АКАДЕМИЯ НАУК СССР
СИБИРСКОЕ ОТДЕЛЕНИЕ
АВТОМЕТРИЯ

№ 3 1968

ИЗМЕРИТЕЛЬНЫЕ ПЕРВИЧНЫЕ ПРЕОБРАЗОВАТЕЛИ (ДАТЧИКИ)

УДК 621.317.39.084.2

А. Г. КОЗАЧОК, Ю. Н. СОЛОДКИН

(Новосибирск)

МЕТОД РАСЧЕТА ПОГРЕШНОСТЕЙ ПЕРВИЧНЫХ ПРЕОБРАЗОВАТЕЛЕЙ ПРИ ИЗМЕРЕНИИ ДЕЙСТВУЮЩЕГО ЗНАЧЕНИЯ СИГНАЛОВ

Первичный измерительный преобразователь можно представить в виде четырехполюсника, на входе которого действует сигнал $f_{\text{вх}}(t)$, а с выхода снимается сигнал $f_{\text{вых}}(t)$, причем

$$f_{\text{вых}}(t) = W f_{\text{вх}}(t), \tag{1}$$

где W — коэффициент передачи преобразователя.

Если W зависит от частоты, входной сигнал искажается преобразователем, что приводит к погрешности при измерении. Для определения искажений сигнала при прохождении через частотнозависимую цепь используется спектральный анализ [1, 2]. Входной сигнал представляют в виде спектра

$$f_{\text{вх}}(t) = A_0 + \sum_{n=1}^{\infty} A_n \sin(n\omega t + \varphi_n), \tag{2}$$

где A_n — коэффициенты ряда Фурье. При этом действующее значение входного сигнала определяется как

$$A_{\partial.\,\text{вх}} = \sqrt{\sum_{n=0}^{\infty} A_{\partial\, n}^2}, \tag{3}$$

где $A_{\partial\, n}$ — действующее значение n-й гармоники.

Затем из (1) получают спектральную функцию выходного сигнала

$$f_{\text{вых}}(t) = A_0 W(0) + \sum_{n=1}^{\infty} A_n W(n\omega) \sin[n\omega t + \varphi_n + \varphi(n\omega)]; \tag{4}$$

тогда

$$A_{\partial.\,\text{вых}} = \sqrt{\sum_{n=0}^{\infty} W^2(n\omega) A_{\partial\, n}^2}. \tag{5}$$

Относительную погрешность при измерении действующего значения можно определить следующим выражением:

$$\delta = 1 - \frac{1}{W_п} \frac{A_{д.\,вых}}{A_{д.\,вх}}, \tag{6}$$

где $W_п$ — коэффициент передачи в полосе пропускания, относительно которого отсчитывается погрешность.

Так как погрешность δ зависит от вида входного сигнала, то для ее расчета в каждом конкретном случае приходится раскладывать входной сигнал в ряд Фурье (2), определять его действующее значение (3), находить спектральную функцию и действующее значение выходного сигнала (4), (5) и только после этого можно определить погрешность измерения δ. Такой путь приводит к громоздким выкладкам и вычислениям.

Нам представляется полезным произвести систематизацию входных воздействий, выделить группы наиболее характерных и часто встречающихся на практике сигналов и рассчитать для них погрешность измерения δ. В результате, как будет показано, могут быть получены графические зависимости, связывающие между собой параметры преобразователя и входного сигнала с величиной допустимой погрешности измерения.

В качестве типовых сигналов могут быть выбраны прямоугольные, треугольные, трапецеидальные и синусоидальные импульсы [3—5]. Эти сигналы, с одной стороны, охватывают довольно широкий класс входных воздействий и часто встречаются в практике измерения (например, различного рода удары хорошо интерпретируются синусоидальными импульсами [6]). С другой стороны, перечисленные сигналы довольно просто выражаются аналитически. Для них и был проведен расчет динамических погрешностей. Покажем метод расчета на примере прямоугольных и треугольных импульсов (рис. 1).

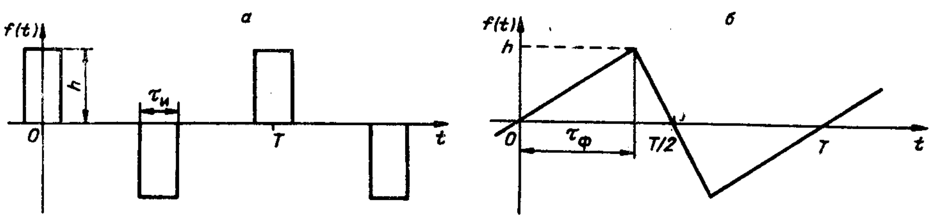

Рис. 1.

