

А. М. КОВАЛЕВ

(Новосибирск)

АНАЛИЗ АБСОЛЮТНОЙ УСТОЙЧИВОСТИ АВТОМАТИЧЕСКИХ ЦИФРОВЫХ ВОЛЬТМЕТРОВ СЛЕДЯЩЕГО УРАВНОВЕШИВАНИЯ

Принцип следящего уравнивания применяется не только при построении автоматических цифровых вольтметров (АЦВ) постоянного тока [1—3], но и при создании АЦВ переменного тока, измеряющих интегральные характеристики (действующее, среднее значения) периодических напряжений произвольной формы [4].

Блок-схема приборов в обобщенном виде представлена на рис. 1, где U_x , U_0 — соответственно измеряемое и образцовое напряжения; МП U_x и МП U_0 — масштабные преобразователи U_x и U_0 ; УС — устройство сравнения; РЭ — релейный элемент, управляющий шинами реверса реверсивного счетчика РС; ГСИ — генератор счетных импульсов; ОУ — отсчетное устройство.

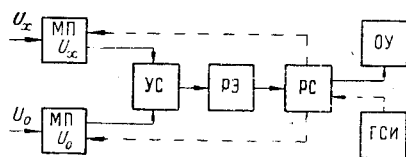


Рис. 1.

образует блок формирования компенсационных напряжений. Наличие масштабного преобразователя в цепи измеряемого напряжения U_x характерно для АЦВ переменного тока [4, 5].

Поскольку АЦВ следящего уравнивания являются замкнутыми нелинейно-импульсными системами, при большой чувствительности устройств сравнения и релейного элемента, а также при нерациональном выборе частоты следования счетных импульсов возможно появление нежелательных автоколебаний, искажающих результат измерения.

Вопросы обеспечения устойчивости АЦВ следящего уравнивания становятся особенно актуальными при построении вольтметров переменного тока. Наличие в таких приборах инерционных элементов — фильтров нижних частот — ставит задачу рационального выбора времени такта уравнивания из условия отсутствия автоколебаний в приборе.

В [6] рассматриваются причины возникновения и способы устранения автоколебаний, зависящих от статических характеристик приборов. Анализ периодических режимов для одного класса приборов следящего

В настоящей статье получены более широкие достаточные условия абсолютной устойчивости положения равновесия АЦВ с применением частотного критерия [8, 9].

Найдем вначале условие устойчивости в АЦВ, содержащих масштабный преобразователь в цепи образцового напряжения U_0 , а затем рассмотрим некоторые особенности, связанные с включением масштабного преобразователя в цепь измеряемого напряжения.

АЦВ СЛЕДЯЩЕГО УРАВНОВЕШИВАНИЯ С МАСШТАБНЫМ ПРЕОБРАЗОВАНИЕМ ОБРАЗЦОВОГО НАПЯЖЕНИЯ

Для того чтобы воспользоваться частотным критерием абсолютной устойчивости нелинейных импульсных систем [8, 9], структурную схему АЦВ целесообразно привести к схеме, показанной на рис. 2. В этой схеме релейный элемент РЭ имеет релейную характеристику с зоной нечувствительности δ (рис. 3) и выходной величиной $\pm h$, равной единице дискретности. Импульсный элемент ИЭ осуществляет умножение

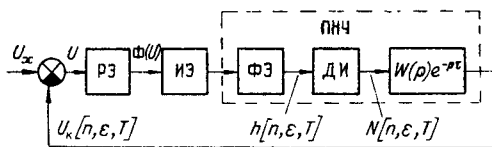


Рис. 2.

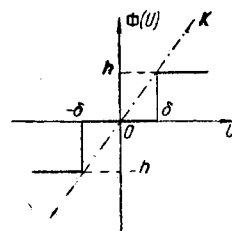


Рис. 3.

