А К А Д Е М И Я Н А У К С С С Р
СИБИРСКОЕ ОТДЕЛЕНИЕ
А В Т О М Е Т Р И Я

№ 5 1968

УДК 621.391.242

Я. П. ДРАГАН, Я. А. ДУБРОВ, В. Н. МИХАЙЛОВСКИЙ

(Львов)

К ТЕОРИИ НЕСТАЦИОНАРНЫХ ПРОЦЕССОВ В ЛИНЕЙНЫХ ТЕЛЕИЗМЕРИТЕЛЬНЫХ КАНАЛАХ С ПОСТОЯННЫМИ И ПЕРЕМЕННЫМИ ПАРАМЕТРАМИ

Современные тенденции развития телеизмерительной техники характеризуются как повышением традиционных и специфических для телеизмерения требований в отношении точности и достоверности (помехоустойчивости), так и расширением требований в отношении эффективности функционирования в больших комплексных системах со сложными информационными процессами. В этой связи приобретает большое значение развитие теории сигнала как переносчика информации в комплексных системах и каналах. Последнее, в свою очередь, предполагает:

1) развитие методов совместного исследования систем (каналов) и процессов, а также изучение возможностей и условий оптимального согласования источника информации — функции переносчика информации и системы (канала);

2) изучение более широкого круга реальных информационных процессов и нахождение более точно их описывающих аналитических моделей;

3) разработку основных разделов теории сигналов (модуляции, селекции, прогнозирования, фильтрации и др.), охватывающих широкий класс процессов.

Телеизмерение объединяет процессы отбора (измерения) и передачи (измерительной) информации. Мера информации связана с выбором из определенного множества возможных сообщений, поэтому передача информации описывается как отображение сообщения в стохастическом процессе, т. е. моделями различных типов сигналов являются соответствующие типы случайных процессов.

Теорию передачи сообщений, с абстрактной точки зрения, можно рассматривать как теорию операций над множествами (сигналов) [1], т. е. в духе идей кибернетики система (преобразователь сигнала, канал передачи информации) трактуется как «черный ящик» и его суммарная реакция описывается при помощи соответствующего оператора, определенного на пространстве входных сигналов.

Ниже дается краткая характеристика некоторых результатов одного из возможных направлений исследований поставленной выше задачи.

Характеристики линейных систем. Линейные системы (а только их будем рассматривать в дальнейшем) описываются линейными операторами, т. е. операторами, удовлетворяющими принципу суперпозиции

$$N \sum x_k = \sum N x_k. \qquad (1)$$

Всевозможные соединения систем изображаются при помощи операций над их операторами, и в случае линейных систем необходимо рассматривать такое множество операторов, которое содержит наряду с заданными двумя операторами их сумму (параллельное соединение преобразователей), произведение (последовательное соединение), а также произведение оператора на число и тождественный оператор. С математической точки зрения, это множество образует алгебру.

Общий линейный оператор во временной области описывается ядром-функцией двух переменных $w(t, s)$, t, $s \in R$, такой, что для $x \in R_N$, где R_N — область определения оператора N, имеем

$$y(t) = \int\limits_R x(s)\, w(t, s)\, ds = N\, x(t). \qquad (2)$$

Наиболее развита теория инвариантных линейных систем (систем с постоянными параметрами), операторы которых инвариантны по отношению к сдвигам: $N \smile U$, где U — унитарный оператор сдвига $U_x^s(t) = x(t+s)$. Для таких операторов формула (2) записывается как свертка (интеграл Дюамеля)

$$y(t) = \int\limits_R x(s)\, W(t-s)\, ds = (x + W)(t). \qquad (3)$$

Формула (3) обобщается на те ядра, которые допускают представления

$$w(t, s) = \widetilde{T}^s\, W(t),$$

где T^s — оператор обобщенного сдвига (ООС), $\sim$ — переход к сопряженному оператору. Тогда формула представляется в виде обобщенной свертки [2]

$$y(t) = \int\limits_R x(s)\, \widetilde{T}^s W(t)\, ds = (x_0\, W)(t), \qquad (4)$$

где W — временная характеристика оператора N.

