

А К А Д Е М И Я Н А У К С С С Р  
СИБИРСКОЕ ОТДЕЛЕНИЕ  
А В Т О М Е Т Р И Я

№ 6

1968

УДК 621.35.082.75

М. С. ҚАСИМЗАДЕ  
(*Bakı*)

ЭЛЕКТРИЧЕСКОЕ МОДЕЛИРОВАНИЕ  
ЭЛЕКТРОКИНЕТИЧЕСКИХ ПРЕОБРАЗОВАТЕЛЕЙ

Электрокинетические преобразователи (ЭКП) успешно развиваются, появляются различного назначения измерительные устройства электрокинетического типа. Однако отсутствие в настоящее время достаточно разработанных методов анализа и инженерного расчета ЭКП задерживает их более широкое применение.

В данной работе исследуется мембранный ЭКП, представляющий наиболее характерный случай конструктивного исполнения таких преобразователей. Принципиальное устройство его показано на рис. 1, где 1 — корпус; 2 — гибкая мембрана; 3 — перфорированный электрод; 4 — полярная рабочая жидкость; 5 — пористая перегородка.

В основе работы ЭКП лежит явление образования потенциала протекания и обратного ему явления электроосмоса [1]. В общем случае величина потенциала протекания определяется зависимостью  $e = E_{\text{пост}} \Phi (sk)$ , а объемный расход жидкости при электроосмосе по формуле  $v = V_{\text{пост}} F(k)$ , где  $\Phi(sk)$  и  $F(k)$  — функции, учитывающие влияние формы и размеров пор, вязкости жидкости и частоты ( $\omega$ )\*.

ЭКП является обратимым преобразователем, однако его обратимость соблюдается точно лишь в пределах применимости формулы Ж. Перенна [2], которая не учитывает влияния на электрокинетические явления частоты измеряемого сигнала и структурных свойств капиллярной системы. Для микропористых перегородок с размерами пор порядка микрона и долей микрона, а также при работе на переменном токе возможно нарушение обратимости. Учитывая, что практически в электрокинетических преобразователях применяются пористые перегородки, имеющие размеры пор больше микрона, можно считать ЭКП обратимой системой.

Специфическая трудность анализа ЭКП заключается в том, что физико-химические свойства преобразующей пары материалов — рабочей жидкости и пористой перегородки — и структурные свойства последней не поддаются точному аналитическому учету. При этом имеются

\* $F(k) = \frac{4\delta(1-i)}{\pi R^4 k}; \quad k = R \sqrt{\frac{\omega}{v}}$  ( $\delta$  — толщина двойного слоя;  $R$  — радиус пор;  $v$  — кинетическая вязкость).

в виду значения вязкости, диэлектрической постоянной рабочей жидкости,  $\xi$ -потенциала, размеров пор, пористости, проницаемости, распределение пор по размерам, которые могут быть найдены с приближением и лишь экспериментально.

Наименее изученным и наиболее неопределенным в этом отношении является значение  $\xi$ -потенциала для различных сочетаний взаимодействующих фаз.

В общем случае ЭКП — это электрогидромеханическая диссипативная нелинейная система с распределенными параметрами: механическими — гибкостью (мембранны), массой (массой подвижных частей — мембран и жидкости), трением; электрическими — активным сопротивлением, емкостью и весьма незначительной индуктивностью. При строгом рассмотрении динамика такого преобразователя должна описываться нелинейными дифференциальными уравнениями в частных производных, содержащих в качестве переменных как время, так и пространственную координату. Однако в большинстве случаев в определенных диапазонах частот и давлений ЭКП может быть представлен аналоговой системой с сосредоточенными параметрами, описываемой

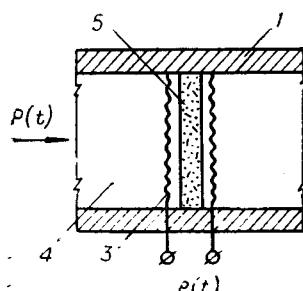


Рис. 1.

обыкновенными линейными дифференциальными уравнениями. Ограничения в отношении частотного диапазона определяются размерами преобразователя  $B < \frac{1}{4}\lambda$ , где  $B$  — наибольший размер преобразователя,  $\lambda$  — длина волны).

