АКАДЕМИЯ НАУК СССР
СИБИРСКОЕ ОТДЕЛЕНИЕ
АВТОМЕТРИЯ

№ 6 1968

ИЗМЕРИТЕЛЬНЫЕ ПРОМЕЖУТОЧНЫЕ ПРЕОБРАЗОВАТЕЛИ

УДК 681.142.353.1

М. Г. ПЕТРОВ, В. И. ПРОКОПЕНКО
(Москва, Новосибирск)

АНАЛИЗ НЕЛИНЕЙНОГО ФУНКЦИОНАЛЬНОГО ПРЕОБРАЗОВАТЕЛЯ

Проблема построения множительно-делительных устройств является актуальной для информационно-измерительных систем, систем автоматического регулирования и вычислительной техники. Наиболее распространенными функциональными устройствами являются [1] диодные аппроксиматоры и устройства умножения и деления, работающие на их основе, а также функциональные схемы время-импульсного типа. Однако первые отличаются сложностью, а вторые — низкими динамическими качествами, связанными с применением фильтров на выходе преобразователей.

В [2] описан принцип построения функциональных схем, основным отличием которого является тот факт, что выходная информация устройства содержится в амплитуде импульса. Последнее время в литературе [3] появились сведения о построении быстродействующих точных фиксаторов уровня, с помощью которых вопрос измерения амплитуды импульса может быть решен.

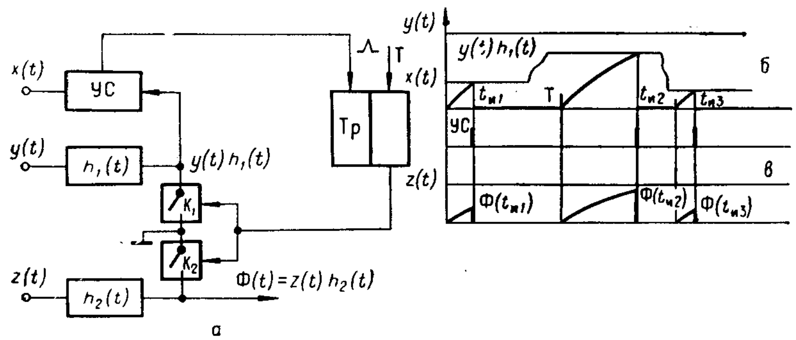

Рис. 1.

В настоящей статье сделана попытка анализа функциональных возможностей таких схем, их точности и динамических свойств. Блок-схема подобного устройства изображена на рис. 1, *а*. Входные параметры $y(t)$ и $z(t)$ модулируют развертки $h_1(t)$ и $h_2(t)$. Импульс $\Phi(t)$ формируется до момента $t_и$, определяемого равенством функции $y(t)h_1(t)$ и входного параметра $x(t)$. Значение $\Phi(t_и)$ является выходным параметром. При этом развертывающие функции $h_1(t)$ и $h_2(t)$ могут быть нелинейными. В общем виде взаимосвязь входных величин $x(t)$, $y(t)$, $z(t)$ и выходной величины $\Phi\,(t_и)$ можно выразить в виде системы

$$\begin{cases} x\,(t_и) = \int\limits_0^{t_и} y\,(t-\xi)\,h_1'\,(\xi)\,d\,\xi; \\ \Phi\,(t_и) = \int\limits_0^{t_и} z\,(t-\xi)\,h_2'\,(\xi)\,d\,\xi. \end{cases} \quad (1)$$

Если $y(t)=y_0$, $z(t)=z_0$, то

$$\begin{cases} x\,(t_и) = y_0\,h_1\,(t_и); \\ \Phi\,(t_и) = z_0\,h_2\,(t_и), \end{cases}$$

откуда

$$\Phi\,(t_и) = \frac{z_0}{y_0}\,x\,(t_и)\,\frac{h_2\,(t_и)}{h_1\,(t_и)}. \quad (2)$$