Вводя в множестве функций $\{x, y, W, \ldots\}$ норму, например,

$$\|x\| = \int\limits_R |x(s)|\, ds,$$

т. е. изучая сигналы с ограниченным действием для характеристики устойчивых систем, и рассматривая свертку (4) как умножение в нем, превращаем это множество $L(R)$ в C^*-алгебру (коммутативное нормированное кольцо). А в C^*-алгебре все операторы имеют представление (4) [3]. В непрерывном случае роль единицы играет δ-функция, являющаяся временной характеристикой тождественного преобразователя. Поэтому следует рассматривать C^*-алгебры с присоединенной единицей, которые допускают простую трактовку в теории обобщенных функций.

C^*-алгебры, определенные при помощи заданного оператора обобщенного сдвига T, образуют один T-класс (класс вариантности). Если $T \equiv U$, то T-класс совпадает с классом инвариантных систем.

Исходя из свойства линейности (1) для анализа систем предложены так называемые характеристики Задэ [4], которые, по определению, являются реакциями системы N на «элементарные сигналы» $k(t, \lambda)$, $\lambda \in B$, где B — соответствующий контур в комплексной плоскости (λ — здесь параметр):

$$K_A(t, \lambda) = N k(t, \lambda). \tag{5}$$

И если $k_1(t, \lambda)$ определить из условия ортогональности

$$\int_B k(t, \lambda) k_1(s, \lambda) d\lambda = \delta(t - s), \tag{6}$$

то временная характеристика описывается выражением

$$w(t, s) = \int_B K_A(t, \lambda) k_1(s, \lambda) d\lambda \tag{7}$$

и сигналы представляются так:

$$x(t) = \int_B k(t, \lambda) V(\lambda) d\lambda, \tag{8}$$

где $V(\lambda)$ — спектральная функция относительно системы $\{k(t, \lambda)\}$, $\lambda \in B$. Эти идеи развиваются дальше с учетом того, что линейный оператор (при определенных условиях) обладает полной системой ортонормированных собственных функций $\{\varphi(t, \lambda)\}$:

$$N \varphi(t, \lambda) = \mu_\lambda \varphi(t, \lambda), \ \lambda, \ \mu \in C^1.$$

Полнота здесь обозначает, что всякую функцию $x \in R_N$ можно представить в виде линейной комбинации собственных функций

$$x(t) = \int_M \varphi(t, \lambda) \psi_x(\lambda) d\lambda. \tag{9}$$

Задэ формулами (5) — (8) старался охватить преобразования Фурье, Лапласа и представление во временной области при $k(t, \lambda) = \delta(t - \lambda)$. Ортогональное разложение (9) обобщает преобразование Фурье как разложение по собственным функциям оператора, порождающего для ООС. Такое представление получается в результате гельфандовского изоморфизма C^*-алгебр с умножением (4), когда каждому элементу $x \in L(R)$ ставится в соответствие функция $\hat{x}(M)$, определенная на множестве максимальных идеалов этой алгебры. А при определенных условиях максимальные идеалы могут быть отождествлены с точками прямой, поэтому $\hat{x}(M) \equiv \psi_x(\lambda) \in C(M)$, $\lambda \in C^1$.

При изоморфизме свертка функций переходит в произведение

$$(x_0 \ W)^\wedge = \psi_x(\lambda) \psi_W(\lambda), \tag{10}$$

что является обобщением формулы Бореля и приводит к алгебраизации операторных уравнений. Изоморфизм переводит в наиболее естественную область изменения переменных, где операции обычны, и обосновывает разложение по собственным функциям ($\widetilde{R}$-преобразование [5]):

$$x(t) = \int_{R_\lambda} \psi_x(\lambda) \varphi(t, \lambda) d\rho(\lambda) = \widetilde{R}^{-1} \psi_x;$$

$$\psi_x(\lambda) = \int_R x(s) \overline{\varphi(s, \lambda)} ds = \widetilde{R} x.$$

