ЛИТЕРАТУРА

1. А. Н. Домарацкий, Л. Н. Иванов, Е. Н. Карышев, Б. С. Синицын. Дискретная измерительная корреляционная система. Новосибирск, «Наука», 1965.
2. А. А. Косякин. Учет эффекта квантования по уровню при статистическом анализе замкнутых цифровых автоматических систем.— Автоматика и телемеханика, 1966, № 5.
3. В. М. Ефимов. О корреляционной функции погрешности дискретности.— Автометрия, 1965, № 5.

Поступило в редакцию
2 декабря 1966 г.

УДК 681.2.08

В. М. ЕФИМОВ

(Новосибирск)

ОБ ОЦЕНКЕ КОРРЕЛЯЦИОННОЙ ФУНКЦИИ ШУМА КВАНТОВАНИЯ ПО УРОВНЮ

В [1] получена асимптотическая формула для оценки корреляционной функции шума квантования по уровню при $\tau \to 0$:

$$R_\xi(\tau) = \frac{\Delta^2}{12} - \frac{1}{2}\Delta\overline{|y|} + \frac{1}{2}\overline{y^2}, \tag{1}$$

где Δ — шаг квантования по уровню; $\overline{|y|}$, $\overline{y^2}$ — первый абсолютный момент и дисперсия приращения $y = x_\tau - x$ квантуемой величины x на отрезке времени τ. Область применения оценки (1) можно расширить, вычислив к ней поправку. Воспользуемся для этого разложением зависимости шума квантования в ряд Фурье (см., например, [2]):

$$\xi(x) = \frac{\Delta}{\pi}\sum_{m=1}^{\infty}\frac{(-1)^m}{m}\sin 2\pi m\frac{x}{\Delta}. \tag{2}$$

На основании (2) произведение $\xi(x)\,\xi(x_\tau)$ можно представить в виде

$$\xi(x)\,\xi(x_\tau) = r(\tau) + \varepsilon(\tau), \tag{3}$$

где

$$r(\tau) = \frac{\Delta^2}{2\pi^2}\sum_{k=1}^{\infty}\frac{1}{k^2}\cos 2\pi k\frac{x_\tau - x}{\Delta};$$

$$\varepsilon(\tau) = -\frac{\Delta^2}{2\pi^2}\sum_{k=1}^{\infty}\frac{1}{k^2}\cos 2\pi k\frac{x_\tau + x}{\Delta} + \frac{\Delta^2}{\pi^2}\sum_{\substack{k,m=1\\ k\neq m}}^{\infty}\frac{(-1)^{k+m}}{km}\times$$

$$\times\sin 2\pi k\frac{x_\tau}{\Delta}\sin 2\pi m\frac{x}{\Delta}.$$

Для определения корреляционной функции шума квантования необходимо вычислить математические ожидания слагаемых в (3). Для первого слагаемого $r(\tau)$ имеем

$$\bar{\bar{r}}(\tau) = \frac{\Delta^2}{2\pi^2} \sum_{k=1}^{\infty} \frac{1}{k^2} \int \cos 2\pi k \frac{y}{\Delta} \varphi(y)\, dy = \frac{\Delta^2}{4\pi^2} \sum_{k \neq 0} \frac{1}{k^2} \varphi\left(\frac{2\pi}{\Delta} k\right), \quad (4)$$

$$\overline{\xi^2}(x) = \frac{\Delta^2}{12} + \frac{\Delta^2}{\pi^2} \sum_{k=1}^{\infty} \frac{(-1)^k}{k^2} \cos 2\pi k \frac{x}{\Delta}.$$

Поэтому

$$\bar{\varepsilon}(0) = \frac{\Delta^2}{\pi^2} \sum_{k=1}^{\infty} \frac{(-1)^k}{k^2} \int \cos 2\pi k \frac{x}{\Delta} f(x)\, dx = \frac{\Delta^2}{2\pi^2} \sum_{k \neq 0} \frac{(-1)^k}{k^2} f\left(\frac{2\pi}{\Delta} k\right),$$

где $f(x)$ — плотность вероятности квантуемой величины; $f\left(\frac{2\pi}{\Delta} k\right)$ — значение характеристической функции квантуемой величины при $t = \frac{2\pi}{\Delta} k$.

При большой относительной скорости затухания характеристической функции квантуемой величины, т. е. при достаточно малой величине интервала квантования Δ по сравнению со среднеквадратическим отклонением x $\bar{\varepsilon}(0) \ll \bar{\bar{r}}(0)$. В связи с этим для оценки корреляционной функции шума квантования можно использовать первое слагаемое (3), т. е.

$$R_{\xi}(\tau) \cong \bar{\bar{r}}(\tau),$$

где $\bar{\bar{r}}(\tau)$ определяется формулой (4). Заметив, что

$$\frac{\Delta^2}{\pi^2} \sum_{k=1}^{\infty} \frac{1}{k^2} \cos 2\pi k \frac{y}{\Delta} = \frac{\Delta^2}{12} - \frac{1}{2} \Delta |y| + \frac{1}{2} y^2 \qquad (-\Delta \leqslant y \leqslant \Delta),$$