выходной величины релейного элемента $\Phi(U)$ на последовательность единичных импульсов $1[n, T]$ (рис. 4, а), где T — период следования счетных импульсов. Последовательность модулированных импульсов воздействует на приведенную непрерывную часть ПНЧ, которая в общем случае отражает наличие в приборе реверсивного счетчика, фильтра нижних частот и звена чисто-го запаздывания, учитывающего инерционность коммутирующих элементов (например, ключей в масштабном преобразователе).

Реверсивный счетчик, реагирующий на последовательность мгновенных импульсов, может быть представлен в виде последовательного соединения формирующего элемента ФЭ, создающего прямоугольные импульсы с относительной длительностью $\gamma = 1$ (см. рис. 4, б), и дискретного интегратора ДИ, выходная величина которого $N[n, \epsilon, T]$ представлена на рис. 4, в, где $\epsilon = \frac{\Delta T}{T}$ — относительное время, изменяющееся от 0 до 1.

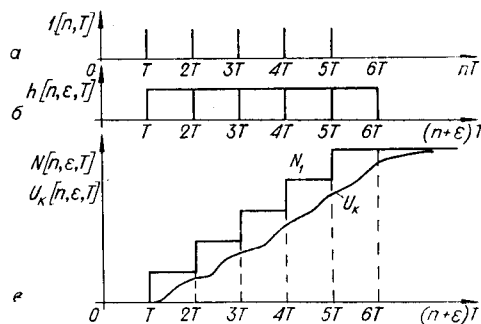


Рис. 4.

Пусть фильтр нижних частот и звено чистого запаздывания имеют передаточную функцию

$$W_1 = W(p) e^{-p\tau}, \quad (1)$$

где τ — величина запаздывания, а $W(p) = \frac{P(p)}{Q(p)}$ не имеет ни кратных, ни нулевых полюсов.

Для рассматриваемых условий найдем передаточную функцию ПНЧ, определяемую как отношение изображений в смысле дискретного преобразования Лапласа выходной величины ПНЧ к входной. При этом учтем, что формирующий элемент создает прямоугольные импульсы с относительной длительностью $\gamma = 1$.

Передаточную функцию дискретного интегратора можно записать в виде [10]

$$W_d^*(q, \varepsilon) \Big|_{\varepsilon=0} = \frac{K_d e^q}{e^q - 1}, \quad (2)$$

где $q = pT$ — параметр преобразования; K_d — статический коэффициент передачи.

Для $W(p)$ соответствует передаточная функция [10]

$$W^*(q, \varepsilon) = c_{00} + \sum_{\nu=1}^l c_{\nu 0} \frac{e^q - 1}{e^q - e^{q_\nu}} e^{q_\nu \varepsilon}, \quad (3)$$

где q_ν — полюсы функции

$$W_n(q) = \frac{P_n(q)}{Q_n(q)},$$

полученной из $W(p)$ подстановкой $p = \frac{q}{T}$; l — число полюсов;

$$c_{00} = \frac{P_n(0)}{Q_n(0)}; \quad c_{\nu 0} = \frac{P_n(q_\nu)}{Q_n(q_\nu) q_\nu}.$$

С учетом запаздывания общая передаточная функция равна [10]

$$K_{\text{общ}}^*(q, \varepsilon) = \begin{cases} e^{-q} W_d^*(q, 0) W^*(q, 1 + \varepsilon - \bar{\tau}); & 0 \leq \varepsilon \leq \bar{\tau}; \\ W_d^*(q, 0) W^*(q, \varepsilon - \bar{\tau}); & \bar{\tau} \leq \varepsilon \leq 1, \end{cases} \quad (4)$$

где $\bar{\tau} = \frac{\tau}{T} < 1$. Полагая $\varepsilon = 0$ и $q = j\bar{\omega}$, где $\bar{\omega} = \omega T$, получим выражение для частотной характеристики ПНЧ в виде

$$K_{\text{общ}}^*(j\bar{\omega}, 0) = \frac{e_{00} K_d}{e^{j\bar{\omega}} - 1} + K_d \sum_{\nu=1}^l c_{\nu 0} \frac{e^{q_\nu(1-\bar{\tau})}}{e^{j\bar{\omega}} - e^{q_\nu}}. \quad (5)$$

