

**АНАЛОГОВЫЕ ЭЛЕКТРОИЗМЕРИТЕЛЬНЫЕ, КОНТРОЛЬНЫЕ  
И ДИАГНОСТИЧЕСКИЕ ПРИБОРЫ И УСТРОЙСТВА**

УДК 62-50 ÷ 57

**Я. М. ДИКОВСКИЙ, В. А. ФЕДОРОВ**  
(Новосибирск)

**О ПРОСТРАНСТВЕННО-ЧАСТОТНОЙ ХАРАКТЕРИСТИКЕ  
РЕТИНОПОДОБНЫХ ФИЛЬТРОВ ПРОСТРАНСТВЕННЫХ ЧАСТОТ**

Существующие измерительные приборы предназначены в подавляющем большинстве для измерения установившегося значения одной физической величины [1]. Существенно меньше приборов, способных измерять несколько физических величин одновременно. Методы построения и теория подобных приборов только начинают разрабатываться. При этом считается, что биологические анализаторные системы (к примеру, зрительный анализатор) могут явиться прототипами функциональных узлов таких измерительных приборов, а возможно, и систем [2]. Изучению особенностей биологических анализаторных систем (БАС) посвящен ряд исследований, но, как правило, эти исследования носят качественный характер и основываются на различных гипотезах о структуре и функционировании БАС.

Одним из наиболее достоверных фактов, установленных биологами, является воронкообразная структура рецепторных отделов БАС. Достаточно достоверно и то, что при некоторых условиях в воронках проявляются тормозные эффекты, причем сами воронки могут перекрываться [3—6, 7]. Модель ретины (ретиноподобного фильтра), учитывающая эти экспериментальные факты, изображена на рис. 1.

Такого рода структуры могут использоваться в качестве преобразователей пространственно-распределенных сигналов. В некоторых работах [8] модель ретины относят к классу фильтров пространственных частот. В то же время нам не известны работы, в которых был бы проведен качественный и количественный анализ пространственно-частотных характеристик (ПЧХ) подобных фильтров.

Так как ПЧХ является исчерпывающей характеристикой системы, представляет интерес исследовать вопрос о зависимости ПЧХ от основных параметров ретиноподобных фильтров, а именно: от их линейных размеров, вида весовой функции и степени перекрытия воронок. В настоящей статье эта задача решается методами пространственной фильтрации [9, 10].

На рис. 1, *a* изображен интересующий нас ретиноподобный фильтр. Будем считать, что плоскость *a* — *a* плотно заполнена чувствительными элементами (датчиками, либо в терминах БАС — рецепторами), а на плоскости *b* — *b* размещены узлы, к которым подходят связи от рецепторов, образуя воронку. По определению, коэффициент передачи каждой связи зависит от ее пространственного положения, в данном слу-

чае — от угла  $\Theta$  воронки. При равных расстояниях  $T$  между узлами и при заданной толщине слоя  $L$  угол  $\Theta_{\max}$  однозначно определяет взаимное расположение воронок.

Так, если максимальный раствор воронки  $D$  (на плоскости  $a-a$ ) меньше  $T$ , то между краями воронок имеется просвет. Если  $D=T$ , то

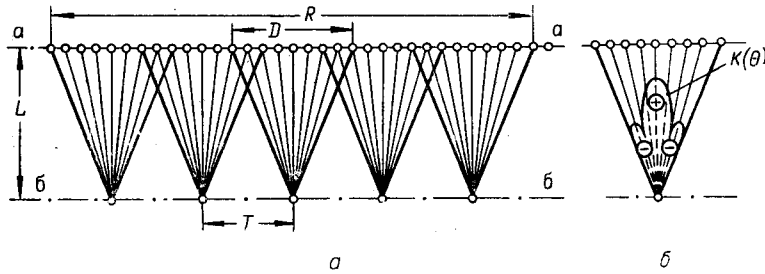


Рис. 1.

