А К А Д Е М И Я Н А У К С С С Р
СИБИРСКОЕ ОТДЕЛЕНИЕ
А В Т О М Е Т Р И Я

№ 6 1968

УДК 519.281

В. И. ПЕРОВ
(Москва)

К ВОПРОСУ О ВЫЧИСЛЕНИИ КОЛИЧЕСТВА ИНФОРМАЦИИ ДЛЯ ТЕСТОВ, ИСПОЛЬЗУЕМЫХ ПРИ ПОИСКЕ НЕИСПРАВНОСТЕЙ

В [1] для решения задачи определения хотя бы одной минимальной (или близкой к минимальной) по количеству тестов совокупности, образующей полный набор для комбинационного поиска неисправностей, предлагается использовать градиентный информационный метод. При этом в качестве градиента на каждом шаге процесса выбора тестов используется условное количество информации, выраженное в шенноновской мере. В [2, 3] показано, что применение градиентного информационного метода для построения программы последовательного поиска неисправностей в системе, состоящей из последовательно соединенных элементов, в ряде случаев дает результаты, достаточно близкие к оптимальным. Использование шенноновской информационной меры связано обычно с определенной громоздкостью вычислений, обусловленной осуществлением операции логарифмирования. В связи с этим возникает необходимость разработки способа определения информационной оценки, более удобной в вычислительном отношении. Кроме того, в опубликованных работах не рассматривался вопрос о вычислении количества информации для тестов, используемых при поиске неисправностей со степенью подробности до сменных конструктивных блоков. Автору известно, что в одной из работ И. М. Синдеева и А. Е. Аверкина были получены такие формулы для вычисления количества информации в шенноновской мере. Но они оказываются относительно сложными для практического применения. Представляет интерес получить более простые формулы и для этого случая. Ниже предлагается одно из возможных решений затронутых вопросов*.

Рассмотрим сначала случай приближенного вычисления количества информации, содержащейся в каждом одномерном тесте, используемом при комбинационном поиске неисправностей со степенью подробности до элементарных неработоспособных состояний. Заметим, что в качестве последних мы рассматриваем несовместные неработоспособные состояния, определенные на пространстве выходных характеристик конструктивных блоков. Так как при выборе тестов для совокупностей, образующих полные наборы, вероятности неработоспособных состояний

* Заметим, что в статье рассматриваются только тесты, имеющие два исхода: положительный и отрицательный [2].

можно не учитывать, то целесообразно воспользоваться формулами для вычисления количества информации, предназначаемыми для случаев равновероятных состояний. На первом шаге выбора тестов безусловные количества информации вычисляются по формуле*

$$\mu_1(T_i) = 4\,\frac{n_0(T_i)\,n_1(T_i)}{N^2}, \tag{1}$$

где $n_0(T_i)$ — число нулей в строке таблицы неисправностей [4], соответствующей тесту T_i; $n_1(T_i)$ — число единиц в строке таблицы неисправностей, соответствующей тесту T_i; N — общее число элементарных состояний, которое необходимо различать при поиске неисправностей.

На некотором l-м шаге выбора тестов используются условные количества информации, вычисляемые по формуле

$$\mu_l(T_{i/\Omega}) = \frac{4}{N}\sum_k \frac{n_0(T_i \cap S_k)\,n_1(T_i \cap S_k)}{N_{S_k}}, \tag{2}$$

где Ω — подмножество индексов, соответствующих тестам, выбранным на предыдущих $(l-1)$-х шагах; $n_0(T_i \cap S_k)$ — число нулей в строке таблицы неисправностей, соответствующей тесту T_i, принадлежащих состояниям, входящим в подмножество S_k; $n_1(T_i \cap S_k)$ — число единиц в строке таблицы неисправностей, соответствующей тесту T_i, принадлежащих состояниям, входящим в подмножество S_k; S_k — одно из подмножеств неработоспособных состояний, образованное за счет последовательных разбиений исходного множества на $(l-1)$-х предыдущих шагах [1, 5]; k — общее число таких подмножеств, рассматриваемых на l-м шаге; N_{S_k} — общее число неработоспособных состояний, входящих в S_k.

При решении задач построения условных программ последовательного поиска неисправностей, близких к оптимальным, необходимо учитывать вероятности неработоспособных состояний. В этом случае для вычисления условных количеств информации можно воспользоваться соотношением

$$\mu_l(T_{i/\Omega}) = 4\,\frac{\left(\sum\limits_{j\in I_0(T_i\cap S_k)} p(S_j)\right)\left(\sum\limits_{j\in I_1(T_i\cap S_k)} p(S_j)\right)}{\sum\limits_{j\in I(S_k)} p(S_j)}, \tag{3}$$

где $P(S_j)$ — условная вероятность нахождения технического устройства в j-м неработоспособном состоянии, $j=1, 2, \ldots, N$; $I_0(T_i \cap S_k)$ — подмножество индексов j, принадлежащих тем состояниям S_j из S_k, которым в строке таблицы неисправностей для теста T_i соответствуют нули; $I_1(T_i \cap S_k)$ — подмножество индексов j, принадлежащих тем состояниям S_j из S_k, которым в строке таблицы неисправностей для теста T_i соответствуют единицы; $I(S_k)$ — подмножество всех индексов j, соответствующих состояниям, принадлежащим S_k; $I(S_k) = I^0(T_i \cap S_k) + I_1(T_1 \cap S_k)$, $\forall i$, $i = 1, 2, \ldots, L$.