Равенство (2) справедливо для произвольных развертывающих функций $h_1(t)$ и $h_2(t)$. Практически имеет смысл [2] рассматривать функции, легко реализуемые физически. К ним относится синусоидальная $h(t)=\sin\omega t$, линейная $h(t)=a_0+bt$ и, в первую очередь, экспоненциальная $h\,(t) = e^{-\frac{t}{\tau}}$ развертывающие функции. Рассмотрим функциональные возможности схемы, где в качестве развертывающей выбрана экспонента. В этом случае $h_1(t) = e^{-\frac{t}{\tau_1}}$ и $h_2\,(t) = e^{-\frac{t}{\tau_2}}$;

$$\begin{cases} x\,(t_и) = y_0\,e^{-\frac{t_и}{\tau_1}}; \\ \Phi\,(t_и) = z_0\,e^{-\frac{t_и}{\tau_2}}. \end{cases}$$

После преобразований получим

$$\Phi\,(t_и) = z_0\left[\frac{x\,(t_и)}{y_0}\right]^n, \quad (3)$$

где $\quad n = \frac{\tau_1}{\tau_2}$.

Схемная реализация этого принципа позволяет получить достаточно простое устройство, способное производить операции умножения, деления, решения пропорций, возведения в целую и дробную степень.

Если $\quad h_1\,(t) = 1 - e^{-\frac{t}{\tau_1}}$ и $h_2\,(t) = 1 - e^{-\frac{t}{\tau_2}}$, то

$$\Phi\,(t_и) = z_0\left\{1 - \left[1 - \frac{x\,(t)}{y_0}\right]^n\right\}. \quad (4)$$

Комбинируя $h_{1,2}\,(t) = e^{-\frac{t}{\tau_{1,2}}}$ и $h_{2,1}\,(t) = 1 - e^{-\frac{t}{\tau_{2,1}}}$, находим

$$\Phi\,(t_и) = z_0\left\{1 - \left[\frac{x\,(t)}{y_0}\right]^n\right\} \quad (5)$$

либо

$$\Phi\,(t_и) = z_0\left[1 - \frac{x\,(t)}{y_0}\right]^n. \quad (6)$$

При $n=1$ выражения (3), (4) имеют вид

$$\Phi(t_и) = \frac{z_0 x(t)}{y_0}. \tag{7}$$

Рассмотрим пример реализации функционального преобразователя для $h_1(t) = 1 - e^{-\frac{t}{\tau_1}}$ и $h_2(t) = 1 - e^{-\frac{t}{\tau_2}}$. Преобразователь (см. рис. 1, *а*) работает следующим образом. В исходном состоянии триггер Тр удерживает ключи К$_1$ и К$_2$ в замкнутом положении. После прихода тактового импульса Т триггер опрокидывается и размыкает ключи К$_1$ и К$_2$. На выходе ячеек $h_1(t)$ и $h_2(t)$ начинают расти напряжения $y(t)h_1(t)$ и $\Phi(t)=z(t)h_2(t)$ (см. рис. 1, *б*). Рост $y(t)h_1(t)$ происходит до момента сравнения с $x(t)$, который определяет длительность интервала $t_и$. При равенстве текущего значения $y(t)h_1(t)$ входному значению $x(t)$ устройство сравнения УС выдает импульс, приводящий триггер в исходное состояние. После прихода тактового импульса Т процесс повторяется.

За время $t_и$, прошедшее с момента прихода тактового импульса Т до прихода импульса УС с устройства сравнения, напряжение $\Phi(t)$ (см. рис. 1, *в*) на выходе нелинейного преобразователя $h_2(t)$ достигает значения $\Phi(t_и)$, определяемого из выражения (4). На выходе преобразователя периодически получается экспоненциальный импульс, амплитуда которого содержит необходимую информацию.

Физически модуляция $t_и$ ограничена временем такта Т, что накладывает ограничения на изменение параметров $x(t)$ и $y(t)$. Чтобы произошло сравнение текущего значения $y(t)h_1(t)$ и входного параметра $x(t)$ на участке О — Т, соотношение величин $x(t)$ и $y(t)$ должно удовлетворять условию

$$\frac{x(t)}{y(t)} \leqslant 1 - e^{-\frac{T}{\tau_1}}.$$

Откуда следует, что величины $x(t)$ и $y(t)$ должны быть одного знака, а отношение модулей их не должно превышать величины $1 - e^{-\frac{T}{\tau_1}}$. Параметр $z(t)$ может быть любого знака, а величина модуля $|z(t)|$ может меняться от нуля до номинального значения $z(t)_{\max}$.