края воронок соприкасаются в одной точке, а при  $D > T$  воронки перекрываются. Для оценки взаимного расположения воронок введем коэффициент перекрытия  $\alpha$ , равный по определению:

$$\alpha = 1 - \frac{T}{D} = 1 - \frac{T}{2L \operatorname{tg} \Theta_{\max}} \quad (1)$$

Исследуем ретиноподобную систему длиной  $R$ , состоящую из  $m$  воронок и, следовательно, имеющую  $m$  узлов на плоскости  $b-b$ . Рассматривая такую систему как фильтр пространственных частот, определим ее ПЧХ, для чего заменим описанную ранее ретиноподобную структуру тремя гипотетическими, последовательно соединенными фильтрами пространственных частот (рис. 2, а). Первый из этих фильтров  $\Phi_1$  представляет собой диафрагму с отверстием  $R$ . Такой фильтр моделирует конечность размеров поля чувствительных элементов, т. е. «вырезает» из поля входного сигнала пространственный интервал  $R$ . Третий фильтр  $\Phi_3$  является диафрагмой с  $m$  отверстиями, центры которых совпадают с центрами воронок, а диаметры  $\tau$  — с диаметрами узлов, причем

$$T = \frac{R}{m}$$

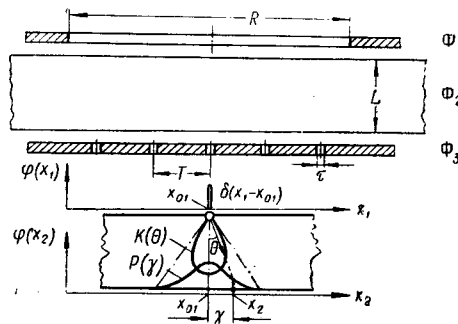


Рис. 2.

Второй фильтр  $\Phi_2$  представляет собой континуальную среду, обладающую следующими параметрами и характеристиками. По определению, континуальная среда (КС) непрерывна и при толщине  $L$  не ограничена в длину. Каждая точка верхней поверхности  $a-a$  является источником

с диаграммой направленности  $K(\Theta)$ , а каждая точка нижней поверхности  $b-b$  — ненаправленный приемник. Под воздействием любого из возбужденных излучателей распределение сигналов на входах приемников должно соответствовать распределению весов связей в воронке исходной ретиноподобной структуры. Иными словами, полярная диаграмма  $K(\Theta)$  и ее отображение  $P(\gamma)$  на плоскости приемников являются

выражением одной и той же функции распределения весов в воронке, но только в различных системах координат. Если же приемники поверхности  $b-b$  обладают той же самой диаграммой направленности  $K(\Theta)$ , а источники поверхности  $a-a$  не направлены, то частотная характеристика КС как фильтра пространственных частот не изменяется.

Введенная таким образом в рассмотрение континуальная среда моделирует процесс пространственного перераспределения энергии в исходной модели. Погрешность от замены дискретной системы связей ретиноподобного фильтра континуальной средой может быть сделана сколь угодно малой при соответствующем увеличении числа дискретных связей.

Пространственно-частотная характеристика  $\dot{G}_{н. экв}(f)$  системы, изображенной на рис. 2,  $a$ , может быть вычислена по формуле

$$\dot{G}_{н. экв}(f) = \frac{1}{2\pi} \int_{-\infty}^{\infty} \dot{G}_{н1}(\nu) \dot{G}_{н2}(\nu) \dot{G}_{н3}(f-\nu) d\nu, \quad (2)$$

где  $f$  — пространственная частота в период/м;  $\dot{G}_{н1}$ ,  $\dot{G}_{н2}$ ,  $\dot{G}_{н3}$  нормированные спектральные плотности весовых функций первого, второго и третьего фильтров соответственно. Рассмотрим компоненты отношения (2).

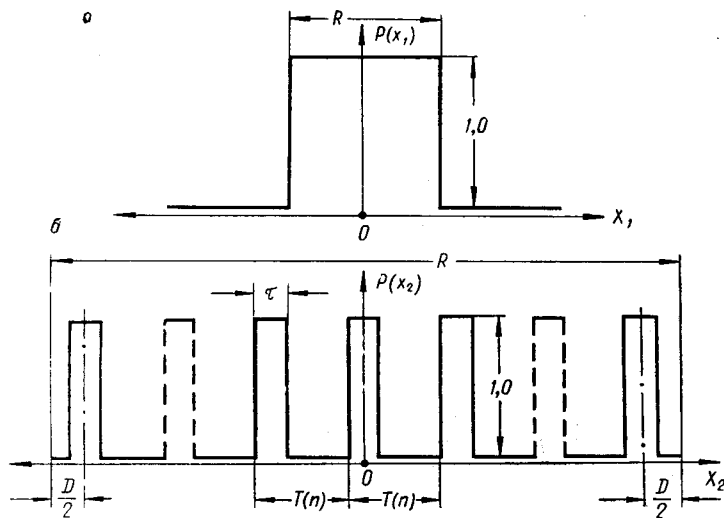


Рис. 3.