Нелинейность ЭКП обусловлена в основном нелинейной фильтрацией жидкости через пористую перегородку и работой мембран в области нелинейной деформации. При соответствующем расчете нелинейностью ЭКП можно пренебречь, считать его с достаточной точностью в заданном диапазоне частот линейной системой.

Таким образом, в первом приближении механическая сторона электрокинетического преобразователя может быть представлена диссипативной линейной системой с одной степенью свободы, с сосредоточенными массой, гибкостью и трением.

Электрическую сторону преобразователя также можно представить эквивалентной схемой с сосредоточенными параметрами. В генераторном режиме преобразователь может быть представлен как источником тока, так и источником э. д. с. Однако, исходя из физики протекающих процессов, более правильным является представление его источником тока.

В ЭКП в рабочем режиме происходит обмен энергией между его электрической и механической сторонами.

Как в генераторном, так и в двигательном режимах основное движение жидкости сопровождается обратным движением, вызванным потенциалом протекания. Возникновение этого противотока будет обуславливать так называемое «вносимое сопротивление» [3]. Взаимовлияние сторон в ЭКП можно учитывать введением коэффициентов электромеханической связи:  $K_{c,g}$  — для генераторного,  $K_{c,d}$  — для двигательного режимов.

В общем случае  $K_{c,g} \neq K_{c,d}$ . Однако практически, как было отмечено выше,  $K_{c,g} = K_{c,d} = K_c$ .

В двигательном режиме для отдельного капилляра получаем\*

$$K_c = \left| \frac{P_{\text{в0}}}{U} \right|_{v=0} = \frac{2\xi \epsilon}{\pi R_{\text{пор}}^2} = \frac{2\xi \epsilon}{q_{\text{пор}}}.$$

Для пористой перегородки вместо  $R_{\text{пор}}$  возможно подставить средний радиус пор  $R_{\text{ср}}$  и через линейную скорость получить  $K_{c1} = K_c w q_n$ , где  $w$ ,  $q_n$  — соответственно пористость и площадь пористой перегородки.

Для исследования ЭКП, изучения стационарных и переходных процессов и получения соответствующих расчетных зависимостей можно использовать непосредственный аналитический метод, например уравнения движения в форме Лагранжа для каждой координаты, т. е. для механической и электрической частей, а затем совместно их решить. Интегро-дифференциальные уравнения динамики могут быть получены также, если составить уравнение Ньютона для сил, действующих на механическую сторону, и уравнения Кирхгофа для электрической стороны. Исследование ЭКП значительно облегчается, если использовать метод электромеханических аналогий, который в данном случае является весьма удобным.

После принятых выше упрощений и уточнений ЭКП может быть представлен динамической схемой, приведенной на рис. 2, на которой приняты обозначения:  $C_m$  — гибкость мембранны;  $M_m$  — масса мембранны;  $M_n$  — масса жидкости в порах пористой перегородки;  $M_k$  — масса жидкости в камерах преобразователя;  $R_n$  — коэффициент трения жидкости в порах пористой перегородки;  $F$ ,  $F_1$  — силы, действующие на мембранны преобразователя;  $Z_{n,3}$  — электрическая нагрузка.

Наличие рычага  $AB$  объясняется необходимостью приведения параметров пористой перегородки к параметрам остальной части системы, поскольку линейные скорости течения жидкости в порах перегородки и в камерах преобразователя различны.

От динамической схемы (см. рис. 2), пользуясь методом электромеханической аналогии, можно перейти к схеме ЭКП в генераторном режиме, представленной на рис. 3, а. Для двигательного режима вход и выход поменяются местами (см. рис. 3, б). На этих схемах  $M_{\text{мех}} = 2M_m + M_n + 2M_k (\kappa^2)$ ;  $C_{\text{мех}} = \frac{1}{2} C_m \left( \frac{m}{n} \right)$ ;  $R_{\text{мех}} = 2R_k + R_n \left( \frac{n \text{ сек}}{m} \right)$ ;  $M_n' = M_n n^2$ ;  $R_n' = R_n \frac{1}{\kappa^2}$ ;  $n = \frac{\sum q_{\text{пор}}}{q_n} \cong \frac{w q_n}{q_n} = w$ .

Практически  $R_n \gg R_k$ , поэтому  $R_{\text{мех}} \cong R_n'$ . Значение  $R_n$  зависит от закона движения жидкости в порах, характера фильтрации, частоты и других факторов. Точное его определение затруднительно. В области применимости закона Пуазейля и линейной фильтрации  $R_n = \frac{8\mu l q_n}{w R_{\text{ср}}^2}$  ( $\mu$  — вязкость жидкости;  $l$  — толщина пористой перегородки).