Ряд Фурье (2) для прямоугольных импульсов имеет вид

$$f(t) = \frac{4}{\pi} h \left(\frac{\sin \omega \frac{\tau_и}{2}}{1} \cos \omega t + \frac{\sin 3\omega \frac{\tau_и}{2}}{3} \cos 3\omega t + \ \ldots \right), \tag{7}$$

а для треугольных

$$f(t) = \frac{2h}{\omega^2 \tau_ф \left(\frac{T}{2} - \tau_ф \right)} \left(\frac{\sin \omega \tau_ф}{1^2} \sin \omega t + \frac{\sin 2\omega \tau_ф}{2^2} \sin 2\omega t + \ldots \right). \tag{8}$$

Практически число членов суммы (7) и (8) конечно, так как амплитудами гармоник, начиная с некоторого числа m, можно пренебречь. Определим, каким числом m слагаемых можно ограничиться, чтобы погрешность, равная

$$\varepsilon = 1 - \sqrt{\frac{\sum_{n=0}^{m} A_{\partial\, n}^2}{\sum_{n=0}^{\infty} A_{\partial\, n}^2}}, \tag{9}$$

не превышала допустимой. На рис. 2 построено семейство $m = f(\tau_и)$ для прямоугольных импульсов (кривые *1*) при трех значениях допустимой погрешности: 2, 5, 10% и аналогичное семейство $m = f(\tau_ф)$ для треугольных импульсов (кривые *2*). Эти кривые позволяют определить число m слагаемых частичного ряда Фурье, т. е. ширину спектра измеряемого сигнала при заданной погрешности в зависимости от длительности прямоугольных импульсов $\tau_и$ или от длительности фронта $\tau_ф$, характеризующего треугольный импульс. Из рис. 2, например, видно, что сходимость ряда Фурье для прямоугольных импульсов резко ухудшается при $\tau_и < 0{,}1\ T$. Можно сделать вывод, что для импульсов, длительность которых составляет сотые доли периода и меньше, использование ряда Фурье нецелесообразно. В этом случае следует переходить к интегралу Фурье или преобразованию Лапласа.

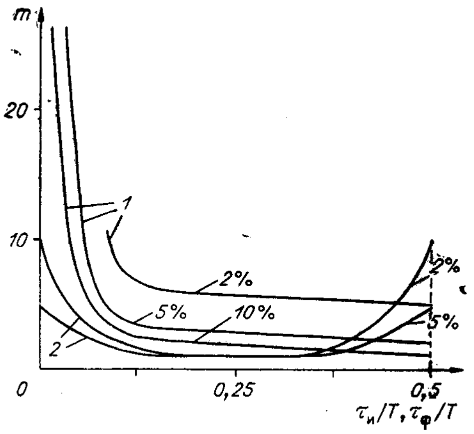

Рис. 2.

Полученные графические зависимости (см. рис. 2) являются исходными для расчета динамических погрешностей.

Рассмотрим преобразователь первого порядка. Динамическая характеристика такого преобразователя выражается дифференциальным уравнением вида

$$\tau \dot{y} + y = kx, \tag{10}$$

где τ — постоянная времени; $y = y(t)$ — выходной сигнал; k — коэффициент пропорциональности; $x = x(t)$ — входной сигнал преобразователя.

В первом приближении такими преобразователями являются термопары, некоторые типы датчиков давления и др.

Амплитудно-частотная характеристика преобразователя выражается следующим образом:

$$W(\omega) = \frac{k}{\sqrt{(\omega\tau)^2 + 1}}. \tag{11}$$

Относительную погрешность при измерении действующего значения (6) для преобразователя первого порядка запишем так:

$$\delta = 1 - \frac{1}{W_п} \sqrt{\frac{\sum_{n=0}^{\infty} \frac{k}{(n\,\omega\,\tau)^2 + 1} A^2_{\partial\, n}}{\sum_{n=0}^{\infty} A^2_{\partial\, n}}}, \qquad (12)$$

