АКАДЕМИЯ НАУК СССР
СИБИРСКОЕ ОТДЕЛЕНИЕ
АВТОМЕТРИЯ

№ 3 1968

УДК 62-506.1

В. П. БУДЯНОВ, А. О. ЕГОРШИН
(Новосибирск)

ОПРЕДЕЛЕНИЕ ОДНОГО НЕИЗВЕСТНОГО ПАРАМЕТРА ОБЪЕКТА n-го ПОРЯДКА

Настоящая статья посвящена вопросу идентификации объектов, описываемых линейным дифференциальным уравнением n-го порядка вида

$$\bar{a}_n p^n \bar{y} + \ldots + \bar{a}_1 p \bar{y} + \bar{y} = \bar{k} x (p) \tag{1}$$

или

$$\bar{c}_1 \ldots \bar{c}_n p^n \bar{y} + \ldots + \bar{c}_1 p \bar{y} + \bar{y} = \bar{k} x (p). \tag{2}$$

Здесь и далее для простоты используется преобразование Лапласа, а черта сверху обозначает величины, относящиеся к объекту. Коэффициенты дифференциальных уравнений (1) и (2) являются физическими параметрами объекта, определяющими его динамические свойства (собственные частоты колебаний, затухания и т. д.). При построении самонастраивающихся систем возникает задача определения этих параметров. В данной работе все параметры объекта, кроме одного, считаются заданными. Решается задача измерения одного неизвестного параметра объекта в процессе построения модели, идентичной объекту, при произвольном входном сигнале, подаваемом на входы объекта и модели. Начальные условия объекта и подстраивающейся модели считаются нулевыми.

Обычный метод определения одного коэффициента объекта, описываемого уравнением (1), при известных остальных, основанный на n-кратном интегрировании выходного сигнала объекта (этот метод в работе* называется методом Корбина), является, по сути дела, чисто вычислительным. Его применение для идентификации объекта не позволяет получить модель, выходной сигнал которой соответствовал бы в момент окончания ее подстройки выходному сигналу объекта, а также требует использования дополнительных вычислительных схем, построенных на аналоговых вычислительных устройствах.

Описанная в настоящей статье методика позволяет определять неизвестный параметр объекта непосредственно при помощи подстраивающейся модели, сохраняя основные достоинства метода Корбина: использование произвольного входного сигнала и обеспечение максимально возможного быстродействия.

---

* Приспосабливающиеся автоматические системы. Под ред. Э. Мишкина и Л. Брауна. М., Изд-во иностр. лит., 1963.

При этом рассматривается задача определения коэффициентов a_i для объекта, описываемого дифференциальным уравнением (1), и задача определения коэффициентов $\bar{c}_i$ для случая, когда дифференциальное уравнение объекта имеет вид (2).

Сущность метода, предлагаемого для определения неизвестного параметра объекта, состоит в применении «разомкнутой» или «частично разомкнутой» модели, построение которой обусловливается выбором соответствующего структурного представления объекта. Рассмотрим принцип построения такой модели. Структурную схему объекта (1) можно представить в виде, изображенном на рис. 1. Очевидно, что если известны все коэффициенты объекта, то для построения модели, идентичной объекту, необходимо взять цепь, состоящую из n интеграторов и блоков сравнения, но на блоки сравнения вместо сигналов обратной связи подать выходной сигнал объекта. Такая модель и представлена на рис. 1. Назовем ее разомкнутой моделью.

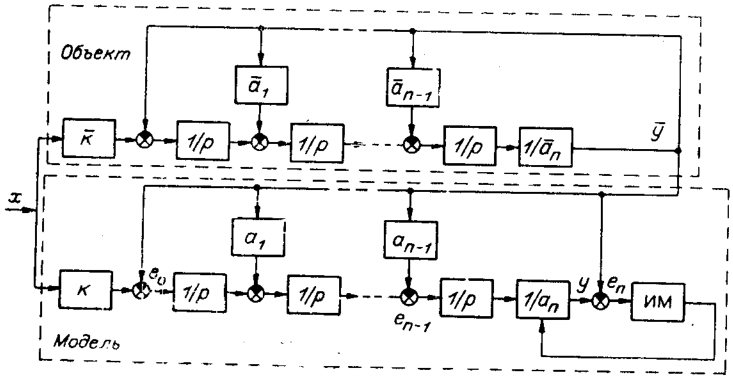

Рис. 1.

