АКАДЕМИЯ НАУК СССР
СИБИРСКОЕ ОТДЕЛЕНИЕ
АВТОМЕТРИЯ

№ 5 1968

ЦИФРОВЫЕ ПРИБОРЫ И УСТРОЙСТВА

УДК 681.2.082+621.317.725

Е. Г. АБАРИНОВ, А. М. МЕЛИК-ШАХНАЗАРОВ, И. Л. ШАЙН
(Баку)

К ВОПРОСУ ВЫБОРА СКОРОСТИ ВВОДА УРАВНОВЕШИВАЮЩЕГО ПАРАМЕТРА В ДИСКРЕТНЫХ СИСТЕМАХ

Как известно, быстродействие дискретных систем уравновешивания определяется частотой ввода ступеней компенсирующего напряжения и алгоритмом уравновешивания. Вопрос выбора оптимальной с точки зрения быстродействия частоты ввода ступеней компенсирующего напряжения при уравновешивании равноценными ступенями может быть решен известными, но довольно сложными методами [1, 2].

Представляется целесообразной разработка простых способов определения частоты ввода компенсирующего напряжения в дискретных системах уравновешивания, отличающихся достаточной точностью. Такая попытка и сделана в данной работе.

Схема одноканальной дискретной системы уравновешивания автокомпенсатора приведена на рис. 1, *а*. Сигнал рассогласования ΔU после

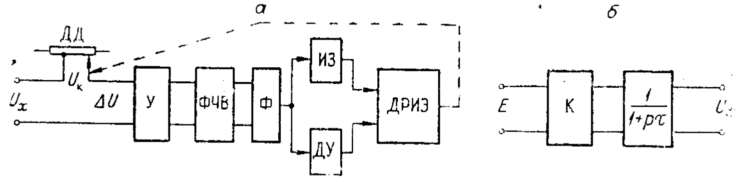

Рис. 1.

усиления (У) и фазочувствительного выпрямления (ФЧВ) подается на сглаживающий фильтр Ф. Выделенная фазочувствительным выпрямителем ФЧВ и фильтром Ф постоянная составляющая, пропорциональная рассогласованию ΔU, подается на дискриминатор уровня ДУ и индикатор знака ИЗ. ДУ и ИЗ управляют дискретным реверсивным исполнительным элементом ДРИЭ, который вводит дискретно компенсирующее напряжение $U_к$ (направление ввода определяется индикатором знака) до тех пор, пока $k\Delta U$ не станет меньше порога срабатывания дискриминатора уровня ДУ. Дискретное изменение компенсирующего напряжения осуществляется дискретным делителем ДД.

Дискретную систему уравновешивания в период между управляющими импульсами можно считать разомкнутой и привести к структурной схеме, изображенной на рис. 1, *б*: усилитель можно считать безынерционным, так как его постоянная времени во много раз меньше постоянной времени фильтра Ф.

Подаваемое на вход дискретного автокомпенсатора измеряемое напряжение U_x может быть представлено как

$$U_x = n\,d \pm \Delta, \tag{1}$$

где n — число дискретных делений; d — цена дискретного деления; $\Delta = cd$ — часть измеряемого напряжения, меньшая приведенного ко входу порога срабатывания $\frac{A_{\text{ср}}}{k}$ дискриминатора уровня. Δ является случайной величиной и зависит от значения измеряемого напряжения. В дальнейшем будем называть ее погрешностью от дискретности.

Так как компенсирующее напряжение в дискретном автокомпенсаторе вводится через определенный период T, а измеряемое напряжение может быть подано на вход в любой момент времени между управляющими импульсами ввода, то за время от момента подачи U_x на вход до момента ввода компенсирующего напряжения конденсатор фильтра зарядится (с учетом нулевых начальных условий) до

$$U_{\text{ф}0} = k\,U_x\,(1 - e^{-\frac{t_0}{\tau}}),$$

где t_0 — время от момента подачи U_x до прихода импульса ввода. Ясно, что t_0 носит случайный характер и может изменяться в пределах

$$0 \leqslant t_0 \leqslant T. \tag{2}$$

Обозначив $e^{-\frac{t_0}{\tau}} = \gamma_0$ и учитывая (1), можно записать для напряжения на емкости фильтра в момент ввода первой ступени компенсирующего напряжения:

$$U_{\text{ф}0} = k\,d\,(n + c)\,(1 - \gamma_0).$$

После введения первой ступени компенсирующего напряжения напряжение на фильтре будет изменяться по закону [3, 4]

$$U_{\text{ф}1} = E_1 + (x_1 - E_1)\,e^{-\frac{t}{\tau}},$$

где $E_1 = k(nd + cd - d)$; $x_1 = U_{\text{ф}0}$ — начальное условие.