Перейдем к рассмотрению случая комбинационного поиска неисправностей со степенью подробности до сменного конструктивного блока**.

---

* Для количества информации принято нестандартное обозначение, чтобы подчеркнуть отличие от общепринятой шенноновской меры.

** При этом исходим из предположения о невозможности одновременного отказа более чем одного блока. Если предположение не выполняется, задача сводится к поиску со степенью подробности до элементарного состояния.

Формула для вычисления условных количеств информации может быть представлена в виде

$$\mu_l(T_{i/\Omega}) = \frac{4}{N} \sum_k \left[\frac{n_0(T_i \cap S_k)\, n_1(T_i \cap S_k)}{N_{S_k}} - \sum_{\xi=1}^{M} \frac{n_0(T_i \cap S_k \cap Б_\xi)\, n_1(T_i \cap S_k \cap Б_\xi)}{N_{Б_\xi S_k}} \right], \tag{4}$$

где $n_0(T_i \cap S_k \cap Б_\xi)$ — число нулей в строке таблицы неисправностей, соответствующей тесту T_i, принадлежащих состояниям, входящим в пересечение подмножеств S_k и $Б_\xi$; $n_1(T_i \cap S_k \cap Б_\xi)$ — число единиц в строке таблицы неисправностей, соответствующей тесту T_i, принадлежащих состояниям, входящим в пересечение подмножеств S_k и $Б_\xi$; $N_{Б_\xi S_k}$ — общее число элементарных неработоспособных состояний, входящих в пересечение подмножеств S_k и $Б_\xi$.

При решении задач построения близких к оптимальным условных программ последовательного поиска неисправностей со степенью подробности до сменного конструктивного блока можно воспользоваться следующей формулой для вычисления условных* количеств информации:

$$\mu_l(T_{i/\Omega}) = 4 \left[\frac{\left(\sum\limits_{j \in I_0(T_i \cap S_k)} p(S_j)\right) \left(\sum\limits_{j \in I_1(T_i \cap S_k)} p(S_j)\right)}{\sum\limits_{j \in I(S_k)} p(S_j)} - \sum_{\xi=1}^{M} \frac{\left(\sum\limits_{j \in I_0(T_i \cap S_k \cap Б_\xi)} p(S_j)\right) \left(\sum\limits_{j \in I_1(T_i \cap S_k \cap Б_\xi)} p(S_j)\right)}{\sum\limits_{j \in I(S_k \cap Б_\xi)} p(S_j)} \right], \quad \xi = 1, 2, \ldots, M, \tag{5}$$

где $I_0(T_i \cap S_k \cap Б_\xi)$ — подмножество индексов j, принадлежащих тем состояниям S_j из S_k и $Б_\xi$, которым в строке таблицы неисправностей для теста T_i соответствуют нули; $I_1(T_i \cap S_k \cap Б_\xi)$ — подмножество индексов j, принадлежащих тем состояниям S_j из S_k и $Б_\xi$, которым в строке таблицы неисправностей для теста T_i соответствуют единицы; $I(S_k \cap Б_\xi)$ — подмножество индексов j, принадлежащих состояниям S_j, входящим в пересечение подмножеств S_k и $Б_\xi$, $I(S_k \cap Б_\xi) = I_0(T_i \cap S_k \cap Б_\xi) + I_1(T_i \cap S_k \cap Б_\xi)$, $\forall i, i = 1, 2, \ldots, L$.

Заметим, что в случае равновероятных состояний вместо (5) можно пользоваться более простой формулой:

$$\mu_l(T_{i/\Omega}) = \frac{4}{N} \left[\frac{n_0(T_i \cap S_k)\, n_1(T_i \cap S_k)}{N_{S_k}} - \sum_{\xi=1}^{M} \frac{n_0(T_i \cap S_k Б_\xi)\, n_1(T_i \cap S_k \cap Б_\xi)}{N_{Б_\xi S_k}} \right]. \tag{6}$$

Пример. Задана таблица неисправностей (табл. 1). В этой таблице указана принадлежность неработоспособных состояний четырем

* Формула для безусловных количеств информации не приводится, так как она со всей очевидностью вытекает из формулы для условных количеств информации.