Рассмотрим статическую погрешность преобразования и поставим требования к отдельным узлам схемы, реализующей зависимость (4). Исходя из (4), полный дифференциал $\Delta\Phi$ запишем так:

$$\Delta\Phi = \frac{\partial\Phi}{\partial x}\Delta x + \frac{\partial\Phi}{\partial y}\Delta y + \frac{\partial\Phi}{\partial z}\Delta z + \frac{\partial\Phi}{\partial n}\Delta n. \tag{8}$$

Взяв значения модулей частных производных и положив $n=1$, получим выражение для относительной погрешности

$$\delta\Phi = \frac{\Delta x}{x_0} + \frac{\Delta y}{y_0} + \frac{\Delta z}{z_0} + \Delta n\left(\frac{y_0}{x_0} - 1\right)\ln\left(1 - \frac{x_0}{y_0}\right). \tag{9}$$

Очевидно, что погрешности ключей К$_1$ и К$_2$ и устройства сравнения прямо входят в выражение для относительной ошибки преобразования. Это является характерным для любого типа множительных звеньев. При использовании релаксационных компараторов погрешность сравнения значительно превышает величину погрешности от ключей К$_1$ и К$_2$. Четвертое слагаемое дает составляющую ошибки от изменения отношения $n = \frac{\tau_1}{\tau_2}$. Изменение коэффициента n в данной схеме может происходить из-за вариации выходных импедансов цепей датчиков $x(t)$, $y(t)$, $z(t)$ либо по причине неравенства температурных коэффициентов сопротивлений и конденсаторов схем, формирующих $h_1(t)$ и $h_2(t)$. Выходным параметром схемы является амплитуда импульса. Поэтому результат преобразования не зависит от тактовой частоты Т. Вариация такта в широких пределах приводит только к изменению динамических свойств преобразователя. Реакция на скачок любого входного параметра преобразователя в худшем случае равна периоду тактовой частоты.

Рассмотрим динамические характеристики функционального устройства. Существует принципиальная разница в динамических свойствах преобразователей, реализующих развертки $h(t)=e^{-\frac{t}{\tau}}$ и $h(t)=1-e^{-\frac{t}{\tau}}$. В первом случае в процессе преобразования формирующая RC-цепь отключена от цепи источника сигнала. В течение такта обрабатывается фиксированное в начале такта значение входного параметра $y(t)$, $z(t)$. В этом случае отсчеты мгновенного значения $\Phi(t_и)$ на выходе устройства будут определяться совокупностью фиксированных значений входных параметров. Граничная частота входных сигналов при этом, согласно теореме Котельникова, определяется как

$$f_{гр}=\frac{1}{2T},$$

где Т — время такта, определяемое быстродействием элементов преобразователя и постоянной времени входной цепи. Последняя может быть уменьшена введением схем, согласующих выходное сопротивление источников сигналов и вход преобразователя.

Если в преобразователе используется в качестве развертывающей функции $h(t)=1-e^{-\frac{t}{\tau}}$, то при отсутствии на входе преобразователя отдельного устройства фиксации входные параметры $y(t)$ и $z(t)$ связаны с формирующей цепью на протяжении всего интервала $t_и$. В этом случае значение $\Phi(t_и)$ определяется системой уравнений (1):

$$\Phi(t_и)=x(t_и)\,\frac{\int\limits_0^{t_и} z(t-\xi)\,h_2'(\xi)\,d\xi}{\int\limits_0^{t_и} y(t-\xi)\,h_1'(\xi)\,d\xi};$$