разложение этого процесса. Известными разложениями такого типа являются:

а) для стационарного в широком смысле процесса разложения Колмогорова — Крамера

$$x(t, \omega) = \int_{-\infty}^{\infty} e^{it\lambda}\, dZ(\lambda, \omega),$$

где $Z(\lambda, \omega)$ — процесс с некоррелированными приращениями;

б) в сепарабельном случае для нестационарных процессов разложение Карунена — Лоэва

$$x(t, \omega) = \sum_{k=1}^{\infty} \sqrt{\mu_k}\, \xi_k(\omega)\, \varphi_k(t); \quad t \in T,$$

где $\xi_k(\omega)$ не коррелированы, а $\{\varphi_k(t)\}$ — ортонормированная на интервале T система собственных функций ковариации $r_x(t, s)$ процесса на этом интервале, соответствующих собственным значениям μ_k.

Отметим также неортогональное («каноническое») разложение Пугачева

$$x(t, \omega) = m_x(t) + \int_N \psi(t, \mu)\, V(\mu, \omega)\, d\mu,$$

где $V(\mu, \omega)$ не коррелированы, а $\psi(t, \mu)$ — некоторая функция двух переменных. Это разложение очевидным образом связано с характеристическими функциями Задэ.

Обобщение ортогонального разложения, вообще говоря, для несепарабельного случая получается введением T-классов случайных процессов [2]; T-вариантным называется случайный процесс, для которого

$$1)\quad m_x(t) \in L(R); \qquad 2)\quad r_{\overset{\circ}{x}}(t, s) = \widetilde{T}^s R(t).$$

Тогда $R(t)$ является T-положительно определенной функцией и допускает представление

$$R(t) = \int_{R_\lambda} \varphi(t, \lambda)\, dS(\lambda); \qquad S(\lambda) \text{ — неубывающая,}$$

а отсюда следует представление процесса*

$$x(t, \omega) = m_x(t) + \int_{R_\lambda} \varphi(t, \lambda)\, dZ(\lambda, \omega).$$

Преобразование T-вариантного процесса T-вариантной системой не выводит из этого класса вариантности

$$y(t, \omega) = N_x(t, \omega) = \int_{R_\lambda} \varphi(t, \lambda)\, \psi_N(\lambda)\, dZ(\lambda, \omega); \quad N \cup T.$$

* Аналогичные представления произвольной интегрируемой с квадратом по мере $S(\cdot)$ функции изучались методами гильбертова пространства Каруненом. Они не включают такого важного процесса, как «белый» шум.

В случае несовпадения вариантностей

$$y(t, \omega) = \begin{cases} \int\limits_{R_\lambda} \Phi_N(t, \lambda)\, dZ(\lambda, \omega); \\ \int\limits_{R_\lambda} \varphi(t, \lambda)\, d\,Y(\lambda, \omega), \end{cases}$$

т. е. получается или разложение, обобщающее каноническое разложение Пугачева [1], или представление, обобщающее понятие гармонизуемости в смысле Лоэва (система функций ортонормирована, а коэффициенты разложения коррелированы; спектральная функция двухчастотная).

Таким образом, применение операторов обобщенного сдвига позволило охватить с единой точки зрения ряд проблем теории представления и преобразования сигнала и дать простые формулировки свойств характерных классов систем и случайных процессов. Такой подход обобщает альтернативное деление случайных процессов на стационарные и нестационарные и соответственно систем на инвариантные и зависимые от времени. ООС является обобщением произведения базисных элементов в гиперкомплексных системах и связываются с ортонормированными системами координатных функций [6]:

$$T^s \varphi(t, \lambda) = \varphi(s, \lambda)\, \varphi(t, \lambda),$$

где $\varphi(t, \lambda)$ — собственные функции порождающего для T оператора L. Все T-вариантные системы являются элементами алгебры, порожденной оператором L: $N \cup T \langle = \rangle N \in A(L)$, и для них

$$K_N(t, \lambda) = \psi(\lambda)\, \varphi(t, \lambda),$$

где $\psi(\lambda)$ — коэффициент передачи оператора $N = \psi(L)$.

