

При исследовании транзисторов П30 (около 200 шт.) были получены зависимости  $\bar{U}_{OI}$  и  $\bar{r}_{OI}$  от  $I_6$  [7], которые методом равных сумм [8] были аппроксимированы функциями:

$$\bar{U}_{OI} = 4,66 \cdot I_6^{-2} - 9,32 \cdot I_6^{-1} + 240 + 140 \cdot I_6 \text{ мкв, ма};$$

$$\bar{r}_{OI} = 2,05 \cdot I_6^{-1} + 0,34 \text{ ом, ма}.$$

В результате решения (13) для транзисторов П30 была получена зависимость  $I_{6, \text{ опт } I} = f(I_3)$ , представленная на рисунке.

#### ЛИТЕРАТУРА

1. В. И. Борде. Расчет оптимальных режимов и точности работы транзисторных переключателей для цифро-аналоговых преобразователей.— Автоматический контроль и методы электрических измерений (Труды IV конференции, 1962 г.), т. I. Новосибирск, РИО СО АН СССР, 1964.
2. T. C. Verster. Silicon Planar Epitaxial Transistors as Fast and Reliable Low-Level Switches. IEEE Trans. on Electron. Devices, May, 1964, ED-11, № 5.
3. М. М. Ладыженский. Транзисторные переключатели малых напряжений. ЛДНТП, 1965.
4. М. М. Ладыженский. Исследование и сравнительный анализ транзисторных ключей с различными принципами управления.— Автометрия, 1965, № 4.
5. В. А. Брондукова, В. Е. Наконечный. Схемы управления транзисторными двухпозиционными ключами в звездообразном потенциометре.— Автометрия, 1967, № 4.
6. В. И. Анисимов, А. П. Голубев. Транзисторные модуляторы. Л., «Энергия», 1964.
7. Б. И. Беленький. Исследование переключающих транзисторов, применяемых в прецизионных дискретных делителях цифровых вольтметров.— В сб. «Коммутация и преобразование малых напряжений». ЛДНТП, 1968.
8. П. В. Мелентьев. Приближенные вычисления. М., Физматгиз, 1962.

Поступило в редакцию  
24 января 1968 г.

УДК 621.317.361

Ю. Я. СКАЧКОВ, С. А. ТИМОХИН  
(Новосибирск)

#### СЧЕТНО-ИМПУЛЬСНЫЙ МЕТОД ИЗМЕРЕНИЯ НИЗКОЙ ЧАСТОТЫ

В настоящее время в системах автоматического контроля и измерения, использующих частотные датчики, широко применяются счетно-импульсные методы определения частоты сигналов.

При низких значениях измеряемой частоты  $f$  находит применение метод, основанный на подсчете числа импульсов  $N$  образцового генератора в интервале времени, равном периоду  $T$  исследуемого сигнала. При этом

$$f = f_0 \frac{1}{N}, \quad (1)$$

где  $f_0$  — частота образцового генератора.

Метод неудобен тем, что, как следует из (1), между измеряемой частотой и числом отсчитываемых импульсов имеется обратно пропорциональная зависимость. Этот недостаток может быть устранен применением дополнительных функциональных преобразователей [1—4], однако это значительно усложняет аппаратуру.

В том случае, когда диапазон изменения частоты сравнительно небольшой ( $m = \frac{f_{\text{max}}}{f_{\text{min}}} \leq 2$ ), что характерно для многих известных частотных датчиков [5], может

найти применение рассматриваемый ниже приближенный метод, основанный на линейной аппроксимации функции (1) в этом диапазоне. При этом представляется возможным сравнительно просто получить пропорциональную зависимость

$$f = kN.$$

Пусть измеряемая частота лежит в диапазоне от  $f_1$  до  $f_2$ , причем  $f_2 > f_1$  (рис. 1). Число  $N$  изменяется соответственно от  $N_1$  до  $N_2$ . Если кривую (1) аппроксимировать в этом диапазоне прямой линией, то будем иметь

$$f^* = b - aN, \quad (2)$$

где  $f^*$  — приближенное значение частоты;  $a$  и  $b$  — параметры аппроксимирующей прямой.

Величина ошибки измерения определяется выражением

$$\Delta f = f^* - f = b - aN - f_0 \frac{1}{N}. \quad (3)$$

Очевидно, что с уменьшением разности  $f_2 - f_1$  при фиксированном  $f_1$  или  $f_2$  приближенное значение  $f^*$  будет все меньше отличаться от истинного значения частоты  $f$ .