если подынтегральные функции подобны

$$z(t-\xi)\,h_2'(\xi)=A\,y(t-\xi)\,h_1'(\xi),$$

то результат преобразования $\Phi(t_и)=x(t_и)\,A$ инвариантен относительно временной зависимости $z(t)$ и $y(t)$, а динамическая ошибка от изменения $x(t)$ равна нулю, если результат отнести к моменту $t_и$. Практически подобие подынтегральных функций имеет место при наличии когерентных пульсаций напряжения, питающего датчики $z(t)$ и $y(t)$, либо при наведенной помехе в линии связи. В общем случае условие подобия не выполняется. Пусть изменение скорости параметров $x(t)$, $y(t)$, $z(t)$ во времени не слишком велико на тактовом интервале Т. Тогда закон изменения этих величин можно считать линейным:

$$\begin{cases} x(t)=x_0+k_x t; \\ y(t)=y_0+k_y t; \\ z(t)=z_0+k_z t. \end{cases}$$

Система (1) примет вид:

$$\begin{cases} x_0 + k_x t_и = \int\limits_0^{t_и} [y_0 + k_y (t - \xi)] e^{-\frac{\xi}{\tau_1}} \frac{1}{\tau_1} d\xi; \\ \Phi(t_и) = \int\limits_0^{t_и} [z_0 + k_z (t - \xi)] e^{-\frac{\xi}{\tau_2}} \frac{1}{\tau_2} d\xi. \end{cases}$$

После преобразований получаем:

$$\begin{cases} x_0 + k_x t_и = (1 - e^{-\frac{t_и}{\tau_1}}) (y_0 - k_y \tau_1); \\ \Phi(t_и) = (1 - e^{-\frac{t_и}{\tau_2}}) (z_0 - k_z \tau_2). \end{cases}$$

Если $\tau_1 = \tau_2 = \tau$, имеем

$$\Phi(t_и) = \frac{(x_0 + k_x t_и)(z_0 - k_z \tau)}{y_0 - k_y \tau}.$$

При малой скорости изменения входных параметров $\frac{k_y}{y_0} \tau \ll 1$ и $\frac{k_z}{z_0} \tau \ll 1$ динамическая погрешность δ_0, приведенная к моменту времени $t=0$, описывается выражением

$$\delta_0 = \left(1 + \frac{k_x}{x_0} t_и\right) \left[1 - \tau \left(\frac{k_z}{z_0} - \frac{k_y}{y_0}\right)\right] - 1. \qquad (10)$$

Определим теперь, задаваясь предельно допустимой погрешностью δ_0, граничную частоту изменения входных параметров. Пусть входные величины меняются по гармоническому закону и имеют постоянное смещение:

$$x(t) = \frac{x_m}{2} [1 + \sin(\omega_x t + \varphi_x)];$$

$$y(t) = \frac{y_m}{2} [1 + \sin(\omega_y t + \varphi_y)];$$

$$z(t) = \frac{z_m}{2} [1 + \sin(\omega_z t + \varphi_z)].$$

Максимальная скорость изменения параметров определяется соотношениями: $k_{x\,\max} = \frac{x_m}{2} \omega_x$; $k_{y\,\max} = \frac{y_m}{2} \omega_y$; $k_{z\,\max} = \frac{z_m}{2} \omega_z$. Для случая наихудших фазовых соотношений выражение (10) примет вид

$$\delta_0 = (1 + \omega_x t_и) [1 + \tau (\omega_y + \omega_z)] - 1.$$

Если $t_и = \tau$, то $\delta_0 = (1 + \omega_x \tau) [1 + \tau (\omega_y + \omega_z)] - 1$; если все три параметра изменяются и $\omega_x = \omega_y = \omega_z = \omega_1$, то $\delta_0 = 2(\omega_1\tau)^2 + 3\omega_1\tau$, откуда $\omega_1 \cong \frac{\delta_0}{3\tau}$; если изменяются два параметра из трех, то $\omega_2 \simeq \frac{\delta_0}{2\tau}$; если переменным является один параметр, то $\omega_3 \cong \frac{\delta_0}{\tau}$.