Таким образом,  $R_n$  учитывает размеры и структурные свойства пористой перегородки, свойства рабочей жидкости ( $\mu$ ). В зависимости

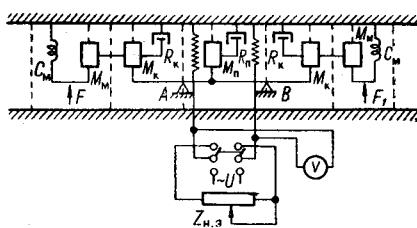


Рис. 2.

\* Выражение строго применимо к электроосмосу на постоянном токе [на переменном токе следует учесть влияние функции  $F(k)$ ].

от применения преобразователя, его конструкции и размеров все три слагаемых, входящих в состав  $M_{\text{мех}}$ , могут иметь соизмеримые значения. В этом случае получим  $M = \frac{2}{5} \pi a^2 \rho_s + w q_n \rho l + \frac{1}{2} \pi D_k^2 h_k \rho$ , где  $\rho_s$  — вес единицы площади мембран;  $\rho$  — плотность рабочей жидкости;  $h_k$  — высота камеры.

Гибкость системы обусловлена гибкостью мембраны  $C_m$ . Сосредоточенная гибкость одной мембранны определяется по формуле  $C_m = \frac{9a^2}{16\pi h_m^3} \frac{1 - \sigma^2}{E}$ , где  $a$  — радиус;  $h_m$  — толщина мембраны;  $\sigma$  — постоянная Пуассона;  $E$  — модуль упругости.

Заметим, что эквивалентная схема на рис. 3, а построена по принципу  $f \sim u$ ,  $v \sim i$ . Она представляет линейную систему с разнородными

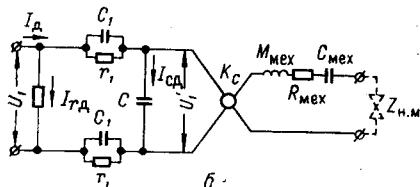
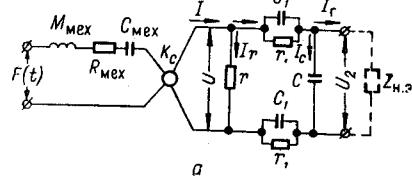


Рис. 3.

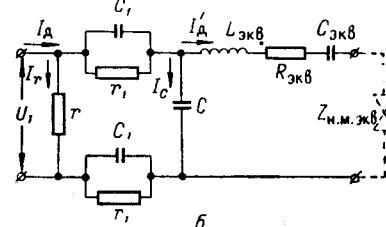
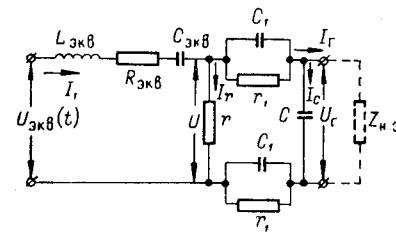


Рис. 4.

сторонами: электрической и механической. Поведение такой системы через давление  $P$  и линейную скорость  $v$  будет описываться уравнениями:

для генераторного режима:  
а) механическая сторона

$$\frac{M}{K_{c1}} \frac{w q_n}{q_m} \frac{dv}{dt} + \frac{R v}{K_{c1}} \frac{q_m}{w q_n} + \frac{w q_n}{K_{c1} q_m C} \int v dt + u = \frac{P w q_n}{K_{c1}},$$

б) электрическая сторона

$$i - K_{c1} \frac{q_m}{w q_n} v = i_2 + i_c + i_r - K_{c1} \frac{q_m}{w q_n} v = 0;$$

для двигательного режима:  
а) электрическая сторона

$$i_d - i_{dr} - i_{dc} - K_{c1} \frac{q_m}{w q_n} v = 0;$$

б) механическая сторона

$$\frac{M}{K_{c1}} \frac{w q_n}{q_m} \frac{dv}{dt} + \frac{R v}{K_{c1}} \frac{q_m}{w q_n} + \frac{w q_n}{K_{c1} q_m C} \int v dt + u_1 = 0.$$

Приведенные уравнения дают основание перейти от электромеханического четырехполюсника с разнородными сторонами к четырехполюснику с однородными сторонами, т. е. представить ЭКП чисто электрической или чисто механической моделью.