К моменту ввода второй ступени компенсирующего напряжения, т. е. через период T между управляющими импульсами, напряжение на выходе фильтра будет равно

$$U_{\text{ф}1} = k\,d\,(n - 1 + c) + k\,d\,\gamma\,[1 - (n + c)\,\gamma_0],$$

где $\gamma = e^{-\frac{T}{\tau}}$ — относительная величина, определяющая уровень, до которого изменится напряжение на выходе фильтра за период T между импульсами ввода компенсирующего напряжения при подаче на вход фильтра единичного скачка.

С учетом (2) возможные пределы изменения γ_0 будут следующими:

$$0 \leqslant \gamma_0 \leqslant \gamma. \tag{3}$$

К моменту ввода третьей ступени компенсирующего напряжения (после ввода второй) напряжение на фильтре будет составлять

$$U_{\text{ф}2} = \text{E}_2 + (x_2 - \text{E}_2)\,\gamma,$$

где $E_2 = kd(n-2+c)$; $x_2 = U_{ф1}$. С учетом E_2 и x_2 получим

$$U_{ф2} = k\,d\,(n-2+c) + k\,d\,\gamma\,[1+\gamma-(n+c)\,\gamma\,\gamma_0].$$

К моменту ввода четвертой ступени (после ввода третьей)

$$U_{ф3} = k\,d\,(n-3+c) + k\,d\,\gamma\,[1+\gamma+\gamma^2-(n+c)\,\gamma_0\,\gamma^2].$$

После введения n-й ступени, в момент прихода управляющего импульса для введения $(n+1)$-й ступени, напряжение на выходе фильтра равно

$$U_{фn} = k\,d\,c + k\,d\,\gamma\,[1+\gamma+\gamma^2+\gamma^3+\ldots+\gamma^{n-1}-(n+c)\,\gamma_0\,\gamma^{n-1}]. \quad (4)$$

Как видно из выражения (4), напряжение на выходе фильтра состоит из двух составляющих: первый член определяется погрешностью от дискретности, а второй обусловлен инерционностью фильтра (γ). Так как $\gamma < 1$, то выражение $(1+\gamma+\gamma^2+\gamma^3+\ldots+\gamma^{n-1})$ представляет собой сумму геометрической убывающей прогрессии [5], и поэтому

$$U_{фn} = k\,d\,c + k\,d\,\gamma\,\frac{1-\gamma^n-(n-c)\,\gamma_0\,(1-\gamma)\,\gamma^{n-1}}{1-\gamma}. \quad (5)$$

Чтобы процесс уравновешивания в дискретном автокомпенсаторе закончился после введения n ступеней без перерегулирования, необходимо, чтобы напряжение на выходе фильтра (именно на величину этого напряжения реагирует дискриминатор уровня) было меньше порога срабатывания $A_{ср}$, т. е.

$$U_{фn} < A_{ср}. \quad (6)$$

Из этого условия можно в принципе найти γ и при известной постоянной времени фильтра τ найти период следования T управляющих импульсов. Однако решить неравенство (6) относительно γ, где $U_{фn}$ определяется формулой (5), трудно, и поэтому целесообразно вместо (5) использовать его приближенное выражение.

При достаточно большом значении n члены с γ^n и γ^{n-1} в числителе выражения (5) оказываются значительно меньше единицы, и можно записать

$$U_{фn} = k\,d\,c + k\,d\,\gamma\,\frac{1}{1-\gamma}. \quad (7)$$

Если из этого выражения найти γ, то получаемое при этом T оказывается несколько завышенным, в частности при $\gamma = 0{,}7$ и $n = 9$ погрешность составляет около 15%. Формула (7) получена в предположении, что усилитель У автокомпенсатора является линейным. На самом же деле, амплитудная характеристика усилителей автокомпенсатора обладает явно выраженными нелинейными свойствами (нелинейность типа насыщения).

