3. D. S. Watts. A General Theory of Amplitude Quantisation with Applications to Correlation Determination.— Proc. IEE, 1962, pt. C, v. 109, № 15.
4. D. C. Lampard. A New Method of Determining Correlation Functions of Stationary Time Series.— Proc. IEE, 1955, pt. C, v. 102.

Поступило в редакцию
23 февраля 1967 г.,
окончательный вариант —
21 июня 1967 г.

УДК 621.317.772.5

Е. А. ОБИДЕНКО
(Москва)

ОБ ОДНОМ СПОСОБЕ ОЦЕНКИ ФУНКЦИИ АВТОКОРРЕЛЯЦИИ В ИМПУЛЬСНЫХ ПОТОКАХ

Существует множество случайных процессов, характеризующихся лишь моментами появления какого-либо события. Примером могут служить рассматриваемые теорией массового обслуживания потоки однородных событий, потоки ошибок при передаче сообщений, импульсные помехи в системах связи, импульсная активность нервных клеток и многое другое. Статистическая обработка таких потоков предусматривает, в частности, и корреляционный анализ, позволяющий выявлять скрытые периодичности. Непосредственные вычисления функций автокорреляции случайных импульсных потоков по записям их реализаций достаточно трудоемки. В связи с этим несомненный интерес представляет аппаратурная оценка функций автокорреляции. Известно большое количество разного рода коррелографов, но, к сожалению, лишь немногие исследователи имеют возможность пользоваться приборами, пригодными для анализа импульсных потоков. Между тем существует относительно простая возможность оценки функции автокорреляции импульсных потоков с помощью достаточно широко распространенных анализаторов временных интервалов и амплитудных анализаторов (с преобразованием время — амплитуда). Рассмотрим эту возможность.

В общем случае поток случайных по моментам появления событий можно представить в виде

$$f(t) = \delta(t - t_k), \tag{1}$$

где t — текущее время; t_k — момент появления k-го события; $k=0, 1, 2, 3,\ldots,$ причем

$$\delta(t - t_k) = \begin{cases} 0 \text{ при } t \neq t_k; \\ 1 \text{ при } t = t_k. \end{cases}$$

Функция автокорреляции потока (для эргодических потоков) выражается уравнением

$$K(\tau) = \frac{1}{\underset{T \to \infty}{T}} \int_0^T \delta(t - t_k)\, \delta(t - t_k - \tau)\, dt, \tag{2}$$

причем

$$\delta(t - t_k)\, \delta(t - t_k - \tau) = \begin{cases} 0 \text{ при } \tau \neq t_{k+i} - t_k; \\ 1 \text{ при } \tau = t_{k+i} - t_k, \end{cases}$$

где $i=0, 1, 2, 3,\ldots$ Фиксируя i, получаем

$$K(\tau) = \sum_{i=0}^{\infty} \frac{1}{\underset{T \to \infty}{T}} \int_0^T \delta(t - t_k)\, \delta(t - t_{k+i})\, dt. \tag{3}$$

Легко видеть, что выражение под знаком суммы представляет собой плотность распределения длительности промежутка времени между k-м и $(k+i)$-м импульсами, т. е. плотность распределения длительностей межимпульсных промежутков потока, образованного «просеиванием» исходного потока.

Таким образом,

$$\frac{1}{T}\int_{0}^{T}\delta(t-t_k)\,\delta(t-t_{k+i})\,dt = f_i(\tau); \quad T\to\infty \tag{4}$$

$$K(\tau)=\sum_{i=0}^{\infty} f_i(\tau), \tag{5}$$

где i — количество импульсов, пропускаемых при «просеивании» исходного потока. Полученное выражение подсказывает простой способ определения функции автокорреляции потока случайных по моментам появления импульсов; для этого следует: 1) определить плотности распределения межимпульсных промежутков основного потока, потока «через один импульс», потока «через два импульса» и т. д.; 2) все полученные плотности распределения сложить.

Само собой разумеется, что приборное определение $f_i(\tau)$ для всех $0<i\leqslant\infty$ невозможно. На практике приходится ограничиваться конечной и довольно небольшой величиной i, в результате чего появляется ошибка в оценке функции автокорреляции. Величина этой ошибки в общем виде равна

$$\sum_{i=0}^{\infty} f_i(\tau)-\sum_{i=0}^{N} f_i(\tau)=\sum_{i=N+1}^{\infty} f_i(\tau), \tag{6}$$

где N — количество использованных плотностей распределения межимпульсных интервалов «просеянного» исследуемого потока.