Примерами T-классов, важными в приложениях, являются классы, порожденные дифференциальными операторами второго и первого порядков: первые описывают большинство физических узлов систем [7], а вторые, в частности, включают теорию цепей с постоянными параметрами. Для этих классов вид ООС находится известными методами.

Пример 1. Порождающим является оператор Штурма — Лиувилля на полуоси; тогда

$$T_t^s = \frac{1}{2}\left[U_t^s + U_t^{-s} + \int\limits_{t-s}^{t+s} d_u\, w(t, s; u)\right],$$

что определяется интегрированием при помощи метода Римана; w — функция, получаемая из функции Римана или на основе формулы Тэйлора — Дельсарта

$$T_t^s = \varphi(s, L_t) = \sum_{k=0}^{\infty} \varphi_k(s)\, L_t^k,$$

где $\varphi(t, \lambda) = \sum\limits_{k=0}^{\infty} \lambda^k \varphi_k(s)$.

Для T-вариантных случайных процессов в данном случае на основании теории Штурма — Лиувилля легко получается обобщенная теорема отсчетов. Рассмотрим множество функций $\{f : \psi_f(\lambda) = 0$ при λ, не принадлежащей $[0, \Lambda]\}$; оно является идеалом в $L(R)$; каждая функция удовлетворяет обобщенному уравнению Бейтмена

$$f = f \circ g_\Lambda,$$

где $g_\Lambda(t) = \int\limits_{[0,\Lambda]} \varphi(t, \lambda)\, d\rho(\lambda)$ — ядро Дирихле, и обладает представлением

$$f_\Lambda(t) = \sum_{k=1}^{\infty} f_\Lambda(t_k)\, \beta_{\Lambda k}\, g_\Lambda(t, t_k); \tag{11}$$

здесь $\beta_{\Lambda k}$ — перенормировочный множитель; t_k — корни уравнения $\varphi(t, \Lambda) = 0$.

Пример 2. Уравнения первого порядка допускают групповую трактовку, когда ООС дается выражением [6]

$$T^s f(t) = f(t \oplus s),$$

где $\oplus$ — символ групповой операции. Теорема отсчетов имеет вид, аналогичный формуле (11).

Эти общие соотношения иллюстрируются такими преобразованиями:

А. Порождающий оператор $\frac{d^2}{dt^2}$. Тогда $T^s = \frac{1}{2}[U^s + U^{-s}]$. T-класс образуют стационарные системы в установившемся режиме и четные стационарные случайные процессы. Изоморфизм осуществляет косинус — преобразование Фурье. Теоремой отсчетов является теорема Котельникова — Шеннона.

Б. Порождающий оператор — оператор Бесселя. Изоморфизм — преобразование Ханкеля. Теорема отсчетов [8]:

$$f_\Lambda(t) = \sum_{k=1}^{\infty} f_\Lambda(t_k) \frac{2t_k I_p(\Lambda t)}{\Lambda I_{p-1}(\Lambda t_k)\left(t^2 - t_k^2\right)},$$

где $I_p(\cdot)$ — функция Бесселя первого рода p-го порядка.

В. Сдвиг на аддитивной группе получается в случае порождающего оператора $\frac{d}{dt}$: $T = U$. Собственные функции e^{pt}, где $p \in B$, $B = \{\varepsilon + i\lambda \mid \varepsilon = \text{const}, \lambda \in (-\infty, \infty)\}$. Системы общие инвариантные (переходный режим), процессы вида [9]

$$x(t, \omega) = \int\limits_B e^{pt}\, d\, Z(p, w).$$

Изоморфизм — преобразование Лапласа. Теорема отсчетов [9]:

$$f_\Lambda(t) = e^{\varepsilon t} \sum_{k=-\infty}^{\infty} f_\Lambda\left(\frac{k\pi}{\Lambda}\right) e^{-\varepsilon \frac{k\pi}{\Lambda}} \frac{\sin(\Lambda t - k\pi)}{\Lambda t - k\pi}.$$

