АКАДЕМИЯ НАУК СССР
СИБИРСКОЕ ОТДЕЛЕНИЕ
АВТОМЕТРИЯ
№ 5 1968

ОБЩИЕ ВОПРОСЫ АВТОМЕТРИИ

УДК 621.317+621.391

Ш. О. АБДУЛАЕВ

(Караганда)

ЗАДАЧА РАСПРЕДЕЛЕНИЯ ФУНКЦИЙ УПРАВЛЕНИЯ В СЛОЖНЫХ ИЗМЕРИТЕЛЬНЫХ СИСТЕМАХ

Измерительные системы, содержащие значительное количество измерительных устройств различных типов, средства связи и передачи данных, устройства, производящие математическую обработку измерительной информации, требуют системного подхода к исследованию процесса их функционирования. Эффективность таких систем определяется тем, насколько хорошо налажено взаимодействие элементов системы. Так как условия работы системы обычно изменчивы, приходится рассматривать задачу управления процессом функционирования.

Из-за сложности системы процесс управления функционированием целесообразно разбить на некоторое количество уровней, каждый из которых характеризуется ограниченным количеством параметров и одной целью, которую требуется достичь оптимальным образом. Результаты оптимального управления в данном уровне рассматриваются как ограничения при решении задачи оптимального управления в другом уровне, связанном функционально с первым. При таком подходе оптимального закона управления системой не достигается, но можно говорить о практически приемлемых приближениях.

Очевидно, в сложной измерительной системе наряду с элементами, осуществляющими преобразование собственно измерительной информации, имеются элементы, которые можно назвать элементами целенаправленного действия. Они связаны с алгоритмами функционирования аппаратуры и обслуживающего персонала и обеспечивают целенаправленное действие всей системы.

Под управлением измерительной системой будем понимать совокупность организационно-распорядительных мероприятий, направленных на достижение поставленных целей в соответствии с выбранным критерием эффективности. Под эффективностью управления понимается вероятность достижения системой поставленной цели.

МАТЕМАТИЧЕСКАЯ МОДЕЛЬ ЗАДАЧИ

Управляемый процесс измерения представим уравнением в операторной форме

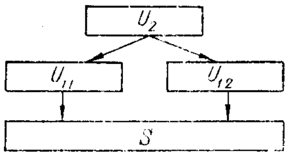
$$SX=PX+X_1+U, \quad (1)$$

где S — оператор системы; P — матрица, описывающая неуправляемый процесс измерения; X — вектор состояния; X_I — вектор управляемых входных воздействий (входных возмущений); U — вектор управления.

Предположим, что U — целенаправленный элемент, обладающий способностью управлять системой S путем выбора последовательности Q входных векторов:

$$X_I(1),\ X_I(2), \ldots, X_I(T).$$

Цель элемента U состоит в выборе последовательности Q, которая минимизирует функцию ошибок $\sigma(Q, X, P)$, принимаемую за критерий эффективности управления. Задача управления, стоящая перед U, — определить Q, минимизирующую величину $\sigma(Q, X, P)$. Решение этой задачи есть выражение оптимальной стратегии Q_0 через последовательности P и X. Запишем это следующим образом:



$$Q_0 = Q(P, X). \tag{2}$$

Рассмотрим, как решается эта задача для измерительной информационной системы, имеющей два уровня управления. На 1-м уровне управление осуществляется двумя элементами целенаправленного действия U_{11} и U_{12}, на 2-м уровне — одним элементом U_2, имеющим влияние на U_{11} и U_{12}.

Предположим, что исходная система (см. рисунок) разбивается на две подсистемы, соответственно разбиваются на компоненты векторы X и X_I. Тогда

$$S X_1 = P X_1 + X_{I_1} + U_{11}; \tag{3}$$

$$S X_2 = P X_2 + X_{I_2} + U_{12}; \tag{4}$$

$$X = [X_1, X_2]; \tag{5}$$

$$X_I = [X_{I_1}, X_{I_2}]. \tag{6}$$

Цель U_{1i} заключается в минимизации функции ошибок

$$\sigma_{1i}(Q_i, X_i, P_i^*).$$

Таким образом, может быть получено оптимальное управление целенаправленными элементами 1-го уровня.

Для достижения общей оптимальной стратегии управления измерительной информационной системой воспользуемся целенаправленным элементом 2-го уровня U_2. Элемент U_2 обладает способностью предварительно настраивать параметры P_1^* и P_2^* неуправляемого процесса. В его структуре отражен весь процесс измерения, метод разбиения на подсистемы, цели и средства управления, которыми располагают элементы U_{11} и U_{12}.

Итак, цель U_2 состоит в минимизации функции ошибок $\sigma_2(Q, X, P)$. Решение задачи для U_{1i} является оптимальной стратегией управления на 1-м уровне:

$$Q_0^i = Q_i(P_i^*, X_i). \tag{7}$$

Общий оптимальный закон управления, выражаемый формулой (2), определяется элементом 2-го уровня. Обозначим ту часть стратегии Q_0, которая управляется U_{1i}, через Q_0^i.

