\mu \in V, x_\nu \in V) = 2 p_8 p_{\text{о}} p_{\text{п}} + p_8 p_{\text{п}}^2;$$

$$p_{17}^{\text{Н}} = P(y \in N / x_\mu \in V, x_\nu \in V) = 2 p_7 p_{\text{п}} p_{\text{о}} + p_7 p_{\text{п}}^2 + p_{\text{о}}^2;$$

$$p_{18}^{\text{Н}} = P(y \in V / x_\mu \in V, x_\nu \in V) = 2 p_{\text{о}} p_{\text{к}} + 2 p_6 p_{\text{о}} p_{\text{п}} + p_9 p_{\text{п}}^2 + p_{\text{к}}^2 + 2 p_{\text{п}} p_{\text{к}}.$$

**Приложение 3**

$$p_1^{\text{М}} = P(z \in Z / y_1 \in Z, y_2 \in Z, y_3 \in Z) = 3 p_{\text{о}}^2 p_{\text{к}} + 3 p_{\text{к}}^2 p_{\text{о}} + p_{\text{к}}^3 + 3 p_{\text{о}}^2 p_{\text{п}} p_1^* + 3 p_{\text{п}}^2 p_{\text{о}} p_1^* + p_{\text{п}}^3 p_1^* + 3 p_{\text{п}}^2 p_{\text{к}} + 3 p_{\text{п}} p_{\text{к}}^2 + 6 p_{\text{п}} p_{\text{о}} p_{\text{к}};$$

$$p_2^{\text{М}} = P(z \in Z / y_1 \in Z, y_2 \in Z, y_3 \in N) = 2 p_{\text{о}}^2 p_{\text{к}} + 3 p_{\text{к}}^2 p_{\text{о}} + 2 p_{\text{о}}^2 p_{\text{п}} p_1^* + p_{\text{о}}^2 p_{\text{п}} p_2^* + 2 p_{\text{о}} p_{\text{п}}^2 [(1 - q_{NZ}^*) p_1^* + 0{,}5\, q_{NZ}^* (p_1^* + p_2^*)] + p_{\text{о}} p_{\text{п}}^2 p_1^* + p_{\text{п}}^3 \Big[(1 - q_{NZ}^*)^2 p_1^* + q_{NZ}^{*2} \left(\frac{2}{3} p_1^* + \frac{1}{3} p_2^*\right) + 2 q_{NZ}^* (1 - q_{NZ}^*) p_1^*\Big] + 2 p_{\text{п}}^2 p_{\text{к}} + 3 p_{\text{п}} p_{\text{к}}^2 + 4 p_{\text{п}} p_{\text{к}} p_{\text{о}} + p_{\text{к}}^3;$$

$$p_3^{\text{М}} = P(z \in Z / y_1 \in Z, y_2 \in N, y_3 \in N) = p_{\text{к}} p_{\text{о}}^2 + p_{\text{к}}^3 + p_{\text{п}} p_{\text{о}}^2 p_1^* + 2 p_{\text{п}}^2 p_{\text{о}} p_1^* + p_{\text{п}}^2 p_{\text{о}} p_2^* + p_{\text{п}}^3 p_1^* + p_{\text{к}} p_{\text{п}}^2 + 2 p_{\text{к}}^2 p_{\text{п}} + 2 p_{\text{к}} p_{\text{п}} p_{\text{о}} + 2 p_{\text{о}} p_{\text{к}}^2;$$

$$p_4^{\text{М}} = P(z \in Z / y_1 \in N, y_2 \in N, y_3 \in N) = 3 p_{\text{о}}^2 p_{\text{п}} p_2^* + 3 p_{\text{п}}^2 p_{\text{о}} p_2^* + p_{\text{п}}^3 p_2^*;$$

$$p_5^{\text{М}} = P(z \in Z / y_1 \in V, y_2 \in V, y_3 \in V) = 3 p_{\text{о}}^2 p_{\text{п}} p_3^* + 3 p_{\text{п}}^2 p_{\text{о}} p_3^* + p_{\text{п}} p_3^*;$$

$$p_6^{\text{М}} = P(z \in Z / y_1 \in N, y_2 \in N, y_3 \in V) = p_{\text{о}}^2 p_{\text{п}} p_3^* + 2 p_{\text{о}}^2 p_{\text{п}} p_3^* + p_{\text{п}}^2 p_{\text{о}} p_3^* + 2 p_{\text{п}}^2 p_{\text{о}} p_3^* + p_{\text{п}}^3 p_3^*;$$

$$p_7^{\text{М}} = P(z \in Z / y_1 \in N, y_2 \in V, y_3 \in V) = 2 p_{\text{о}}^2 p_{\text{п}} p_3^* + p_{\text{о}}^2 p_{\text{п}} p_3^* + 3 p_{\text{п}}^2 p_{\text{о}} p_3^* + p_{\text{п}}^3 p_3^*;$$