Как видно из выражения (5), передаточная функция ПНЧ содержит один нулевой полюс, и, следовательно, система обладает астатизмом 1-го порядка. Для подобных систем и для класса характеристик релейного элемента, лежащих в секторе KOU (см. рис. 3), показано [8, 9], что нелинейная импульсная система обладает абсолютной устойчивостью положения равновесия в том случае, если

$$\operatorname{Re} K_{\text{общ}}^*(j\bar{\omega}, 0) + \frac{1}{K_0} > 0, \quad (6)$$

где $K_0 = \frac{h}{\delta}$ характеризует наклон луча K .

Выделяя вещественную часть частотной характеристики (5) и выражая через $\bar{\Delta} = \frac{\delta}{h}$ относительную зону нечувствительности, получим

$$\frac{c_{00}}{2} = \sum_{v=1}^l \frac{c_{v0} e^{q_v(1-\bar{\tau})} (\cos \bar{\omega} - e^{q_v})}{1 - 2e^{q_v} \cos \bar{\omega} + e^{2q_v}} < \frac{\bar{\Delta}}{K_d}. \quad (7)$$

Нетрудно показать, что при $\bar{\omega}=0$ вещественная часть $K_{обш}^*(j\bar{\omega}, 0)$ принимает минимальное значение, поэтому, подставляя в (7) $\bar{\omega}=0$, получим условие абсолютной устойчивости для АЦВ следящего уравновешивания

$$\frac{c_{00}}{2} = \sum_{v=1}^l \frac{c_{v0} e^{q_v(1-\bar{\tau})}}{1 - e^{q_v}} < \frac{\bar{\Delta}}{K_d}. \quad (8)$$

Условие устойчивости (8) связывает функциональной зависимостью частоту следования счетных импульсов, ширину зоны нечувствительности релейного элемента, величину единицы дискретности с параметрами инерционной части прибора и может служить критерием для отыскания одной из перечисленных величин при прочих заданных.

Для примера рассмотрим АЦВ следящего уравновешивания, в котором устройство сравнения имеет двухкаскадный усилитель постоянного тока. Пусть при этом чистого запаздывания в схеме нет, т. е. $\tau=0$.

Передаточная функция усилителя может быть представлена в виде

$$W(p) = \frac{K_y}{(p T_1 + 1)(p T_2 + 1)}, \quad (9)$$

где K_y — коэффициент усиления; T_1 и T_2 — постоянные времени каскадов.

Вводя безразмерные величины:

$$q = p T, \quad \beta_1 = \frac{T}{T_1}, \quad \beta_2 = \frac{T}{T_2},$$

получим

$$W_n(q) = \frac{P_n(q)}{Q_n(q)} = \frac{K_y \beta_1 \beta_2}{(q + \beta_1)(q + \beta_2)}. \quad (10)$$

Полюсы $W_n(q)$ равны:

$$q_1 = -\beta_1; \quad q_2 = -\beta_2.$$

Так как из (3) коэффициенты определяются выражениями:

$$c_{00} = \frac{P_n(0)}{Q_n(0)} = K_y, \quad c_{10} = \frac{P_n(q_1)}{Q_n'(q_1) q_1} = -\frac{K_y \beta_2}{\beta_2 - \beta_1},$$

$$c_{20} = \frac{P_n(q_2)}{Q_n'(q_2) q_2} = \frac{K_y \beta_1}{\beta_2 - \beta_1},$$

то, согласно (8), получим

$$\frac{1}{2} + \frac{\beta_2}{(\beta_2 - \beta_1)(e^{\beta_1} - 1)} - \frac{\beta_1}{(\beta_2 - \beta_1)(e^{\beta_2} - 1)} < \frac{\bar{\Delta}}{K_d K_y}. \quad (11)$$