Вычисление ПЧ первого фильтра  $\dot{G}_1(f)$ . Весовая функция первого фильтра (рис. 3,  $a$ ) соответствует выражению

$$P(x) = \begin{cases} 1 & \text{при } -\frac{R}{2} \leq x \leq \frac{R}{2}; \\ 0 & \text{при } x > \frac{R}{2} \text{ и } x < -\frac{R}{2}. \end{cases} \quad (3)$$

Так как преобразование Фурье нормированной весовой функции является комплексной пространственно-частотной характеристикой  $G(f)$  фильтра пространственных частот [9, 11], то

$$\dot{G}(f) = \int_{-\infty}^{\infty} P(x) \exp(-j2\pi f x) dx. \quad (4)$$

Учитывая соотношения (3) и (4), имеем

$$\dot{G}_1(f) = R \frac{\sin \pi R f}{\pi R f},$$

откуда и получаем амплитудную ПЧХ первого фильтра

$$G_{н1}(f) = \left| \frac{\dot{G}_1(f)}{\dot{G}_1(0)} \right| = \frac{|\sin \pi R f|}{\pi R f}. \quad (5)$$

**Вычисление ПЧХ третьего фильтра  $\dot{G}_3(f)$ .** Весовая функция третьего фильтра имеет вид группы из  $m=2n+1$  ( $n=1, 2, \dots$ ) прямоугольных импульсов с периодом следования  $T(n) = \frac{R}{2n+1}$  и амплитудой, равной единице (см. рис. 3, б); ее преобразование Фурье после нормирования имеет вид [12, стр. 118]

$$G_{н3}(f) = \left| \frac{\dot{G}_3(f)}{\dot{G}_3(0)} \right| = \left| \frac{\sin \pi \tau f}{\pi \tau f} \right| \frac{\left| 1 + 2 \sum_{k=1}^n \cos 2\pi \frac{R}{2n+1} k f \right|}{2n+1}. \quad (6)$$

**Вычисление ПЧХ второго фильтра  $\dot{G}_2(f)$ .** Весовая функция континуальной среды  $P(\gamma)$  представляет собой отклик КС на пространственную дельта-функцию и определяется следующим образом (см. рис. 2, б):

$$\varphi(x_2) = \int_{-\infty}^{\infty} K\left(\arctg \frac{x_2 - x_1}{L}\right) \varphi(x_1) dx_1,$$

где

$$\Theta = \arctg \frac{x_2 - x_1}{L}.$$

При  $\varphi(x_1) = \delta(x_1 - x_{01})$  получаем

$$\varphi_0(x_2 - x_1) = \varphi_0(\gamma) = P_2(\gamma) = K\left(\arctg \frac{\gamma}{L}\right). \quad (7)$$

Подвергнув функцию  $P_2(\gamma)$  прямому преобразованию Фурье, находим ПЧХ второго фильтра

$$G_{н2}(f) = \left| \frac{\dot{G}_2(f)}{\dot{G}_{\max 2}(f)} \right|. \quad (8)$$

Используя описанную методику, покажем на конкретном примере роль основных параметров ретиноподобного фильтра пространственных частот: его относительных линейных размеров, весовой функции, коэффициента перекрытия и отношения  $\frac{R}{L}$ . Подчеркнем, что все линейные размеры ретиноподобного фильтра выражаются в долях от толщины  $L$  континуальной среды, которая определяется по формуле

$$L = \frac{\gamma_{\max}}{\operatorname{tg} \theta_{\max}} \quad \left( \gamma_{\max} = \frac{D}{2} \right).$$

Зададимся следующими данными:  $R=10L$ ;  $\tau=0,5L$ ;  $m=3$ ; 5; 7; 9;  $D_{\gamma} \approx 3,33L$ .