Г. При порождающем операторе $t\frac{d}{dt}$ получается сдвиг на мультипликативной группе. Собственные функции t^p. Системы описываются операторами Эйлера, процессы — операторами Лоэва. Изоморфизм — преобразование Меллина. Теорема отсчетов:

$$f_\Lambda(t) = t^\varepsilon \sum_{k=-\infty}^{\infty} f_\Lambda\left(e^{\frac{k\pi}{\Lambda}}\right) e^{-\varepsilon \frac{k\pi}{\Lambda}} \frac{\sin(\Lambda \ln t - k\pi)}{\Lambda \ln t - k\pi}.$$

Согласование переносчика и канала. Пусть канал передачи информации, рассматриваемый как линейный преобразователь, описывается оператором

$$N = A\,(L) = \sum a_k\, L^k, \tag{12}$$

где a_k — некоторые коэффициенты; L — порождающий оператор

$$L\varphi(t,\,\lambda) = \lambda\varphi(t,\,\lambda). \tag{13}$$

Тогда

$$\Phi(t,\,\lambda) = N\varphi(t,\,\lambda) = A(\lambda)\varphi(t,\,\lambda), \tag{14}$$

где $\Phi(t,\,\lambda)$ — обобщенная частотная характеристика канала; $A(\lambda)$ — его коэффициент передачи. Если в качестве функции-переносчика выбрать $\varphi(t,\,\lambda)$, то канал N минимально искажает (изменяет форму) переносчик такого типа. И если в качестве переносчиков использовать собственные функции соответствующего ООС, то переносчик в наиболее общем виде можно записать так:

$$f\,(a,\,\nu,\,s;\,t) = a\,\,T_t^s\,\varphi_\nu\,(t,\,\lambda), \tag{15}$$

где a — амплитуда; ν — порядок; s — обобщенная фаза; $\varphi_\nu\,(t,\,\lambda)$ — собственные функции ООС; λ — обобщенная частота.

Пример 1. Пусть

$$N = A\left(\frac{d}{dt}\right) = \sum a_k\,\frac{d^k}{dt^k}.$$

Тогда

$$\Phi\,(t,\,\lambda) = A\,(\lambda)\,e^{\lambda t};\quad f\,(a,\,\lambda,\,s;\,t) = a\,U^s\,e^{\lambda t} = a\,e^{\lambda t + \psi},$$

где $\psi = \lambda s$. При $\lambda = i\omega$ получаем обычные синусоидальные переносчики.

Пример 2. Если

$$N = A\left(t\,\frac{d}{dt}\right) = \sum a_k\left(t\,\frac{d}{dt}\right)^k,$$

то

$$\Phi\,(t,\,\lambda) = A\,(\lambda)\,t^\lambda;\quad f\,(a,\,\lambda,\,s;\,t) = a\,T^s\,t^\lambda = a\,(t\,s)^\lambda.$$

Пример 3. Пусть

$$N = A(B),$$

где $B = \dfrac{d^2}{dt^2} - \dfrac{p^2 - \frac{1}{4}}{t};\ |p| \geqslant \dfrac{1}{2}$. Тогда

$$\Phi\,(t,\,\lambda) = A\,(\lambda)\,j_p\,(t\lambda);\quad f\,(a,\,p,\,\lambda,\,s;\,t) = a\,T^s\,j_p\,(t\,\lambda) = a\,j_p\,(s\,\lambda)\,j_p\,(t\,\lambda),$$

где

$$j_p\,(t\,\lambda) = \sum_{k=0}^{\infty}(-1)^k\,\frac{\Gamma\,(p+1)}{\Gamma\,(p+k+1)\,k!}\left(\frac{\lambda\,t}{2}\right)^{2k}.$$