Более удобной для анализа является электрическая модель ЭКП. Элементы электрической модели должны выбираться в соответствии с теорией подобия. Так как матрица эквивалентного четырехполюсника кососимметрична, то ЭКП должен быть представлен по аналогии  $f \sim u$ ;  $v \sim i$ . Электрическая модель ЭКП для генераторного режима приведена на рис. 4, а. Действительно, схема рис. 4, а описывается уравнениями:

$$L_{\text{ЭКВ}} \frac{di_1}{dt} + R_{\text{ЭКВ}} i_1 + \frac{1}{C_{\text{ЭКВ}}} \int i_1 dt + u = U_{\text{ЭКВ}}(t); \quad i_1 = i_2 + i_r + i_c. \quad (1)$$

Учитывая, что  $v = \frac{i}{K_{c1}} \frac{w q_n}{q_m}$ , коэффициенты в уравнении (1) должны иметь значения:

$$L_{\text{ЭКВ}} = \frac{M}{K_{c1}} \left( \frac{w q_n}{q_m} \right)^2; \quad R_{\text{ЭКВ}} = \frac{R_{\text{мех}}}{K_{c1}^2}; \quad C_{\text{ЭКВ}} = C_{\text{мех}} K_{c1}^2 \left( \frac{q_m}{w q_n} \right)^2;$$

$$U_{\text{ЭКВ}}(t) = \frac{p(t)}{K_{c1}} w q_n.$$

Для двигательного режима (см. рис. 4, б) имеем:

$$L_{\text{ЭКВ}} \frac{di'_d}{dt} + R_{\text{ЭКВ}} i'_d + \frac{1}{C_{\text{ЭКВ}}} \int i'_d dt + \Delta u = u_1; \\ \Delta u = (i_d - i_r) \frac{2r_1}{1 + j \omega r_1 C_1}; \quad i_d - i_r - i_c - i'_d = 0. \quad (2)$$

Таким образом, для оценки поведения ЭКП в различных режимах можно пользоваться совместными решениями указанных выше уравнений или же ограничиться исследованием соответствующих аналоговых электрических цепей. Используя полученную модель, рассмотрим стационарные процессы в ЭКП, работающем в генераторном режиме. Упростив схему рис. 4, а, приведем ее к виду, показанному на рис. 5. На этой схеме

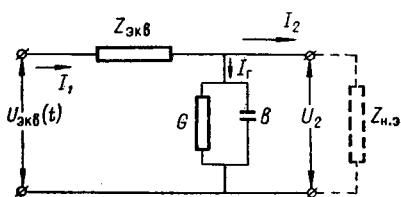


Рис. 5.

$$Z_{\text{ЭКВ}} = R_{\text{ЭКВ}} + j \left( \omega L_{\text{ЭКВ}} - \frac{1}{\omega C_{\text{ЭКВ}}} \right); \quad (3)$$

$$G = \frac{[1 + (\omega r_1 C_1)^2] \{2r_1 + r [1 + (\omega r_1 C_1)^2]\}}{\{2r_1 + r [1 + (\omega r_1 C_1)^2]\}^2 + 4r_1^4 \omega^2 C_1^2}; \quad (4)$$

$$b = \frac{2r_1^2 \omega C_1 [1 + (\omega r_1 C_1)^2]}{\{2r_1 + r [1 + (\omega r_1 C_1)^2]\}^2 + 4r_1^4 \omega^2 C_1^2} + \omega C; \quad (5)$$

$$y = \sqrt{G^2 + b^2}.$$

В (4) и (5) приняты обозначения:  $r_1$ ,  $C_1$  — соответственно активное сопротивление и емкость перехода электрод — жидкость;  $r$  — активное сопротивление жидкости в порах перегородки;  $C$  — междуэлектродная емкость.