При большом сигнале рассогласования усилитель находится в состоянии насыщения и напряжение на его выходе определяется выражением

$$U_{фн} = k\,n'\,d + k\,d\,c. \quad (8)$$

Тогда после введения первой (после выхода усилителя из насыщения) ступени компенсирующего напряжения ко входу фильтра будет приложено возмущение, равное kd. Однако до введения следующей ступени напряжение на выходе фильтра не успеет измениться на kd из-за инерционности фильтра и запомнит остаток Δ_1, равный

$$\Delta_1 = \gamma\, k\, d.$$

После ввода второй ступени остаток Δ_2 будет определяться ступенью уравновешивания и предыдущим остатком:

$$\Delta_2 = \gamma\,(k\,d + \gamma\,k\,d) = k\,d\,\gamma\,(1 + \gamma).$$

После ввода третьей ступени

$$\Delta_3 = k\,d\,\gamma\,(1 + \gamma + \gamma^2).$$

После ввода n'-й ступени

$$\Delta\,n' = k\,d\,\gamma\,(1 + \gamma + \gamma^2 + \ldots + \gamma^{n'-1}).$$

Учитывая, что $\gamma < 1$, можно записать

$$\Delta\,n' = k\,d\,\gamma\,\frac{1-\gamma^{n'}}{1-\gamma}. \qquad (9)$$

При достаточно большом значении n' выражение (9) примет вид

$$\Delta\,n' = k\,d\,\gamma\,\frac{1}{1-\gamma}. \qquad (10)$$

Учитывая выражение для напряжения на фильтре (8) в момент выхода усилителя из насыщения и остаточного напряжения (10), получим приближенное значение напряжения на выходе фильтра после введения n' необходимых для завершения уравновешивания ступеней компенсирующего напряжения в таком же виде, как и при линейном усилителе [см. (7)]:

$$U_{\text{ф}n'} = k\,d\,c + k\,d\,\frac{\gamma}{1-\gamma}. \qquad (11)$$

При определении периода ввода компенсирующих ступеней (γ) необходимо учитывать случайный характер величины kdc. На рис. 2 приведены диаграммы уравновешивания для трех значений kdc. С точки зрения возникновения и перерегулирования самой неблагоприятной величиной kdc является (см. рис. 2)

$$k\,d\,c_0 = k\,d - A_{\text{ср}}. \qquad (12)$$

Из выражений (6), (11) и (12) или из диаграммы рис. 2 можно определить условие отсутствия перерегулирования

$$\Delta_n < 2A_{\text{ср}} - k\,d, \qquad (13)$$

где Δ_n — величина, обусловленная инерционностью системы.

Действительно, если неравенство не выполняется (см. на рис. 2 точку *2*), то напряжение на фильтре равно порогу срабатывания $A_{\text{ср}}$ или больше его, и поэтому введется ступень компенсирующего напряжения. Рассогласование при этом окажется равным $kd\,c_0 - k\,d = -A_{\text{ср}}$ и через некоторое время, обусловленное инерционностью фильтра, дискриминатор уровня даст команду на обратный шаг (на рис. 2, *а* показано штриховыми линиями).

При выполнении (13) не будет перерегулирования, если $kdc > kdc_0$ (см. рис. 2, *б*) и $kdc < kdc_0$ (см. рис. 2, *в*), так как напряжение на фильтре в обоих случаях оказывается внутри зоны нечувствительности.

Из неравенства (13), учитывая (10), можно найти относительный уровень γ, показывающий, как должно изменяться напряжение на вы-