На рис. 4 изображены ПЧХ первого и третьего фильтров. Амплитудная ПЧХ первого фильтра, вычисленная для этого случая, изображена на рис. 4, а и повторена для удобства сопоставления на графиках

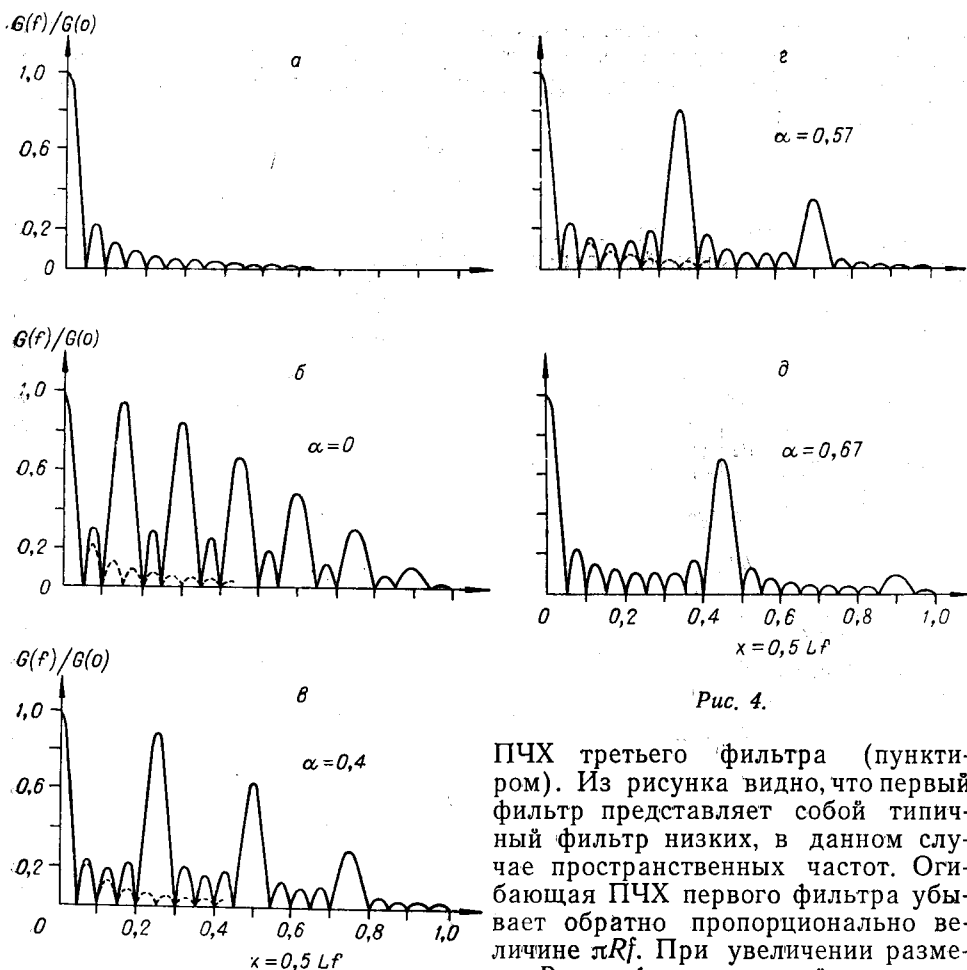


Рис. 4.

ПЧХ третьего фильтра (пунктиром). Из рисунка видно, что первый фильтр представляет собой типичный фильтр низких, в данном случае пространственных частот. Огибающая ПЧХ первого фильтра убывает обратно пропорционально величине  $\pi Rf$ . При увеличении размера  $R$  и фиксированной толщине континуальной среды  $L$  ширина лепестков частотной характеристики  $G_{н1}(f)$  уменьшается и наоборот. Из сопоставления ПЧХ первого и третьего фильтров явно видно, что полоса прозрачности системы определяется первым фильтром.