Таблица 1

Бξ / S_j, T_i	Б₁			Б₂	Б₃		Б₄		$\mu_1(T_i)$
	S_1	S_2	S_3	S_4	S_5	S_6	S_7	S_8	
T_1	1	0	1	1	1	1	1	1	0,104
T_2	1	0	1	1	1	1	0	1	0,167
T_3	1	0	0	0	1	1	1	1	0,605
T_4	1	0	0	0	0	0	1	1	0,605
T_5	1	0	0	0	0	1	1	1	0,417
T_6	1	1	0	0	1	0	0	0	0,354
T_7	0	1	1	0	0	0	1	1	0,667
T_8	1	1	1	1	0	0	0	0	1,000
T_9	0	0	0	1	0	1	0	0	0,500

Таблица 2

Бξ / S_j, T_i	Б₁			Б₂	Б₃		Б₄		$\mu_2(T_i/T_8)$
	S_1	S_2	S_3	S_4	S_5	S_6	S_7	S_8	
T_8	1	1	1	1	0	0	0	0	0
T_1	1	0	1	1	1	1	1	1	0,407
T_2	1	0	1	1	1	1	0	1	0,167
T_3	1	0	0	0	1	1	1	1	0,0407
T_4	1	0	0	0	0	0	1	1	0,542
T_5	1	0	0	0	0	1	1	1	0,167
T_6	1	1	0	0	1	0	0	0	0,292
T_7	0	1	1	0	0	0	1	1	0,667
T_9	0	0	0	1	0	1	0	0	0,500

Таблица 3

Бξ / S_j, T_i	Б₁	Б₂	Б₁		Б₃		Б₄		$\mu_3(T_i/T_7,T_8)$
	S_1	S_4	S_2	S_3	S_5	S_6	S_7	S_8	
T_7	0	0	1	1	0	0	1	1	0
T_1	1	1	0	1	1	1	1	1	0
T_2	1	1	0	1	1	1	0	1	0
T_3	1	0	0	0	1	1	1	1	0,25
T_4	1	0	0	0	0	0	1	1	0,25
T_5	1	0	0	0	0	1	1	1	0,25
T_6	1	0	1	0	1	0	0	0	0,25
T_9	0	1	0	0	0	1	0	0	0,25

Таблица 4

Бξ / S_j, T_i	Б₁	Б₂	Б₁		Б₃		Б₄		$\mu_4(T_i/T_3,T_7,T_8)$
	S_1	S_4	S_2	S_3	S_5	S_6	S_7	S_8	
T_3	1	0	0	0	1	1	1	1	0
T_1	1	1	0	1	1	1	1	1	0
T_2	1	1	0	1	1	1	0	1	0
T_4	1	0	0	0	0	0	1	1	0
T_5	1	0	0	0	0	1	1	1	0
T_6	1	0	1	0	1	0	0	0	0
T_9	0	1	0	0	0	1	0	0	0

конструктивным блокам. Требуется найти хотя бы одну близкую к минимальной совокупность тестов, образующую полный набор для различения неработоспособных сменных конструктивных блоков. По формуле (4) вычисляем значения безусловных количеств информации для каждого одномерного теста. Результаты вычислений приведены в табл. 1. На первом шаге выбираем тест T_8. Все неработоспособные состояния разбиваются этим тестом на два подмножества: $S_1\ (T_8)=\{S_1, S_2, S_3\}$ и $S_0\ (T_8)=\{S_4, S_5, S_6, S_7, S_8\}$. Перестраиваем табл. 1, группируя эти состояния. В результате получим табл. 2. Вычисляем значения условных количеств информации и результаты записываем в табл. 2. Выбираем тест T_7. Последовательно перестраиваем таблицы и вычисляем условные количества информации (табл. 3 и 4). Таким образом, получаем минимальный набор $T_1^* = \{T_3, T_4, T_8\}$. Аналогично могут быть получены наборы: $T_2^* = \{T_4, T_7, T_8\}$, $T_3^* = \{T_5, T_7, T_8\}$, $T_4^* = \{T_6, T_7, T_8\}$, $T_5^* = \{T_7, T_8, T_9\}$.

ЛИТЕРАТУРА

1. И. М. Синдеев. К вопросу синтеза логических схем для поиска неисправностей и контроля состояния сложных систем.— Техническая кибернетика, 1963, № 2.
2. R. A. Johnson. An information theory approach to diagnosis.— Proc. Sixth. Nat. Symp. on Rel. and Qual. Control in Electronics. Washington, 1960.
3. Г. Ф. Верзаков, В. Я. Пивкин, Л. С. Тимонен. Некоторые задачи оптимизации диагностических тестов и программ поиска неисправностей.— Конференция по автоматическому контролю и методам электрических измерений. Тезисы докладов и сообщений. Новосибирск, 1966.
4. И. А. Чегис, С. В. Яблонский. Логические способы контроля работы электрических схем.— Труды математического института им. В. А. Стеклова, т. 51. М., Изд-во АН СССР, 1958.
5. Л. С. Тимонен. О построении оптимальных программ диагностики состояния сложных технических систем.— Техническая кибернетика, 1966, № 4.
6. К. Шеннон. Работы по теории информации и кибернетике. М., Изд-во иностр. лит., 1963.

Поступила в редакцию
22 июня 1967 г.