Введем обозначение

$$\alpha = \frac{\beta_2}{\beta_1} = \frac{T_1}{T_2} \geq 1.$$

Тогда условие устойчивости можно представить в виде

$$\frac{1}{2} + \frac{\alpha}{(\alpha-1)(e^{\beta_1}-1)} - \frac{1}{(\alpha-1)(e^{\alpha\beta_1}-1)} < \frac{\bar{\Delta}}{K_d K_y}. \quad (12)$$

Рассмотрим некоторые предельные случаи. При $\alpha=1$, т. е. при равенстве постоянного времени каскадов усилителя, раскрывая неопределенность в (12), получаем

$$\frac{1}{2} + \frac{e^{\beta_1} + \beta_1 e^{\beta_1} - 1}{(e^{\beta_1} - 1)^2} < \frac{\bar{\Delta}}{K_d K_y}. \quad (13)$$

При $\alpha = \infty$, т. е. для однокаскадного усилителя, из (12) находим

$$\frac{1}{2} + \frac{1}{e^{\beta_1} - 1} < \frac{\bar{\Delta}}{K_d K_y}. \quad (14)$$

И, наконец, при $\beta_1 = \infty$, $\beta_2 = \infty$, т. е. в случае безынерционного усилителя,

$$\bar{\Delta} > \frac{K_d K_y}{2}. \quad (15)$$

Из последнего выражения видно, что при коэффициенте передачи $K_d K_y = 1$ величина зоны нечувствительности $\delta = \bar{\Delta} h$ не должна превышать половины кванта, а при $\delta = h$ коэффициент передачи непрерывной части не должен превышать двух. Эти результаты хорошо совпадают с ограничениями на величину зоны нечувствительности релейного элемента и коэффициент передачи непрерывной части, полученными другими авторами [11, 12].

На рис. 5 изображены зависимости $\beta_1 = \frac{T}{T_1}$ от приведенной зоны нечувствительности $\delta/K_d K_y h$ при различных соотношениях между постоянными времени каскадов, определяющие границы устойчивости АЦВ и рассчитанные по выражениям (12) и (13). Области устойчивости расположены выше этих границ. Из рис. 5 видно, что, во-первых, применение однокаскадного усилителя расширяет область устойчивости и, следовательно, позволяет увеличить быстродействие АЦВ. Во-вторых, при наличии в АЦВ инерционных элементов увеличение быстродействия возможно только за счет увеличения погрешности измерений.

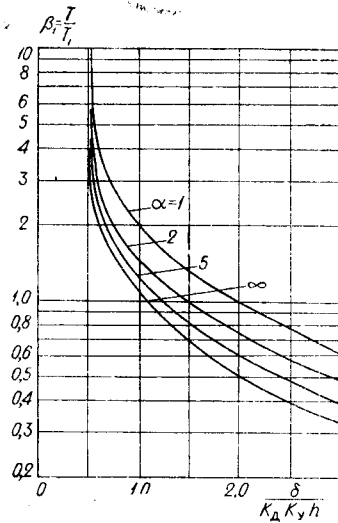


Рис. 5.

АЦВ СЛЕДЯЩЕГО УРАВНОВЕШИВАНИЯ С МАСШТАБНЫМ ПРЕОБРАЗОВАНИЕМ ИЗМЕРЯЕМОГО НАПРЯЖЕНИЯ

Функциональная схема таких приборов представлена на рис. 6. Отличительной особенностью приборов является то, что коэффициент передачи масштабного преобразователя обратно пропорционален числу

квантов $\bar{N} = \frac{N}{h}$, зафиксированному в реверсивном счетчике, т. е.

$$U'_x = \frac{U_x}{\bar{N}}. \quad (16)$$

Как было отмечено выше, при исследовании устойчивости важное значение имеет величина коэффициента передачи приведенной непрерывной части ПНЧ. Поэтому при постоянном значении U_x найдем коэффициент передачи по уравнивающему воздействию, каким является изменение состояния дискретного интегратора на квант.