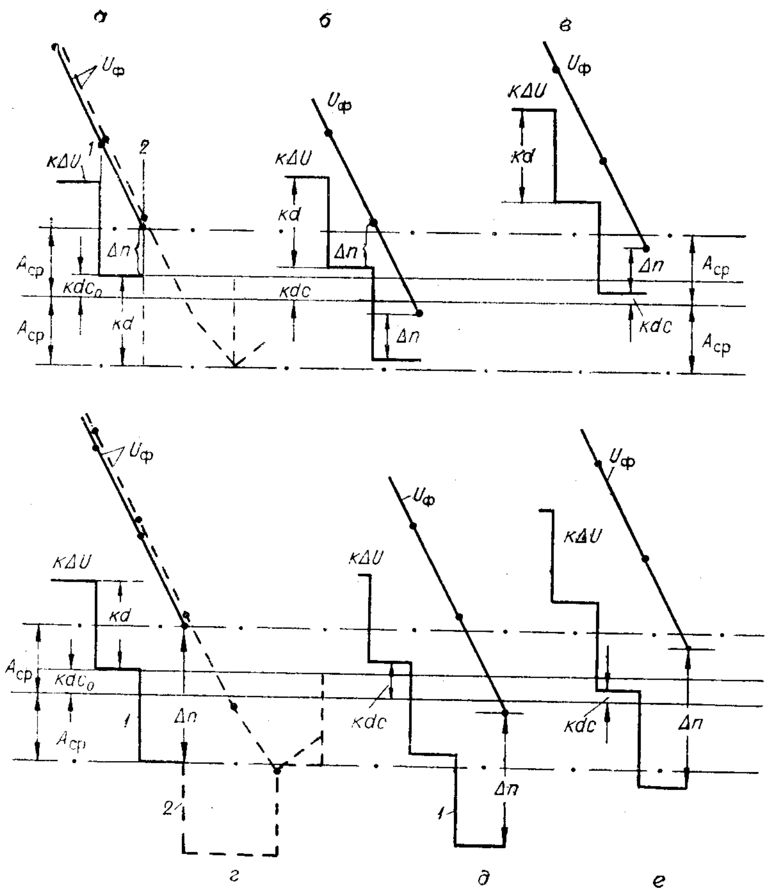

Рис. 2

ходе фильтра за период между импульсами ввода, чтобы отсутствовало перерегулирование:

$$\gamma < \frac{2\delta - 1}{2\delta}, \tag{14}$$

где $\delta = \frac{A_{ср}}{kd}$ — относительный порог срабатывания. Обычно δ выбирается в пределах $0{,}6 \leqslant \delta \leqslant 0{,}8$. При $\delta = 0{,}5$ в дискретной системе уравновешивания могут возникнуть незатухающие колебания с участием нескольких ступеней младшей декады. При большом значении δ увеличивается погрешность.

Определив при выбранном значении δ из выражения (14) γ, можно найти период ввода компенсирующих ступеней T, при котором любое рассогласование будет отрабатываться без перерегулирования.

При $\gamma \geqslant \frac{2\delta - 1}{2\delta}$ процесс уравновешивания будет протекать с перерегулированием. Причем, если будет соблюдаться условие (см. рис. 2, *г*)

$$\Delta_n < 2A_{ср}, \tag{15}$$

то амплитуда перерегулирования не будет превышать одного дискретного деления при любой величине погрешности от дискретности kdc. Из рис. 2, *г* (см. штрих *2*) видно, что при $\Delta_n > 2A_{ср}$ и при погрешности от дискретности, равной kdc_0, амплитуда перерегулирования равна двум дискретным делениям. Величину γ определим из (15) и (10):

$$\gamma_1 < \frac{2\delta}{2\delta + 1}. \tag{16}$$

Чтобы амплитуда перерегулирования не превышала двух дискретных делений, необходимо

$$\Delta_n < 2A_{ср} + d. \tag{17}$$

Величина γ в этом случае соответствует

$$\gamma_2 < \frac{2\delta + 1}{2\delta + 2}. \tag{18}$$

Аналогичным образом можно получить условие существования перерегулирования с амплитудой в m дискретных делений:

$$\gamma_m < \frac{2\delta + (m - 1)}{2\delta + m}. \tag{19}$$

Понятно, чем больше допускается амплитуда перерегулирования, тем меньше оказывается период между импульсами ввода компенсирующего напряжения. На рис. 3 представлены зависимости $\gamma = f(m)$ и $\frac{T}{\tau} = f(m)$. Зависимость $\gamma = f(m)$ построена по формуле (19) для $\delta = 0{,}7$. Из этих зависимостей видно, что период T существенно уменьшается только при малой амплитуде перерегулирования ($m = 1 \div 3$).

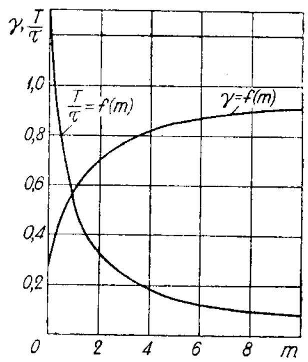

Рис. 3.

Однако время уравновешивания ($t_{ур}$) в дискретных системах складывается из числа шагов, необходимых для полного уравновешивания. А при перерегулированиях число шагов уравновешивания возрастает, причем на величину, бо́льшую $2m$.