Необходимым условием достижения оптимального закона управления для систем, имеющего два уровня управления, является

$$Q_0^i = Q_{i0}. \tag{8}$$

Оно является ограничением при решении задачи оптимального управления на 2-м уровне. Подставляя Q_{i0} в левую часть уравнения (7) и решая относительно P_i^*, получаем решение задачи управления для целенаправленного элемента 2-го уровня U_2:

$$P_{i0}^* = P_i^* \left[Q_{i0},\ X_i\right]. \tag{9}$$

РЕШЕНИЕ ЗАДАЧИ УПРАВЛЕНИЯ ОДНОГО УРОВНЯ

Из (9) видно, что решение задачи управления для 2-го уровня заключается в оптимальном выборе матрицы, описывающей неуправляемый процесс измерения, т. е. в оптимальном выборе преобразующих элементов.

Под процессом выбора преобразующих элементов условимся понимать систему, имеющую регулируемые параметры и измеримое качество. Под регулируемыми параметрами будем понимать включение или невключение преобразующих элементов в процессе измерения. Включение и невключение обозначим соответственно «1» и «0», т. е. $Y_i \in \{0,1\}$. Измеримым качеством будем считать функцию ошибок σ_2. В качестве математической модели процесса управления на 2-м уровне примем выражение, устанавливающее связь между Y_i и σ_2.

Условимся о некоторых ограничениях: функция ошибок и регулируемые параметры находятся в зависимости, определяемой линейной функцией; входные возмущения (помехи) отсутствуют; система характеризуется одним состоянием, т. е., $X=\text{const}$; функция ошибок изменяется монотонно в ограниченном пространстве поведения системы.

При перечисленных ограничениях задача оптимального управления на 2-м уровне сводится к минимизации функции линейной формы

$$\sigma_2 = \sum_{i=1}^{n} C_i Y_i,$$

если

$$\sum_{i=1}^{n} A_{ij} Y_i \leqslant B_j \quad (i = 1,\ 2,\ \ldots,\ n); \quad (j = 1,\ 2,\ \ldots, m),$$

где $C_i > 0$; $A_{ij} \geqslant 0$; $B_j \geqslant 0$; $Y_i \in \{0,1\}$; n — количество измерительных средств или сочетаний измерительных средств; m — количество характеристик средств или сочетаний; C_i — качество (стоимость) средства или сочетания; A_{ij} — j-я характеристика i-го средства или сочетания; B_j — ограничение, определяемое критерием эффективности исследуемого уровня управления.

Решение данной задачи может быть найдено по алгоритмам, предложенным в [1] и [2]. Однако в данном случае предпочтение следует отдать методике, предложенной в [3], где использованы некоторые положения пороговой логики. Использование этой методики позволяет упростить решение задачи, особенно, когда велико количество ограничений ($m > 10$).

Пример. Рассмотрим измерительную систему, обеспечивающую определение показателей некоторого технологического процесса и характеризуемую множеством параметров. К таким параметрам относятся точность, пропускная способность, надежность и т. д. Задача управления заключается в определении всех необходимых показателей технологического процесса с минимальными затратами сил и средств.

Для решения этой задачи функции управления распределяются по уровням управления. На каждом уровне управления оптимизируется один показатель. Оптимальный показатель каждого уровня управления служит ограничением для следующего уровня.

Предположим, что система характеризуется тремя показателями: точностью, надежностью и стоимостью.

Точность характеризуется выражением

$$\sigma_k^2 = \sum_{i=1}^{n} \left(\frac{\partial K}{\partial \alpha} \sigma_\alpha \right)^2,$$

где σ_k — СКО определения параметров технологического процесса; n — количество измерителей; K — параметр технологического процесса, теоретические значения которого известны; α — измеряемый параметр; σ_α — заданная СКО измерителя.

Надежность характеризуется выражением

$$P = \prod_{i=1}^{n} P_i.$$

На 1-м уровне управления оптимизируем σ_k и P. Оптимальные значения выразим через $\sigma_{k\,\text{опт}}$ и $P_{\text{опт}}$. На 2-м уровне управления требуется минимизировать показатель стоимости использования системы при обеспечении оптимальных значений точности и надежности. Для решения этой задачи линеаризуем выражения для точности и надежности.

Тогда задача управления может быть сформулирована следующим образом: минимизировать функцию

$$C = \sum_{i=1}^{n} C_i Y_i,$$

где C_i — стоимость использования в единицу времени одного измерительного прибора при ограничениях:

$$\sum_{i=1}^{n} \left(\frac{\partial K}{\partial \alpha} \sigma_\alpha \right) Y_i \leqslant \sigma_{k\,\text{опт}}; \qquad \sum_{i=1}^{n} r_i Y_i \geqslant R_{\text{опт}},$$

где $R = \ln P$; $r_i = \ln P_i$.

Разбиение многомерной задачи управления на несколько независимых задач меньших размерностей, в которых влияния взаимодействия рассматриваются как ограничения, и распределение функций управления между этими задачами позволяют синтезировать исходное оптимальное управление.

ЛИТЕРАТУРА

1. Д. Б. Юдин и Е. Г. Гольштейн. Линейное программирование. М., Физматгиз, 1963.
2. С. Карлин. Математические методы в теории игр, программировании и экономике. М., «Мир», 1964.
3. Г. Г. Сургай, В. И. Водолазский. Об одном методе решения задач линейного целочисленного программирования.— Труды республиканского семинара Института кибернетики АН СССР. Секция теории математических машин. 1965.

Поступила в редакцию
3 ноября 1967 г.