В качестве примера покажем, как зависит величина ошибки оценки функции корреляции от количества использованных плотностей распределения межимпульсных промежутков N и от величины задержки τ для простейшего пуассоновского потока. Для пуассоновского потока выражение (5) представляет собой сумму плотностей распределения межимпульсных промежутков потоков Эрланга i-го порядка, для которых

$$f_i(\tau)=\frac{\lambda(\lambda\tau)^i}{i!}e^{-\lambda\tau}, \tag{7}$$

где λ — плотность исходного потока (среднее число импульсов в единицу времени). Функция корреляции такого потока

$$K(\tau)=\sum_{i=0}^{\infty}\frac{\lambda(\lambda\tau)^i}{i!}e^{-\lambda\tau}=\lambda,$$

как и следовало ожидать, не зависит от величины задержки.

Относительная ошибка оценки функции автокорреляции из-за конечного числа слагаемых может быть найдена по формуле

$$\Delta = 1-e^{-\lambda\tau}\sum_{i=0}^{N}\frac{(\lambda\tau)^i}{i!}. \tag{8}$$

О величине этой ошибки в зависимости от величины N и τ можно судить по приведенным на рис. 1 графикам, построенным в соответствии с (8). Таким образом, необходимое количество слагаемых для оценки функции автокорреляции исследуемого потока зависит от требуемой точности оценки и от максимально необходимого времени корреляции.

Теперь о приборной оценке функции автокорреляции импульсного потока. С помощью анализатора временных распределений (например, амплитудного анализатора АИ-100-1 с приставкой-преобразователем «время — амплитуда») строится гистограмма распределения межимпульсных интервалов для исследуемого потока, затем с применением пересчетного устройства — гистограмма для потока через 1 импульс, через 2 импульса и так далее до N. Полученные гистограммы нор-

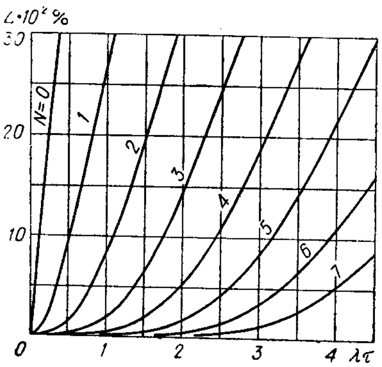

Рис. 1. Зависимость точности оценки функции автокорреляции пуассоновского потока случайных по моментам появления импульсов от времени корреляции τ и от количества использованных потоков Эрланга.

мируются и складываются. Результат представляет собой искомую оценку функции автокорреляции потока.

Недостаток только что описанного способа — необходимость нормировки гистограмм — вынуждает экспериментатора либо рассчитывать нормирующие коэффициенты для полученных гистограмм, либо принимать необходимые меры, обеспечивающие одинаковые количества отсчетов для каждой из гистограмм. Кроме того, необходимо иметь пересчетные устройства, пропускающие каждый второй, третий, четвертый и т. д. импульсы.

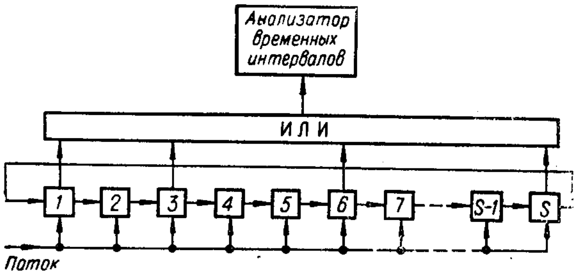

Рис. 2. Блок-схема устройства для оценки функции автокорреляции потока случайных импульсов с использованием кольцевого пересчетного устройства.

Использование кольцевой пересчетной схемы (рис. 2) автоматически обеспечивает необходимое «просеивание» исследуемого потока, нормировку (равенство количеств отсчетов) гистограмм и их суммирование (схема ИЛИ).

Количество элементов пересчетной схемы определяется формулой

$$s = \sum_{i=0}^{N} (i + 1). \qquad (9)$$

Выводы

Функция автокорреляции потока случайных по моментам появления импульсов представляет собой сумму плотностей распределения длительности межимпульсных промежутков всех потоков, образованных «просеиванием» исследуемого потока.

Точность оценки функции автокорреляции потока случайных импульсов зависит от количества использованных для ее определения «просеянных» потоков N и от времени корреляции τ.

Для приборной оценки функции автокорреляции потока случайных импульсов могут быть использованы анализаторы статистических распределений временных интервалов (например, на базе амплитудных анализаторов типа АИ-100-1, АИ-128 и др. с применением специальной пересчетной схемы).

*Поступило в редакцию
12 февраля 1968 г.*