Для схемы рис. 5 комплексная передаточная функция определяется:

$$\dot{K}_n = \frac{\dot{U}_2}{\dot{U}_{\text{ЭКВ}}}; \quad U_{\text{ЭКВ}} = \dot{U}_2 + \Delta U;$$

$$\Delta U = I_1 \dot{Z}_{\text{ЭКВ}} = L_{\text{ЭКВ}} \frac{di_1}{dt} + i_1 R_{\text{ЭКВ}} + \frac{1}{C_{\text{ЭКВ}}} \int i_1 dt;$$

следовательно,

$$U_{\text{ЭКВ}} = U_2 + L_{\text{ЭКВ}} \frac{di_1}{dt} + i_1 R_{\text{ЭКВ}} + \frac{1}{C_{\text{ЭКВ}}} \int i_1 dt; \quad (6)$$

$$i_1 = i_2 + i_{\text{ген}} = i_2 + U_2 y.$$

Из совместного решения уравнений (6) можно получить выражение для комплексного коэффициента передачи  $\dot{K}_n$ . Модуль  $\dot{K}_n$  представит амплитудно-частотную, а аргумент — фазочастотную характеристику. Рассмотрим режим холостого хода ЭКП ( $I_2=0$ ). Пусть внешняя сила является синусоидальной функцией  $f = F_m \sin \omega t$ . Для комплексной передаточной функции в этом случае получим

$$\dot{K}_n = \frac{1}{1 + \dot{Z}_{\text{ЭКВ}} y} = \frac{1}{1 + (R_{\text{ЭКВ}} + j X_{\text{ЭКВ}})(G + j b)} =$$

$$= \frac{r}{r + R_{\text{ЭКВ}} \left( 1 + j \frac{X_{\text{ЭКВ}}}{R_{\text{ЭКВ}}} \right) (1 + j \omega r C)}. \quad (7)$$

Амплитудно-частотная характеристика преобразователя описывается выражением

$$\text{mod } \dot{K}_n = \frac{r}{r + R_{\text{ЭКВ}} \sqrt{\left( 1 - \omega r C \frac{X_{\text{ЭКВ}}}{R_{\text{ЭКВ}}} \right)^2 + \left( \frac{X_{\text{ЭКВ}}}{R_{\text{ЭКВ}}} + \omega r C \right)^2}},$$

а фазочастотная —

$$\arg \dot{K}_n = \varphi = \arctg \frac{\left( \frac{X_{\text{ЭКВ}}}{R_{\text{ЭКВ}}} + \omega r C \right) \frac{R_{\text{ЭКВ}}}{r}}{\frac{R_{\text{ЭКВ}}}{r} \left( 1 - \omega r C \frac{X_{\text{ЭКВ}}}{R_{\text{ЭКВ}}} \right) + 1}.$$

Зная  $\dot{K}_n$ , можно найти комплексное выражение и для чувствительности генераторного преобразователя  $\dot{S} = \left( \frac{\dot{U}_2}{P} \right)_{I_2=0}$ . Поскольку  $\dot{K}_n = \frac{\dot{U}_2}{\dot{U}_{\text{ЭКВ}}} = \dot{K}_{c1} \frac{\dot{U}_2}{P}$ , то

$$\dot{S} = \frac{\dot{K}_n}{\dot{K}_{c1}}. \quad (8)$$

Выражение (7) для  $\dot{K}_n$  при подстановке значений соответствующих величин в общем случае получается громоздким и неудобным в использовании. Поэтому для ЭКП, который после принятых допущений превратился в обычную линейную систему второго порядка, целесообразно рассмотреть три характерные области частот.

1. **Область низких (низких и инфразвуковых) частот.** В этой области

влияние инерционных масс незначительно, поэтому можно в механической части преобразователя пренебречь величиной  $M_{\text{мех}}$ , а в электрической — сопротивлением  $r_1$  и влиянием ёмкостей  $C$  и  $C_1$ .

При этом для эквивалентной схемы рис. 4 получим:

$$Z_{\text{экв}}(n) = R_{\text{экв}} + \frac{1}{j\omega C_{\text{экв}}}; \quad y_n = G = \frac{1}{r};$$

$$K_{n,n}(j\omega) = \frac{r}{r + R_{\text{экв}} \sqrt{1 + j \frac{1}{\omega \tau_n}}}, \quad (9)$$

где  $\tau_n = R_{\text{экв}} C_{\text{экв}}$  — механическая постоянная времени гибкости.