Построением переходного процесса уравновешивания можно найти число дополнительных шагов для разных m и, построив зависимость полного времени уравновешивания от m, определить оптимальное значение m с точки зрения минимального времени уравновешивания.

При подекадном способе уравновешивания перерегулирование вообще нежелательно. Так, при некоторых алгоритмах следящего уравновешивания из-за перерегулирования по одной из декад значительно возрастает общее время уравновешивания или возникают незатухающие периодические режимы [6], а при развертывающем уравновешивании перерегулирование приводит к значительной погрешности измерения. Поэтому в таких системах с подекадным уравновешиванием период ввода ступеней компенсирующего напряжения нужно определять из условия (14), обеспечивающего отработку рассогласования без перерегулирования.

Если в дискретной системе с подекадным уравновешиванием используется один дискриминатор уровня, настроенный на ($A_{ср}$) часть ступени d младшей декады, то при периоде ввода T, определенного из (14), система окажется неустойчивой из-за перерегулирования при отработке ступенями старшей декады.

Поэтому в системах с одним дискриминатором уровня выбор частоты ввода должен осуществляться из условия отсутствия перерегулирования при отработке ступенями старшей декады. Это условие можно найти, пользуясь рис. 4.

Самым тяжелым, очевидно, будет случай, когда после введения n-й ступени старшей декады рассогласование $k\Delta U$ станет равным kdc_0. Чтобы не было перерегулирования, должно соблюдаться условие

$$\Delta_n + k\,d\,c_0 < A_{\text{ср}}, \tag{20}$$

где $\Delta_n = k\,D\,\frac{\gamma_{\text{ст}}}{1-\gamma_{\text{ст}}}$ — обусловлено инерционностью фильтра и периодом ввода ступеней компенсирующего напряжения; D — цена ступени старшей декады; $\gamma_{\text{ст}}$ — относительный уровень, определяющий период ввода компенсирующих ступеней старшей декады.

Из (20) можно найти относительный уровень $\gamma_{\text{ст}}$, обеспечивающий отсутствие перерегулирования при отработке ступенями старшей декады:

$$\gamma_{\text{ст}} < \frac{2\delta_{\text{ст}} - \dfrac{d}{D}}{1 + 2\delta_{\text{ст}} - \dfrac{d}{D}}, \tag{21}$$

где

$$\delta_{\text{ст}} = \frac{A_{\text{ср}}}{k\,D}.$$

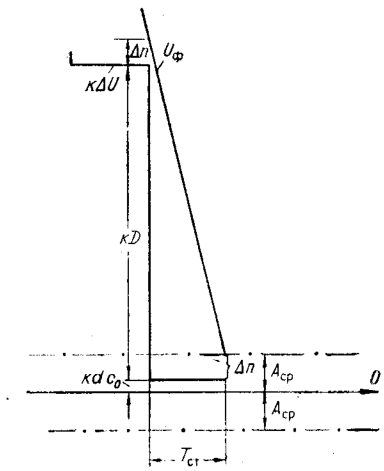

Рис. 4.

Однако если вводить ступени всех разрядов с частотой, определяемой выражением (21), то полное время уравновешивания значительно возрастает. Для уменьшения полного времени уравновешивания целесообразно ступени младшей и старших декад вводить с разными скоростями: младшие с большей, старшие с меньшей. Период ввода ступеней младшей декады определяется при этом выражением (14), а старших — (21).

Полученные соотношения использовались в Азербайджанском институте нефти и химии им. М. Азизбекова при разработке цифровых автокомпенсаторов переменного тока [6].

ЛИТЕРАТУРА

1. С. Л. Попков, Ю. С. Попков. Непрерывные и дискретные следящие системы. М., «Энергия», 1964.
2. Я. З. Цыпкин. Теория линейных импульсных систем. М., Физматгиздат, 1963.
3. В. А. Бессекерский и др. Сборник задач по теории автоматического регулирования. М., «Наука», 1965.
4. С. Г. Гинзбург. Методы решения задач по переходным процессам. М., «Советское радио», 1959.
5. И. Н. Бронштейн, К. А. Семендяев. Справочник по высшей математике. М., «Наука», 1964.
6. Е. Г. Абаринов, М. Агаев, И. Л. Шайн. Цифровой электромагнитный расходомер. — За технический прогресс (Баку), 1967, № 2.

Поступила в редакцию
17 октября 1967 г.,
окончательный вариант —
25 января 1968 г.