Представим (2) в виде

$$\frac{f^*}{a} = \frac{b}{a} - N$$

и обозначим  $\frac{b}{a} - N$  через  $N^*$ . Отсюда следует, что если из известного отношения  $\frac{b}{a}$  вычесть число  $N$  импульсов образцового генератора, пропорциональное длительности периода, то полученная разность  $N^*$  будет пропорциональна частоте  $f^*$ .

Схемная реализация изложенного метода очень проста. Блок-схема одного из возможных способов реализации приведена на рис. 2. Перед началом измерения в счетчик  $C_4$  заносится число, равное отношению  $\frac{b}{a}$ . Сигнал датчика  $U_x$  частоты  $f$  управляет вентилем  $B$  таким образом, что последний открывается только на время  $T$ . При этом импульсы образцового генератора поступают на счетчик, работающий в режиме вычитания. После окончания цикла измерения в счетчике остается некоторое число  $N^*$ , пропорциональное значению частоты  $f^*$ . Таким образом, рассмотренная схема позволяет за интервал времени, равный периоду исследуемого сигнала, определить значение частоты.

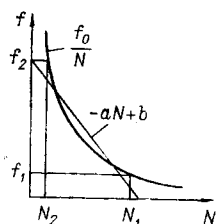


Рис. 1.

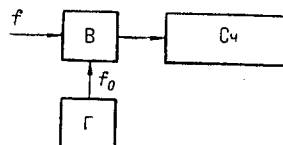


Рис. 2.

Практический интерес представляет задача выбора параметров  $a$  и  $b$ , оптимальных в смысле минимума погрешности аппроксимации на заданном интервале  $(f_1, f_2)$ . Очевидно, что в зависимости от способа оценки погрешности эти параметры могут принимать различные значения.

Вначале рассмотрим случай равномерной аппроксимации. Потребуем, чтобы при выбранных  $a$  и  $b$

$$\max |f^* - f| = \max \left| b - \frac{af_0}{f} - f \right|$$

был наименьшим. Поскольку функция (1) непрерывна в интервале  $(f_1, f_2)$  и имеет вторую производную одного знака, то выражение для аппроксимирующей прямой наилучшего равномерного приближения легко находится по известной методике [6]

$$f^* = \left( \frac{f_1 + f_2}{2} + \sqrt{f_1 f_2} \right) - \frac{f_1 f_2}{f_0} N. \quad (4)$$

При этом величина ошибки приближения равна

$$\Delta f = f^* - f = \frac{f_1 + f_2}{2} + \sqrt{f_1 f_2} - \frac{f_1 f_2}{f_0} N - \frac{f_0}{N}. \quad (5)$$

Продифференцировав (5) по  $N$  и приравняв результат к нулю, находим значение  $N_m$ , при котором погрешность  $\Delta f$  максимальна:

$$N_m = \frac{\sqrt{f_1 f_2}}{f_0}.$$

Величина максимальной погрешности равна

$$\Delta f_{\max} = \frac{f_1 + f_2}{2} - \sqrt{f_1 f_2}. \quad (6)$$

Обозначив отношение  $\frac{f_2}{f_1}$  через  $m$ , найдем зависимость максимальной приведенной ошибки  $\delta$  от величины  $m$ , характеризующей ширину диапазона изменения измеряемой частоты:

$$\delta = \frac{\Delta f_{\max}}{f_2} = \frac{1}{2} \left( \frac{2}{\sqrt{m}} - \frac{1}{m} - 1 \right). \quad (7)$$

В таблице приведены численные значения  $\delta$ , определенные из (7) для некоторых  $m$ .

$m$	1	1,1	1,2	1,3	1,5	2
$\delta, \%$	0	0,1	0,4	0,75	1,65	4,3

Из таблицы видно, что в случае, когда диапазон изменения частоты  $m$  меньше 2, рассматриваемый метод обеспечивает точность измерения, сравнимую с точностью самих датчиков.

Соотношение (7) можно использовать и для решения обратной задачи. Если задано предельное значение погрешности  $\delta$ , то из (7) нетрудно найти допустимый диапазон изменения частоты, при котором максимальная погрешность аппроксимации не превысит заданной.