Комплексная чувствительность преобразователя определяется:

$$\begin{aligned} S_n(j\omega) &= \frac{K_{n,n}(j\omega)}{K_{c1}} = \frac{r}{K_{c1} \left[ r + R_{\text{экв}} \left( 1 + j \frac{1}{\omega \tau_n} \right) \right]} = \\ &= \frac{r}{K_{c1} (r + R_{\text{экв}})} F_1(j\omega \tau_n), \end{aligned} \quad (10)$$

$$F_1(j\omega \tau_n) = \frac{1}{1 + j \frac{1}{\omega \tau_n}}; \quad \text{mod } F_1(j\omega \tau_n) = \frac{1}{\sqrt{1 + \left( \frac{1}{\omega \tau_n} \right)^2}}.$$

Частотная характеристика преобразователя в области низких и инфразвуковых частот подобна характеристике дифференцирующей  $rC$ -цепи. При  $\omega \tau_n \gg 1$   $F_1(j\omega \tau_n) \approx 1$ , т. е. чувствительность ЭКП не зависит от частоты и имеет плоский характер. На рис. 6, а дается график  $S_n = F(f)$  при различных значениях  $\tau_n$ . Чем больше  $\tau_n$ , тем круче кривая  $S_n = F(f)$ .

Важное практическое значение имеет нижний частотный предел  $f_{n,g}$  частотной характеристики (см. рис. 6, а), выше которого характеристику можно считать плоской, с неравномерностью не выше  $\pm 2$  дБ. Из условия  $S_n = \frac{S_n(\max)}{\sqrt{2}}$  (см. рис. 6, а), которое имеет место при  $\omega_n \tau_n = 1$ , находим

$$f_{n,g} = \frac{1}{2\pi \tau_n} \approx \frac{0.16}{\tau_n}.$$

Таким образом, воздействуя на гидродинамическое сопротивление пористой перегородки и гибкости мембранны, можно сместить  $f_{n,g}$  в ту или иную сторону. Практически  $f_{n,g}$  может быть доведено до сотых и тысячных долей герца [5].

Участок характеристики в пределах частот  $0 - f_{n,g}$  может быть линеаризован и с определенной погрешностью принят соответствующим  $F_1(j\omega \tau_n) = \omega \tau_n$  и  $|S| = \frac{r}{r + R_{\text{экв}}} 2\pi f \tau_n$ . Для всех частот, лежащих

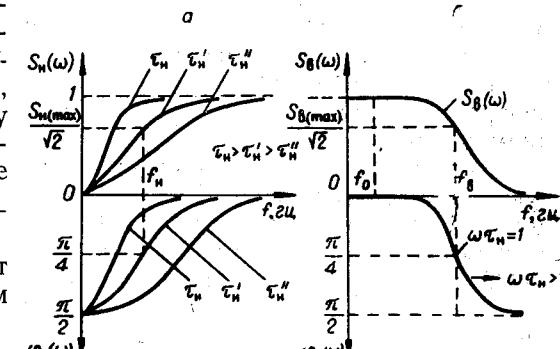


Рис. 6.

ниже  $f_n \ll \frac{1}{\sqrt{2\pi \tau_n}}$ , характеристика точно линейна, т. е. имеем идеальное дифференцирование.

Фазочастотная характеристика преобразователя в области низких и инфразвуковых частот выражается зависимостью  $\varphi_n(\omega) = \arg \dot{K}_{n,n} = \arctg \frac{1}{\omega \tau_n}$  и приведена на рис. 6, а.

**2. Область средних (звуковых) частот.** Для этого случая в механической части преобразователя можно пренебречь реактивным сопротивлением  $X_{экв} = \omega L_{экв} - \frac{1}{\omega C_{экв}}$ , поскольку в этой области частот  $X_{экв} \ll R_{экв}$ , а в электрической — сопротивлением  $r_1$  и влиянием емкостей  $C$  и  $C_1$ .

Исходя из этого, для эквивалентной схемы рис. 4 получим:  $Z_{экв(c)} = R_{экв}; y_c = G = \frac{1}{r}$ ; коэффициент передачи

$$K_{n,c} = \frac{r}{r + R_{экв}}; \quad (11)$$

чувствительность

$$S_c = \frac{K_{n,c}}{K_{c1}} = \frac{1}{K_{c1}} \frac{r}{r + R_{экв}}; \quad (12)$$

фазовый сдвиг

$$\varphi_c = \arg K_{n,c} = 0. \quad (13)$$

В соответствии с (11) и (12) в области средних частот частотная зависимость чувствительности мембранныго ЭКП имеет плоский характер, сдвиг фаз между входными и выходными величинами отсутствует, т. е. преобразователь ведет себя аналогично чисто диссипативной системе (с одним активным сопротивлением).