формулу (4) можно привести к виду

$$\bar{\bar{r}}(\tau) = 2 \sum_{k=0}^{\infty} \int_{k\Delta}^{(k+1)\Delta} \left(\frac{\Delta^2}{12} - \frac{1}{2}\Delta(y - k\Delta) + \frac{1}{2}(y - k\Delta)^2\right) \varphi(y)\, dy =$$

$$= \frac{\Delta^2}{12} - \frac{1}{2} \Delta \overline{|y|} + \frac{1}{2} \overline{y^2} + 2 \sum_{k=1}^{\infty} \Delta \left[k\Delta \int_{k\Delta}^{\infty} \varphi(y)\, dy - \int_{k\Delta}^{\infty} y \varphi(y)\, dy\right]. \quad (5)$$

Из сопоставления (1) и (5) следует, что оценка (1) описывает асимптотическое поведение $\bar{\bar{r}}(\tau)$ при малых τ. В частном случае нормального распределения x, используя формулу для плотности вероятности приращения (см., например, [1]), получим

$$\bar{\bar{r}}(\tau) = \frac{\Delta^2}{12} \left\{1 - \frac{12}{\sqrt{\pi}} \alpha + 12\alpha^2 + 24 \sum_{k=1}^{\infty} \left[k\left(\frac{1}{2} - \Phi\left(\frac{k}{\sqrt{2}\,\alpha}\right)\right) - \frac{\alpha}{\sqrt{\pi}} \exp\left[-\frac{k^2}{4\alpha^2}\right]\right]\right\}, \quad (6)$$

где $\alpha=\frac{\sigma}{\Delta}\sqrt{1-\rho(\tau)}$; σ — среднеквадратическое отклонение x; $\rho(\tau)$ — нормированная корреляционная функция x. Формула (6) является иным представлением выражения (22) [2]

$$R_{\xi}(\tau)=\frac{\Delta^2}{2\pi^2}\sum_{k=1}^{\infty}\frac{1}{k^2}\exp\left[-4\pi^2k^2(1-\rho(\tau))\frac{\sigma^2}{\Delta^2}\right], \qquad (7)$$

так как подстановка значений характеристической функции приращения $\varphi\left(\pm\frac{2\pi}{\Delta}k\right)=$ $=\exp\left[-4\pi^2k^2(1-\rho(\tau))\frac{\sigma^2}{\Delta^2}\right]$ в правую часть (4) дает совпадающий с (7) результат. Соотношениями (1) и (6) удобно пользоваться при малых значениях τ, когда сходимость формулы (7) медленная.

ЛИТЕРАТУРА

1. В. М. Ефимов. О корреляционной функции погрешности дискретности.— Автометрия, 1965, № 5.
2. А. А. Косякин. Статистическая теория квантования по уровню.— Автоматика и телемеханика, 1961, т. XXII, № 6.

Поступило в редакцию
10 апреля 1967 г.

УДК 615.47 : 616.831—073.97(088.8)

И. П. ЕМЕЛЬЯНОВ, М. И. ПРИГАРИН

(Новосибирск)

О ПРИМЕНЕНИИ АНАЛОГОВЫХ ВЫЧИСЛИТЕЛЬНЫХ МАШИН ДЛЯ АВТОМАТИЧЕСКОГО АНАЛИЗА ЭЛЕКТРОЭНЦЕФАЛОГРАММ

В настоящее время при использовании вычислительной техники для анализа электроэнцефалограмм (ЭЭГ) отчетливо наметились два направления. Широкое применение находят, с одной стороны, специализированные вычислительные устройства (частотные анализаторы ритмов ЭЭГ, интеграторы, периодметры и др.), с другой — электронные цифровые вычислительные машины (ЭЦВМ).

Аналоговые вычислительные машины (АВМ) до последнего времени не применялись для анализа ЭЭГ. Между тем техническая возможность использования АВМ для обработки ЭЭГ имеется благодаря тому, что частотные характеристики большей части решающих элементов АВМ включают в себя частотный диапазон основных ритмов ЭЭГ от 2 до 50 *гц*. Так, полоса пропускания усилителя постоянного тока (УПТ), используемого в АВМ типа МН-7 при коэффициенте передачи $K=1$, составляет 0—150 *гц*.

Достоинства АВМ и их преимущества перед цифровыми машинами общеизвестны. Для электроэнцефалографических исследований наиболее существенные преимущества АВМ по сравнению с ЭЦВМ заключаются: 1) в невысокой стоимости по сравнению с ЭЦВМ, что позволяет сделать АВМ непосредственным инструментом экспериментатора; 2) в простоте стыковки с электроэнцефалографом; 3) в возможности получать и использовать результаты обработки ЭЭГ непосредственно в процессе эксперимента; 4) в простоте реализации различных алгоритмов обработки ЭЭГ.

Решающие элементы, из которых строится АВМ, позволяют с высокой степенью точности (не менее 1—2%) производить в непрерывной форме основные математиче-