Модуляция и демодуляция. Из соотношения (15) следует, что можно модулировать четыре параметра переносчика, получая соответствующие виды модуляции. Используя теорию ООС, можно построить основы теории модуляции любого ортогонального переносчика. Операции модуляции в общем случае можно записать следующим образом:

$$M\,[\varphi,\,\Theta\,r] = \widetilde{R}^{-1}\,\{T_\lambda^u\,\widetilde{R}\,[\Theta\,r\,(t)]\}, \tag{16}$$

где M — оператор модуляции; φ — переносчик; Θ — некоторый оператор, определяющий вид модуляции; T^{μ} — ООС в пространстве $L^2(R_{\lambda,\rho})$; $\widetilde{R}$ — оператор $\widetilde{R}$-преобразования [5]; $r(t)$ — информационная функция. Во временной области модуляция — это операция умножения переносчика на преобразованную информационную функцию. Таким образом, для амплитудной модуляции имеем

$$M_a[\varphi, r] = a[1 + m r(t)]\overline{\varphi(t, \mu)}, \tag{17}$$

где m — индекс модуляции.

Обобщенная фазовая модуляция описывается выражением

то получим обобщенную частотную модуляцию. Используя соотношения (17), (18), можно получить спектры модулированных сигналов:

$$\widetilde{R}\{M_a[\varphi, r]\} = a[T_{\lambda}^{\mu}\delta_{\rho}(\lambda, \mu_0) + m T_{\lambda}^{\mu} R(\lambda)]; \tag{19}$$

здесь $\delta_{\rho}(\lambda, \mu_0) = \int\limits_{R} \overline{\varphi(t, \lambda)}\, dt$. В том случае, когда

$$\varphi\overline{(t\,\mu)} = \sum_{k=0}^{\infty} a_k t^k \mu^k,$$

спектр фазово-модулированного сигнала имеет вид

$$\widetilde{R}\{M_{\Phi}[\varphi, \varphi[r, \mu]]\} = \sum_{k=0}^{\infty} a_k \mu^k T_{\lambda}^{\mu} R_k(\lambda), \tag{20}$$

где

$$R_k(\lambda) = \int\limits_{R_{\lambda}} R_{k-1}(\mu)\, \widetilde{T}_{\lambda}^{\mu} R(\lambda)\, d\rho(\mu);$$

$$R_i(\lambda) = \int\limits_{R_{\lambda}} r^i(t)\, \overline{\varphi(t, \lambda)}\, dt; \quad i = \overline{0, \infty}.$$

Аналогичный спектр имеет и частотно-модулированный сигнал. Операцию демодуляции можно записать следующим образом:

$$M^{-1}[\varphi, \Theta r] = \widetilde{R}^{-1}\{(T_{\lambda}^{\mu})^{-1} H_{\mu}(\lambda)\}, \tag{21}$$

где M^{-1} — оператор демодуляции; $(T^{\mu})^{-1}$ — оператор, обратный ООС; $H_{\mu}(\lambda)$ — спектр модулированного сигнала.

В том случае, когда модулирующая функция является случайной, первостепенной становится задача нахождения ковариации и спектра ковариации модулированного сигнала. Для случая амплитудной модуляции эта задача решается просто. Результат можно представить в виде

$$r_{\overset{\circ}{y}}(t, s) = a^2 n^2 \varphi(t, \mu)\, \overline{\varphi(s, \mu)}\, r_{\overset{\circ}{x}}(t, s), \tag{22}$$

где $r(t, s)$ и $r_{\overset{\circ}{x}}(t, s)$ — ковариации пульсаций модулированного сигнала и информационной функции соответственно; a — амплитуда, n — индекс модуляции.