Чувствительность преобразователя при использовании данной пары материалов (взаимодействующих фаз) зависит от соотношения между внутренним активным электрическим сопротивлением ( $r$ ) и сопротивлением трения ( $R_{экв}$ ):  $S_c = S_{c \max}$  при  $r = R_{экв}$ .

Экспериментально полученные характеристики ЭКП хорошо согласуются с теоретическими. Как показано в [6, 7], для конкретных образцов ЭКП в области частот 0,3—1000 Гц частотная характеристика чувствительности имеет плоский характер; в интервале давлений до 40000 Н/м<sup>2</sup> в том же диапазоне частот амплитудная характеристика линейна. Расхождение между экспериментальным и расчетным значениями нижней граничной частоты составляет не более 15%.

**3. Область верхних (ультразвуковых) частот.** В механической части схемы при этих частотах можно пренебречь величиной  $x_{c, экв} = \frac{1}{\omega C_{экв}}$ . В электрической же части необходимо учесть как  $r$ , так и  $C$ . Исходя из этого, для параметров аналоговой схемы рис. 4 получим  $\dot{Z}_{экв} = R_{экв} + j\omega L_{экв}; y_b = G + j b = G + j\omega C$ . Передаточная функция для этого случая определяется:

$$\dot{K}_{n,b} = \frac{r}{r + R_{экв} \left( 1 + \frac{j\omega L_{экв}}{R_{экв}} \right) (1 + j\omega r C)};$$

$$\text{mod } \dot{K}_{\text{п.в}} = \frac{r}{r + R_{\text{ЭКВ}} \sqrt{1 + (\omega^2 \tau_{\text{эл}} \tau_{\text{и}})^2 + \omega^2 (\tau_{\text{эл}}^2 + \tau_{\text{и}}^2)}},$$

где  $\tau_{\text{эл}} = r C$  — электрическая постоянная времени;  $\tau_{\text{и}} = \frac{L_{\text{ЭКВ}}}{R_{\text{ЭКВ}}}$  — инерционная постоянная времени.

Чувствительность преобразователя равна

$$S_{\text{в}}(j\omega) = \frac{\dot{K}_{\text{п.в}}}{K_{\text{с1}}} = \frac{r}{K_{\text{с1}}(r + R_{\text{ЭКВ}})} F_{\text{в}}(\omega \tau_{\text{в}}),$$

где

$$F_{\text{в}}(\omega \tau_{\text{в}}) = \frac{1}{\sqrt{1 + (\omega^2 \tau_{\text{эл}} \tau_{\text{и}})^2 + \omega^2 (\tau_{\text{эл}}^2 + \tau_{\text{и}}^2)}}.$$

Естественно, частотная характеристика преобразователя в области повышенных частот будет определяться функцией  $F_{\text{в}}(\omega \tau_{\text{в}})$ .

Заметим, что абсолютные значения  $\tau_{\text{в}}$  и  $\tau_{\text{эл}}$  достаточно малы, и поэтому влияние их будет сказываться лишь на высоких частотах. Так, если принять  $r=100 \text{ км}$ ,  $C=200 \text{ нФ}$ , что обычно и наблюдается на практике, то  $\tau_{\text{эл}} = rC = 10^{-5} \text{ сек}$  и только при  $f=10 \text{ кГц}$   $\omega^2 \tau_{\text{эл}}^2 = 0,4$ .

Из выражения для  $F_{\text{в}}(\omega \tau_{\text{в}})$  видно, что верхний частотный предел, до которого характеристика сохраняет плоский вид с неравномерностью не более  $\pm 2 \text{ дБ}$ , определяется из условия

$$\omega^2 (\tau_{\text{эл}}^2 + \tau_{\text{и}}^2) + (\omega^2 \tau_{\text{эл}} \tau_{\text{и}})^2 = 1,$$

откуда

$$f_{\text{в}} = \frac{1}{2 \sqrt{2 \pi \tau_{\text{эл}} \tau_{\text{и}}}} \sqrt{\sqrt{(\tau_{\text{эл}}^2 + \tau_{\text{и}}^2)^2 + 4 (\tau_{\text{и}} \tau_{\text{эл}})^2} - (\tau_{\text{эл}}^2 + \tau_{\text{и}}^2)}.$$

Фазочастотная характеристика для области повышенных частот находится по выражению  $\varphi_{\text{в}} = \arctg \frac{\omega (\tau_{\text{эл}} + \tau_{\text{и}})}{1 - \omega^2 \tau_{\text{эл}} \tau_{\text{и}}}$ .