Очевидно, что

$$U'_x + \Delta U'_x = \frac{U_x}{\bar{N} - 1}. \quad (17)$$

Вычитая из этого выражения (16), получим

$$\Delta U'_x = \frac{U_x}{(\bar{N} - 1)\bar{N}} \approx \frac{U_x}{N^2}. \quad (18)$$

Подставив в установившемся режиме значение $U_x = \bar{N}h$ в (18), найдем выражение для коэффициента передачи по уравнивающему воздействию

$$K_{\Pi} = \frac{\Delta U'_x}{h} \approx \frac{1}{\bar{N}}. \quad (19)$$

Таким образом, наличие масштабного преобразователя в цепи измеряемого напряжения приводит к тому, что статический коэффициент передачи приведенной непрерывной части ПНЧ изменяется в зависимости от числа квантов N . С учетом (8) условие устойчивости для рассматриваемого типа АЦВ можно записать в виде

$$\frac{c_{00}}{2} \sum_{\nu=1}^l \frac{c_{\nu 0} e^{a_{\nu}(1-\tau)}}{1 - e^{a_{\nu}}} < \frac{\bar{\Delta} \bar{N}}{K_d}. \quad (20)$$

Отсюда видно, что для обеспечения абсолютной устойчивости АЦВ следящего уравнивания с масштабным преобразованием измеряемого напряжения необходимо изменять зону нечувствительности релейного элемента обратно пропорционально числу \bar{N} , фиксируемому счетчиком. На рис. 6 эта обратная связь показана штриховой линией.

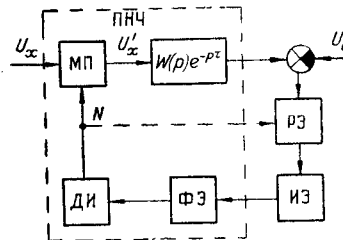


Рис. 6.

ЛИТЕРАТУРА

1. А. И. Кондалев. Аналого-цифровой преобразователь следящего типа.— Кибернетическая техника. Киев, «Наукова думка», 1965.
2. I. R. Cox, D. H. Glasser. A Quantizing Encoder.— IEEE Trans., 1964, v. EC-13, № 3.
3. А. А. Маслов, Ю. Г. Пурлов. Электромеханический цифровой вольтметр.— Приборостроение, 1962, № 5.
4. D. W. Sexton, N. E. Ball, J. T. Davis, R. M. S. meter using amplifier with controlled feedback (Electro. Instruments, Inc.) Пат. США, кл. 324-99, № 3159787, заявл. 21/III 1960 г., опубл. 1/XII 1964 г.

5. В. М. Белов, И. Ф. Клисторин, А. М. Ковалев. О структурной схеме автоматических цифровых вольтметров переменного тока.— Автометрия, 1967, № 3.
6. Ф. Б. Гриневич, К. Б. Карандеев, М. П. Чапенко. Об устойчивости следящих цифровых измерительных приборов, зависящей от их статических характеристик.— Автометрия, 1967, № 1.
7. В. Ю. Кончаловский. Исследование одного класса измерительных приборов следящего типа с аналоговым и цифровым выходами. Автореф. канд. дисс. М., 1964.
8. Я. З. Цыпкин. Об устойчивости в целом нелинейных импульсных систем.— Докл. АН СССР, 1962, т. 145, № 1.
9. E. I. Jury, B. W. Lee. On the Absolute Stability of Nonlinear Sampled — data Systems. — IEEE Trans. Automat. Control, 1964. v. 9, № 4.
10. Я. З. Цыпкин. Теория линейных импульсных систем. М., Физматгиз, 1963.
11. Е. А. Дроздов, А. П. Пятибратов. Автоматическое преобразование и кодирование информации. М., «Советское радио», 1964.
12. М. Клейн, Г. Морган, М. Аронсон. Цифровая техника для вычислений и управления. М., Изд-во иностр. лит., 1960.

*Поступила в редакцию
16 ноября 1967 г.*