Из рис. 4, б — д видно также, что увеличение коэффициента перекрытия  $\alpha$  (что соответствует увеличению  $m$  либо уменьшению  $T(n) = \frac{R}{2n+1}$ ) сопровождается увеличением расстояния между основными лепестками функции  $G_{н3}(f)$  при неизменной огибающей, равной

$$\frac{\sin \pi \tau f}{\pi \tau f}.$$

Нормированная относительно  $G_{\max 2}(f)$  амплитудная ПЧХ второго фильтра вычислена для трех видов весовых функций континуальной среды (рис. 5), причем случаи а и д соответствуют предположению о наличии в воронках тормозных эффектов (участков с отрицательными значениями коэффициентов передачи связей). Наличие в воронках тормозных эффектов создает, как это видно из рис. 5, б, е, подъем в области относительно высоких частот [12]. При соответствующем выборе соотношения площадей положительных и отрицательных участков ве-

совой функции континуальная среда, а следовательно, и вся система в целом, не пропустит пространственную постоянную составляющую. В рассматриваемом примере отмеченное явление имеет место при следующих данных:

$$A_{\Theta} = 0,2 (A_{\gamma} = 0,2 L); \quad B_{\Theta} = 0,72 (B_{\gamma} = 0,752 L); \quad E_{(-)} = 0,18;$$

$$C_{\Theta} = 1,944 (C_{\gamma} = 2,92 L); \quad D_{\Theta} = 2,064 (D_{\gamma} = 3,33 L); \quad E_{(+)} = 1,0.$$

Процесс вычисления амплитудной ПЧХ континуальной среды с весовой функцией «колебательного» типа (см. рис. 5, а, в) имеет некоторые особенности. В этом случае весовую функцию можно рассматривать как сумму функций с областями значений, полностью положительных и полностью отрицательных. При векторном сложении спектральных функций  $G_{(-)2}(f)$  и  $G_{(+ )2}(f)$  максимум модуля этой суммы соответствует пространственной частоте  $f \neq 0$ .

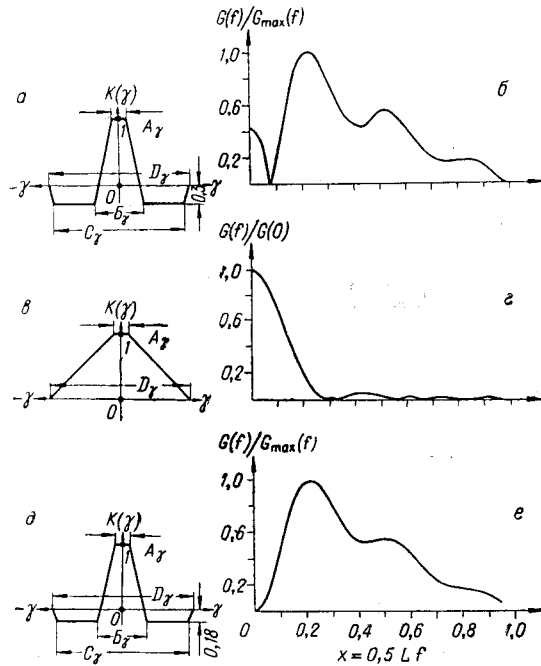


Рис. 5.

ции  $\hat{G}_{\text{тр}}(f)$  удобно вычислять по формуле

$$\hat{G}_{\text{тр}}(\lambda) = 0,5 (\xi_2 + \xi_1) E \frac{\sin \pi \lambda}{\pi \lambda} \frac{\sin \pi \frac{\xi_2 - \xi_1}{\xi_2 + \xi_1} \lambda}{\pi \frac{\xi_2 - \xi_1}{\xi_2 + \xi_1} \lambda}, \quad (9)$$

где  $\lambda = (\xi_2 + \xi_1) 0,5 \cdot f$ ;  $E$  — высота трапеции;  $\xi_2$  и  $\xi_1$  — протяженность нижнего и верхнего оснований трапеции. Входящие в выражение (9) функции типа  $\frac{\sin \pi x}{\pi x}$  табулированы.