причем

$$W_п = \frac{k}{\sqrt{(\omega_п\, \tau)^2 + 1}}.$$

Выбор $\omega_п$, вообще говоря, произволен. Физический смысл $\omega_п$ сводится к тому, что на этой частоте производится градуировка выходного прибора при синусоидальном входном сигнале

$$x\,(t) = X\,\cos \omega_п\, t.$$

Желательно определить $\omega_п$ так, чтобы $\delta = 0$. Тогда из (12) следует

$$\omega_п = \frac{1}{\tau} \sqrt{\frac{\sum_{n=0}^{\infty} A^2_{\partial\, n}}{\sum_{n=0}^{\infty} \frac{A^2_{\partial\, n}}{(n\,\omega\,\tau)^2 + 1}} - 1}. \qquad (13)$$

Таким образом, чтобы вычислить оптимальную величину $\omega_п$, необходимо знать входной сигнал $x(t)$ (его гармонические составляющие) и постоянную времени преобразователя τ. Приведем один пример. Пусть

$$x(t) = N(10\cos 10t + 5\cos 20t), \qquad (14)$$

где N — некоторый постоянный множитель. Если принять $\tau = 1$ *сек*, то на основании (13) имеем $\omega_п \approx 10{,}5$ *рад/сек*. Следовательно, отградуировав выходной прибор при синусоидальном входном сигнале $x(t) = X\cos 10{,}5t$, получим погрешность при измерении действующего значения входных сигналов вида (14) равной нулю.

Практически такие расчеты обычно возможны при контроле нормальной работы объекта измерения в условиях эксплуатации, когда известны гармонические составляющие входного сигнала.

Чаще известен не входной сигнал, а некоторый частотный диапазон входных сигналов. В этом случае выбор оптимальной частоты градуировки $\omega_п$ не дает удовлетворительного результата, так как погрешность δ резко изменяется с изменением частоты сигнала. Тогда остается один выход — взять преобразователь с такой постоянной времени τ, чтобы погрешность δ во всем частотном диапазоне не превышала допустимой величины.

Математически это означает, что нужно решить уравнение (12) относительно τ при заданной погрешности δ. Решим его для выбранных в качестве примера прямоугольных и треугольных импульсов.

Пусть $\omega_п = 0$ и $\delta_{max} = 5\%$. Число слагаемых ряда Фурье ограничим таким образом, чтобы погрешность от пренебрежения остальными членами ряда не превышала $\varepsilon = 5\%$. Тогда суммарная погрешность составит 10%.

Решаем уравнение (12) для нескольких точек кривой $m = f(\tau_и)$ (см. рис. 2). По результатам решения строим кривую зависимости частоте определить необходимую постоянную времени преобразователя.

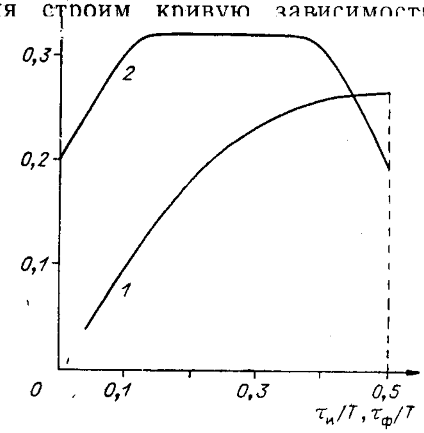

Рис. 3.

Решения и графики, полученные для типовых сигналов, позволяют рассчитать или приблизительно оценить динамическую погрешность первичных преобразователей первого порядка при измерении действующего значения периодических сигналов. На их основе может быть также решена обратная задача — определение постоянной времени преобразователя, если заданы диапазон входных сигналов и допустимая погрешность измерения. Таким образом, предложенный метод расчета позволяет в общем виде решить задачу определения динамических погрешностей первичных преобразователей при измерении действующего значения для широкого класса входных сигналов.

ЛИТЕРАТУРА

1. Л. А. Островский. Основы общей теории электроизмерительных устройств. М.—Л., «Энергия», 1965.
2. E. G. Woschni. Messdynamik. Leipzig, S. Hirzel Verlag, 1964.
3. E. A. Guillemin. Theory of linear physical systems. N. Y., J. Wiley and Sons, 1963.
4. J. T. Boatwright. Random sampling — a statistical measurement approach.— Wescon. Techn. Papers, 1966, № 6.
5. И. И. Теумин. Справочник по переходным электрическим процессам. М., Связьиздат, 1951.
6. М. И. Субботин. Об измерении импульсных ускорений. Автореф. канд. дисс. М., 1965.

Поступила в редакцию
19 октября 1967 г.