В случае фазовой модуляции задача существенно усложняется, поскольку над информационной функцией $x(t, \omega)$ производится нелинейное преобразование, определяемое соотношением

$$y(t, \omega) = \overline{\varphi[x(t, \omega), \mu]\,\varphi(t, \mu)}. \qquad (23)$$

Общий метод решения подобной задачи разработан Винером [10] только для случая, когда информационная функция является линейным преобразованием стационарного «белого» шума:

$$x(t, \alpha) = \int_{-\infty}^{\infty} \Phi(t+\tau)\, d\,Z(\tau, \alpha). \qquad (24)$$

Запишем выражение (23) в виде

$$y(t, \alpha) = f\left[a \int_{-\infty}^{\infty} \Phi(t+\tau)\, d\,Z(\tau, \alpha)\right]. \qquad (25)$$

Используя результаты работы [11], для ковариации и спектра ковариации процесса $y(t, \alpha)$ получим выражения:

$$B(t) = \sum_{\mu=0}^{\infty} \frac{|d_\mu|^2}{\mu!}\,[h(t)]^{\mu}; \qquad (26)$$

$$S(\nu) = \sum_{\mu=0}^{\infty} \frac{|d_\mu|^2}{\mu!}\,H_\mu(\nu), \qquad (27)$$

где

$$h(t) = \int_{-\infty}^{\infty} \Phi(t+\tau)\,\Phi(\tau)\,d\tau;$$

d_μ — известные коэффициенты;

$$H_\mu(\nu) = \frac{1}{2\pi} \int_{-\infty}^{\infty} [h(t)]^{\mu}\, e^{-i\nu t}\, dt = G\,[h(t)]^{\mu}.$$

Пример 1. Пусть $\varphi(t, \mu) = \cos\mu t$. Тогда спектр амплитудно-модулированного синусоидального переносчика имеет вид

$$G\{A\,[\cos\mu t, r]\} = \frac{a}{2}\,[\delta(\lambda-\mu) + \delta(\lambda+\mu) + m\,R(\lambda-\mu) + m\,R(\lambda+\mu)].$$

Пример 2. Пусть $\varphi(t, \mu) = e^{it\mu}$. Фазово-модулированный сигнал описывается выражением

$$\gamma(t) = e^{-i\mu[t + r(t)]}.$$

При этом его спектр представляем так:

$$\Gamma(x) = \sum_{k=0}^{\infty} \frac{(-i\mu)^k}{k!}\,R_k(\lambda+\mu).$$

Селекция сигналов. На основании свойств функций переносчиков (15) можно установить, что в системах, использующих такие переносчики, возможны следующие типы линейной селекции: обобщенная частотная селекция, обобщенная фазовая селекция и селекция по порядку переносчика. При этом оказывается, что обобщенная частотная селекция может быть осуществлена двумя путями в зависимости от свойств ортогональности переносчика: путем обобщенного гетеродинирования (переносчики ортогональны на конечном интервале) и путем обобщенной фильтрации (переносчики ортогональны на бесконечном интервале). Операции гетеродинирования и фильтрации описываются следующими соотношениями:

$$\Gamma_f = \int_I f(t) \frac{\varphi_\nu (t, \alpha_n)}{\sqrt{g_I(\alpha_n, \alpha_n)}} dt = \begin{cases} y_k(t); & k = n; \\ 0; & k \neq n; \end{cases} \tag{28}$$

$$\Phi f = \int_R f(s) g_\Lambda (t, s) ds = \begin{cases} y_\mu (t); & \mu \in \Lambda; \\ 0; & \mu \notin \Lambda, \end{cases} \tag{29}$$

где f — сигнал; I — интервал ортогональности; α_n — «частота» n-го канала; $y(t)$ — сообщение,

$$g_I(\alpha, \beta) = \int_I \varphi(t, \alpha) \varphi(t, \beta) dt;$$

$$g_\Lambda (t, s) = \int_\Lambda \varphi(t, \lambda) \overline{\varphi(s, \lambda)} d\rho(\lambda);$$

Λ — полоса μ-го канала.

ВЫВОДЫ

В статье дана сжатая характеристика некоторых результатов одного из направлений исследования возможностей расширения теоретических основ телеизмерения в такой степени, что они позволили рассматривать с единых позиций детерминированные, стационарные и широкий класс нестационарных процессов в линейных системах с постоянными и переменными параметрами. Развивается единый подход к изучению сигналов и их преобразователей и показывается необходимость согласования моделей сигнала и канала в смысле выбора их из одного класса вариантности, описывается зависимость их характеристик от времени. В случае стационарных сигналов на это согласование не акцентировалось внимания вследствие того, что оно получалось автоматически в результате выбора каналов передачи и преобразователей сигналов с постоянными параметрами.