Если пренебречь  $\tau_{\text{эл}}$ , то последние формулы упростятся, а именно: для  $F_{\text{в}}(\omega \tau_{\text{в}})$  получим  $F_{\text{в}}(\omega \tau_{\text{в}}) = \frac{1}{\sqrt{1 + \omega^2 \tau_{\text{и}}^2}}$ . Частотная характеристика будет оставаться плоской с допустимой неравномерностью, пока  $\omega^2 \tau_{\text{и}}^2 \ll 1$ . При этом верхняя граничная частота  $f_{\text{в}}$  определяется из условия  $\omega^2 \tau_{\text{и}}^2 = 1$ , или  $f' = \frac{1}{2\pi \tau_{\text{и}}} \cong \frac{0,16}{\tau_{\text{и}}}$ , т. е. чем меньше  $\tau_{\text{и}}$ , тем выше  $f'$ . Для уменьшения же  $\tau_{\text{и}}$  при данной пористой перегородке следует уменьшить вес подвижных масс ЭКП.

Из сравнения выражений для  $f_{\text{в}}$  и  $f'$  находим  $\frac{f'}{f_{\text{в}}} = \frac{\tau_{\text{и}}}{\tau_{\text{и}}}$ . Это соотношение показывает, что ширина частотного диапазона, в пределах которого частотная характеристика сохраняет плоский вид с погрешностью  $\pm 2 \text{ дБ}$  (см. рис. 6, б), зависит от отношения постоянных времени. Полоса пропускания ЭКП достаточно широка и может достигать значения  $10^4$ .

Наличие значительных сил трения, превосходящих во много раз упругие и инерционные силы, придает ЭКП свойства колебательной си-

стемы с очень большим затуханием (большой степенью успокоения), чем и определяется характер его частотных характеристик. В подавляющем большинстве конструктивных исполнений ЭКП — нерезонирующая система, в нем имеют место лишь псевдорезонансные явления, причем полоса пропускания не будет симметричной относительно  $f_0$  (частоты собственных колебаний): интервал  $f_0 \div f_v$  более растянут, чем интервал  $f_n \div f_0$ .

Из рассмотрения выражений для  $F_v(\omega \tau_v)$  и  $\varphi_v$  и соответствующих кривых следует, что при частотах, превышающих  $f_v$ , ЭКП обладает интегрирующим свойством. При  $\omega \tau_n \gg 1$  получаем  $F_v(\omega \tau_v) \approx \frac{1}{\omega \tau_n}$  и ЭКП ведет себя как идеальный интегратор.

При работе генераторного ЭКП в режиме нагрузки величина и характер последней будут сказываться на соответствующих характеристиках преобразователя. Это влияние может быть выявлено исследованием схемы рис. 5 с учетом сопротивления  $Z_{n,0}$ . В случае дистанционных измерений емкость длинных кабелей связи может привести к завалу частотной характеристики на высоких частотах, т. е. к снижению  $f_v$ . Используя полученные электрические модели, можно исследовать также двигательный режим преобразователя и рассмотреть переходные процессы.

#### ЛИТЕРАТУРА

1. М. С. Касимзаде. Некоторые вопросы теории электроакустических преобразователей.— Труды Энергетического института АН АзССР, 1962, т. XV.
2. С. Е. Харин. Физическая химия. Киев, Изд-во КГУ, 1961.
3. Л. А. Островский. Основы общей теории электроизмерительных устройств. М.—Л., «Энергия», 1965.
4. М. Ф. Гарднер, Дж. Л. Бернс. Переходные процессы в линейных системах. М., Физматгиз, 1961.
5. J. L. Collins and G. E. Ellis. Electrokinetic Acoustical pressure Transducers.— The Journal of the Acoustical Society of America, 1964, v. 36, № 10.
6. М. С. Касимзаде, Х. Ф. Гусейнов. Частотные свойства электроакустического сейсмоприемника давления.— Изв. АН АзССР, серия физ.-техн. и матем. наук, 1965, № 3.
7. М. С. Касимзаде, Д. К. Дворянкин. Электроакустические преобразователи переменных давлений.— Автоматический контроль и методы электрических измерений. Труды VI конференции, т. II. Новосибирск, «Наука», 1967.

Поступила в редакцию  
16 июля 1967 г.,  
окончательный вариант —  
7 июля 1968 г.