Возвращаясь к обсуждению полученных результатов, отметим следующее. Из соотношений (5), (6), (9) и соответствующих им графиков (см. рис. 4) следует, что увеличение отношения  $\frac{R}{L}$  до значений более, чем 10—15, приводит к вырождению системы в узкополосный фильтр низких частот и одновременно с этим существенно уменьшается фильтрующая роль воронок ретиноподобной структуры. При небольших же значениях отношения  $\frac{R}{L}$  расширяется возможность получения гибкого в функциональном отношении фильтра пространственных частот за

счет варьирования линейными размерами  $R$  и  $L$ , а также параметрами воронок. Приведенные рассуждения справедливы при равномерной внешней диаграмме направленности чувствительных элементов. В системах с нелучевым характером распространения энергии (см. рис. 1, а) параметр  $L$  можно положить равным единице.

Пространственно-частотная характеристика ретиноподобного фильтра меньше зависит от коэффициента перекрытия воронок, чем от их структуры, т. е. от  $K(\Theta)$ . При уменьшении отношения  $\frac{\tau}{D}$  роль фильтра  $\Phi_3$  уменьшается: он становится «прозрачным» по отношению к предыдущим фильтрам  $\Phi_1$  и  $\Phi_2$ .

Возможность учитывать конечные размеры датчиков, узлов и других элементов воронок является особенностью предлагаемой методики, отличающей ее от известных методов анализа ретиноподобных фильтров [6, 14, 15].

Изложенная методика позволяет в случае необходимости вычислить и фазовую ПЧХ системы. Кроме того, эта методика и полученные с ее помощью сведения о закономерностях, присущих ретиноподобным фильтрам, могут быть обобщены и для двумерного случая с применением двумерного преобразования Фурье [16].

#### ЛИТЕРАТУРА

1. Г. И. Кавалеров, Б. В. Карпюк, С. М. Мандельштам, В. И. Рабинович, М. П. Цапенко. Измерительные информационные системы. Обобщающий доклад. Л., ОНТИ ВНИИЭП, 1965.
2. К. Б. Карандеев, Б. И. Пучкин. Бионика и измерение.— Измерительная техника, 1964, № 4.
3. В. Д. Глезер. Механизмы опознания зрительных образов. М., «Наука», 1966.
4. И. И. Цуккерман. О вводе информации в мозг и в вычислительную машину.— Информационная кибернетика. М., «Советское радио», 1967.
5. Л. Е. Пинчук, М. П. Цапенко. Биологические анализаторы и измерительные информационные системы.— Проблемы электрометрии. Новосибирск, «Наука», 1967.
6. А. А. Петров, Б. И. Петров, Ю. М. Петров. Статистическая обработка сигналов взаимомоторной сети.— Автоматика и вычислительная техника (Рига), 1967, № 3.
7. K. Hiwatashi, M. Yasuda, S. Nagata. A Model of the Receptive Fields in the Vertebrate Visual System.— Digest of the 7th International Conference on Medical and Biological Engineering. Stockholm, 1967.
8. Я. И. Куликовский. Модель механизма обнаружения простых деталей зрительной системой.— Автометрия, 1967, № 6.
9. Э. О. Нейл. Введение в статистическую оптику. М., «Мир», 1966.
10. G. F. Ahojan. The Technique of Spatial Filtering.— Proc. IRE, 1959, v. 47, № 9.
11. Я. И. Хургин, В. П. Яковлев. Методы теории целых функций. М., Физматгиз, 1962.
12. Я. С. Ицхоки. Импульсные устройства. М., «Советское радио», 1959.
13. В. А. Федоров. О влиянии вида весовой функции континуальной модели рецептивного поля на ее контрастно-частотную характеристику.— Автометрия, 1968, № 1.
14. J. J. Kulikowski, J. R. Parks. Contrast—transfer Characteristics in Tuple Models of Retinal Receptive Fields.— Proc. IEEE, 1967, v. 114, № 11.
15. И. А. Любинский, Н. В. Позин, В. П. Яхно. Анализ моделей однородного нейронного слоя с латеральными связями.— Автоматика и телемеханика, 1967, № 10.
16. Г. Я. Волошин. Некоторые свойства многомерных спектров.— В сб. «Вычислительные системы», вып. 19. Новосибирск, «Наука», 1965.

Поступила в редакцию  
1 апреля 1968 г.,  
окончательный вариант —  
11 апреля 1968 г.