Полученные результаты позволяют рассчитать величины допустимых скоростей изменения входных параметров функционального устройства при заданной точности δ_0 и ограниченном быстродействии τ. Например, при $\delta_0 = 10^{-2}$, $\tau = 100$ *мксек* для преобразователя, реализующего развертки $h(t) = 1 - e^{-\frac{t}{\tau}}$, $f_1 = 5{,}3$ *гц*, $f_2 = 8$ *гц*, $f_3 = 16$ *гц*. Для преобразователя с разверткой $h(t) = e^{-\frac{t}{\tau}}$ предельная частота в этих условиях составляет $f_{гр} = 5 \cdot 10^3$ *гц*.

Для того чтобы оценить степень трудностей, связанных с реализацией подобного устройства, был разработан макет преобразователя. В нем были применены экспоненциальные развертки $h_{1,2}(t) = 1 - e^{-\frac{t}{\tau}}$. Схема преобразователя (рис. 2) имеет всего пять транзисторов, причем четыре из них работают в ключевом режиме. Развертывающие функции

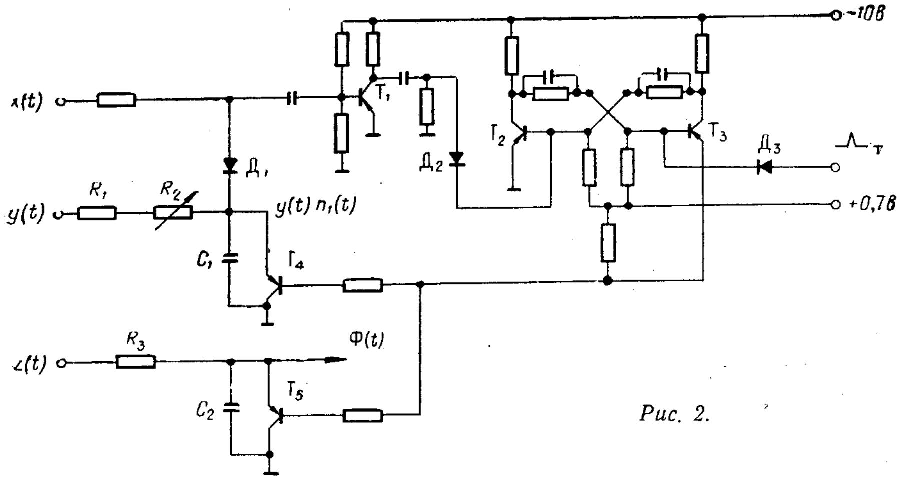

Рис. 2.

$h_1(t)$ и $h_2(t)$ формируются на цепочках $(R_1+R_2)C_1$ и R_3C_2. Сравнение значений параметра $x(t)$ и функции $y(t)h_1(t)$ осуществляется на диоде $Д_1$; транзистор T_1 — усилитель разности $[x(t) - y(t)h_1(t)]$. Управляющие ключи K_1 и K_2 выполнены на транзисторах T_4 и T_5. Управляющий триггер собран на транзисторах T_2 и T_3. Измерение амплитуды выходного импульса производилось с помощью осциллографа С1—19А. В пределах точности измерений характеристики схемы хорошо совпадают с расчетными.

Таким образом, применяя для построения функциональных схем анализируемый метод, можно сравнительно простыми средствами получать преобразователи с широкими функциональными возможностями. Статическая точность преобразователей определяется точностью устройств сравнения и может быть сделана достаточно высокой. Для преобразования быстроменяющихся параметров рационально применять развертывающие функции $h(t) = e^{-\frac{t}{\tau}}$, для более медленных сигналов $h(t) = 1 - e^{-\frac{t}{\tau}}$.

ЛИТЕРАТУРА

1. А. А. Маслов. Обзор и классификация множительных устройств.— Автоматика и телемеханика, 1960, т. XXI, № 10.
2. Р. Томович, У. Карплюс. Быстродействующие аналоговые вычислительные машины. М., «Мир», 1964.
3. В. Н. Вьюхин. Компараторный фиксатор уровня напряжения.— Автометрия, 1968, № 6.

Поступила в редакцию
27 марта 1968 г.