$$p_8^{\text{М}} = P(z \in Z / y_1 \in N, y_2 \in Z, y_3 \in V) = p_{\text{о}}^2 p_{\text{к}} + p_{\text{к}}^2 p_{\text{о}} + p_{\text{о}}^2 p_{\text{п}} p_1^* + p_{\text{о}} p_{\text{п}}^2 [(1 - q_{NZ}^*) p_1^* + 0{,}5\, q_{NZ}^* (p_1^* + p_2^*)] + p_{\text{п}}^2 p_{\text{к}} + p_{\text{к}}^2 p_{\text{п}} + 2 p_{\text{к}} p_{\text{п}} p_{\text{о}} + 2 p_{\text{о}} p_{\text{п}}^2 [(1 - q_{ZV}^*) p_3^* + 0{,}5\, q_{ZV}^* (p_1^* + p_3^*)] + p_{\text{о}} p_{\text{п}}^2 p_3^* + p_{\text{п}} p_{\text{о}}^2 (p_2^* + p_3^*) + p_{\text{п}}^3 [(1 - q_{ZV}^*) p_3^* + 0{,}5\, q_{ZV}^* (p_1^* + p_3^*)];$$

$$p_9^{\text{М}} = P(z \in Z / y_1 \in Z, y_2 \in Z, y_3 \in V) = 2 p_{\text{о}}^2 p_{\text{к}} + p_{\text{к}}^2 p_{\text{о}} + 2 p_{\text{о}}^2 p_{\text{п}} p_1^* + p_{\text{о}}^2 p_{\text{п}} p_3^* + p_{\text{о}} p_{\text{п}}^2 p_1^* + 2 p_{\text{п}}^2 p_{\text{о}} [(1 - q_{ZV}^*) p_3^* + 0{,}5\, q_{ZV}^* (p_1^* + p_3^*)] + p_{\text{п}}^3 \Big[(1 - q_{ZV}^*)^2 p_3^* + q_{ZV}^* (1 - q_{ZV}^*) (p_1^* + p_3^*) + q_{ZV}^{*2} \left(\frac{2}{3} p_1^* + \frac{1}{3} p_3^*\right)\Big] + 2 p_{\text{п}}^2 p_{\text{к}} + p_{\text{к}}^2 p_{\text{п}} + 4 p_{\text{к}} p_{\text{п}} p_{\text{о}};$$

$$p_{10}^{\text{М}} = P(z \in Z / y_1 \in Z, y_2 \in V, y_3 \in V) = p_{\text{о}}^2 p_{\text{к}} + p_{\text{о}}^2 p_{\text{п}} p_1^* + 2 p_{\text{о}} p_{\text{п}}^2 [(1 - q_{ZV}^*) p_3^* + 0{,}5\, q_{ZV}^* (p_1^* + p_3^*)] + p_{\text{о}} p_{\text{п}}^2 p_3^* + p_{\text{п}}^2 p_{\text{к}} + 2 p_{\text{о}} p_{\text{п}} p_{\text{к}} + 2 p_{\text{о}}^2 p_{\text{п}} p_3^* + p_{\text{п}}^3 \Big[(1 - q_{ZV}^*)^2 p_3^* + q_{ZV}^{*2} \left(\frac{2}{3} p_3^* + \frac{1}{3} p_1^*\right) + 2 q_{ZV}^* (1 - q_{ZV}^*) p_3^*\Big].$$

## ЛИТЕРАТУРА


1. С. П. Гловацкая, Г. А. Шевцов, Е. М. Шеремет. Об увеличении надежности автоматических измерительных систем методом резервирования.— Автометрия, 1966, № 6.

2. Дж. фон Нейман. Вероятностная логика и синтез надежных организмов из ненадежных компонент.— В сб. статей под ред. К. Э. Шеннона и Дж. Маккорти. М., Изд-во иностр. лит., 1956.
3. М. А. Розенблат. Функция голосования для непрерывных величин.— Докл. АН СССР, 1966, т. 171, № 4.
4. А. Д. Епифанов. Надежность автоматических систем. М., «Машиностроение», 1964.
5. Г. А. Шевцов, Е М. Шеремет, Л. А. Дубицкий. Резервирование схем путем выборки из множества.— Измерительная техника, 1966, № 1.
6. Д. А. Браславский. Кворум-элементы для устройств с функциональной избыточностью.— В сб. «Системы с переменной структурой и их применение в задачах автоматизации полета». Под ред. акад. Б. Н. Петрова и проф. С. В. Емельянова. М., «Наука», 1968.
7. D. C. Karnopp, E. K. Bender. Multiple Sensors Boost Signal Quality. Control Engineering, 1966, v. 13, № 7.

*Поступила в редакцию
25 сентября 1968 г.*