Широко распространенным является приближение по методу наименьших квадратов. При этом наилучшими значениями параметров  $a$  и  $b$  будут те, для которых минимальна величина

$$M = \int_{f_1}^{f_2} (f^* - f)^2 df = \int_{f_1}^{f_2} \left( b - \frac{af_0}{f} - f \right)^2 df. \quad (8)$$

Отсюда, используя необходимые условия экстремума функции двух переменных, получим систему двух уравнений для определения параметров, оптимальных в указанном смысле:

$$\frac{\partial M}{\partial a} = 0; \quad \frac{\partial M}{\partial b} = 0. \quad (9)$$

В нашем случае

$$M = \left( b^2 + 2af_0 + \frac{(af_0)^2}{f_1 f_2} \right) (f_2 - f_1) - b(f_2^2 - f_1^2) + \frac{1}{3}(f_2^3 - f_1^3) - 2abf_0 \ln \frac{f_2}{f_1}.$$

Тогда система (9) принимает вид

$$\begin{cases} \frac{\partial M}{\partial a} = 1 - \frac{\ln \frac{f_2}{f_1}}{f_2 - f_1} b + \frac{f_0}{f_1 f_2} a = 0; \\ \frac{\partial M}{\partial b} = b - \frac{f_1 + f_2}{2} - \frac{f_0 \ln \frac{f_2}{f_1}}{f_2 - f_1} a = 0. \end{cases} \quad (10)$$

Решив систему (10), получим уравнение искомой функции линейной аппроксимации

$$f^* = - \frac{f_1 f_2 (f_2 - f_1) \left[ (f_1 + f_2) \ln \frac{f_2}{f_1} - 2 (f_2 - f_1) \right]}{2 f_0 \left[ (f_2 - f_1)^2 - f_1 f_2 \ln^2 \frac{f_2}{f_1} \right]} N + \\ + \frac{(f_2 - f_1) \left[ (f_2 - f_1)^2 - 2 f_1 f_2 \ln \frac{f_2}{f_1} \right]}{2 \left[ (f_2 - f_1)^2 - f_1 f_2 \ln^2 \frac{f_2}{f_1} \right]}. \quad (11)$$

Проведенные расчеты показали, что использование аппроксимирующей прямой (11)

вместо (4) уменьшает среднюю квадратическую ошибку  $\bar{\Delta} = \sqrt{\frac{M}{f_2 - f_1}}$  примерно на 30%. Однако при этом значение максимальной ошибки увеличивается примерно на столько же процентов.

В ряде практических случаев известна плотность вероятности  $g(f)$  значений частоты  $f$  в заданном интервале  $(f_1, f_2)$ . Использование априорных сведений об измеряемом параметре, как правило, позволяет увеличить точность аппроксимации для некоторых способов оценки близости  $f$  и  $f^*$  и, в частности, для метода наименьших квадратов. При этом наилучшими параметрами аппроксимирующей прямой (в смысле метода наименьших квадратов) следует считать те, для которых усредненная по априорной вероятности величина равна

$$M_1 = \int_{f_1}^{f_2} (f^* - f)^2 g(f) df = \int_{f_1}^{f_2} \left( b - \frac{af_0}{f} - f \right)^2 g(f) df = \min. \quad (12)$$

Значения оптимальных параметров  $a$  и  $b$  определяются по той же методике, как и для (8). Нетрудно видеть, что в случае равномерного распределения  $g(f)$  параметры аппроксимирующей прямой, определенные согласно (12), в точности совпадают с оптимальными значениями  $a$  и  $b$ , найденными из условия (8).

#### ЛИТЕРАТУРА

1. С. М. Персин. Функциональные кодирующие преобразователи с использованием принципа управления частотой следования импульсов.— Труды главной геофизической обсерватории им. А. И. Воейкова, вып. 112. Л., Гидрометеоиздат, 1962.
2. А. Н. Гуторова, Н. В. Малыгина. Точное измерение низких частот.— Электроизмерительная техника и автоматика. ЛПИ им. М. И. Калинина, 1963.
3. Э. К. Шахов. Метод цифрового измерения низких частот.— Автометрия, 1966, № 2.
4. А. М. Марголин. Измерение низких частот.— Цифровые измерительные и управляющие устройства.— Труды ЛПИ, № 256, 1965.
5. Д. И. Агейкин. Частотные и время-импульсные датчики для систем обогатяющего контроля.— Приборы и устройства автоматизации, 1962, № 1.
6. Б. П. Демидович, И. А. Марон, Э. Э. Шувалова. Численные методы анализа. М., Физматгиз, 1963.

Поступило в редакцию  
20 февраля 1968 г.