В работе получено:

а) обоснование дискретного отбора (получена теорема отсчетов) и импульсной передачи для широкого класса нестационарных сигналов как моделей исследуемых процессов;

б) ортогональное разложение (по системам ортонормированных функций), необходимое при оптимальном согласовании сигналов и каналов передачи измерительных данных с целью получения минимальных искажений при передаче, а также при выборе оптимального вида модуляции сложных (негармонических) переносчиков информации (см., например, [12]) и метода кодирования измерительных данных [13].

Выявлены возможности:

а) перенесения геометрических представлений (потенциальная помехоустойчивость по Котельникову, идеальный наблюдатель) и среднеквадратической оценки приближения при восстановлении сигналов на классы нестационарных сигналов;

б) обоснования негармонических разложений, что при необходимости различать сложные колебания между собой или на фоне помех позволяет обойтись меньшим количеством характеризующих сигналы и помехи параметров [14];

в) использования развитой теории как базы для получения информационных показателей [15] измерительных и телеизмерительных систем при нестационарных потоках информации;

г) введения понятия состояния для неинвариантного исследуемого объекта или системы и применения к такой модели общих закономерностей теории измерительных информационных систем [16].

ЛИТЕРАТУРА

1. Д. Миддлтон. Очерки теории связи. М., «Советское радио», 1966.
2. Я. П. Драган, Я. А. Дубров, В. Н. Михайловский. Анализ линейных систем и нестационарных процессов.— В сб. «Вопросы передачи информации», вып. 2. Киев, «Наукова думка», 1963.
3. И. М. Гельфанд, Д. А. Райков, Г. Е. Шилов. Коммутативные нормированные кольца. М., Физматгиз, 1960.
4. Л. А. Задэ, К. С. Миллер. Основы теории линейных многоканальных систем.— В кн. «Теория информации и ее приложения». М., Физматгиз, 1959.
5. Я. П. Драган, Я. А. Дубров, В. Н. Михайловский. Некоторые общие свойства линейных преобразований. — В сб. «Вопросы передачи информации», вып. 2. Киев, «Наукова думка», 1963.
6. Б. М. Левитан. Операторы обобщенного сдвига и их некоторые применения. М., Физматгиз, 1962.
7. A. Ducrocg. Logigue general des systemes et des effets. Dunod, 1960.
8. Я. А. Дубров, Я. П. Драган. Обобщенная теорема отсчетов и идеальный фильтр — В сб. «Вопросы передачи информации», вып. 1. Киев, Изд-во АН УССР, 1962.
9. Я. П. Драган. Общая теорема отсчетов для стационарных систем.— В сб. «Вопросы передачи информации», вып. 1. Киев, Изд-во АН УССР, 1962.
10. А. Винер. Нелинейные задачи в теории случайных процессов. М., Изд-во иностр. лит., 1961.
11. Я. А. Дубров, Я. П. Драган. О нелинейных преобразованиях случайного процесса типа брауновского движения.— В сб. «Вопросы передачи информации», вып. 3. Киев, «Наукова думка», 1964.
12. А. Белард. Новый метод уплотнения каналов связи.— В сб. «Зарубежная радиоэлектроника», 1963, № 12.
13. Г. А. Шастова. Кодирование и помехоустойчивость передачи телемеханической информации. М., «Энергия», 1966.
14. А. Л. Зиновьев, Л. И. Филиппов. Методы аналитического выражения радиосигналов. М., «Высшая школа», 1966.
15. В. Н. Михайловский. Показатели оценки и возможность повышения качества телеизмерительных систем.— Труды I Международного конгресса ИФАК. М., Изд-во АН СССР, 1960.
16. Б. В. Карпюк, М. П. Цапенко. Об измерительных информационных системах.— Автометрия, 1965, № 2.

Поступила в редакцию
29 мая 1967 г.,
окончательный вариант —
23 июля 1967 г.