Следует отметить, что построение разомкнутой модели, являющейся весьма эффективной при определении неизвестных параметров объекта, накладывает определенные ограничения на время измерения, так как при неточном знании или неточной установке коэффициентов a_i из-за наличия разомкнутой цепи интеграторов на выходе модели будет накапливаться ошибка; последнее обстоятельство будет сказываться на точности измерения. Однако при построении такой модели [в частности, для объекта (2)] оказывается эффективным на некоторые блоки сравнения подавать сигнал не с выхода объекта, а с некоторых точек модели, т. е. создавать в модели внутренние обратные связи. Это ведет к повышению стабильности модели и улучшению условий измерения коэффициентов. В дальнейшем будем называть получаемую в этом случае модель частично разомкнутой. Начальные условия объекта и модели будем считать нулевыми. Для изображения выходного сигнала модели можно записать следующее выражение (см. рис. 1):

$$a_n p^n \bar{y} + a_{n-1} p^{n-1} \bar{y} + \ldots + a_1 p \bar{y} + \bar{y} = kx(p).$$

Запишем значения выходных сигналов e_i соответствующих блоков сравнения. Для выходного сигнала первого блока сравнения имеем

$$e_0(p) = kx(p) - \bar{y}(p). \qquad (3)$$

Подставив в (3) значение $\bar{y}(p)$ из (1), получим

$$e_0(p) = (\bar{a}_n p^n + \bar{a}_{n-1} p^{n-1} + \ldots + a_1 p)\, \bar{y}(p).$$

Аналогично, учитывая равенство параметров объекта и модели, можно записать:

$$\begin{aligned} e_1(p) &= (\bar{a}_n p^{n-1} + \ldots + \bar{a}_3 p^2 + \bar{a}_2 p)\, \bar{y}(p); \\ e_2(p) &= (\bar{a}_n p^{n-2} + \ldots + \bar{a}_3 p)\, \bar{y}(p); \\ &\ldots\ldots\ldots\ldots\ldots\ldots \\ e_k(p) &= (\bar{a}_n p^{n-k} + \ldots + \bar{a}_{k+1} p)\, \bar{y}(p). \end{aligned} \tag{4}$$

Представляет интерес выходной сигнал $e_n(p)$ последнего $(n+1)$-го блока сравнения:

$$e_n(p) = (\bar{a}_n - a_n)\, \bar{y}(p). \tag{5}$$

Следовательно, $e_n = 0$ в момент равенства коэффициентов a_n и $\bar{a}_n$ (при $\bar{y}(p) \neq 0$). Это означает, что выходной сигнал последнего (n-го) интегратора модели пропорционален выходному сигналу объекта, причем коэффициентом пропорциональности служит параметр объекта $\bar{a}_n$

$$\int_0^t e_{n-1}(t)\, dt = \bar{a}_n \bar{y}(t).$$

Это обстоятельство и делает возможным простую подстройку параметра a_n. Исполнительный механизм ИМ изменяет параметр модели a_n до тех пор, пока сигнал e_n не станет равным нулю. В этот момент параметры a_n и $\bar{a}_n$ равны. Определение коэффициента $\bar{a}_n$ этим способом осуществляется при произвольном входном сигнале $x(t)$ и теоретически за любое минимальное время. Существенно также, что подстройка a_n не приводит к рассогласованию начальных условий, т. е. после ее окончания выходные сигналы объекта и модели совпадают и модель оказывается полностью идентичной объекту. Получить аналогичный результат для остальных коэффициентов модели не удается. Однако, воспользовавшись упомянутым выше методом Корбина для измерения любого коэффициента и используя одновременно разомкнутую модель, изображенную на рис. 1, можно построить такую измерительную цепь, выходной сигнал которой будет пропорционален выходному сигналу объекта, а коэффициентом пропорциональности будет подстраиваемый параметр. Для этого по формуле (4) запишем

$$e_{k-1}(p) = \bar{y}(p)\, (\bar{a}_n p^{n-k+1} + \ldots + \bar{a}_{k+1} p^2 + \bar{a}_k p).$$

Отсюда

$$\frac{1}{p^{n-k}} \bar{y}\, \bar{a}_k = \frac{1}{p^{n-k+1}} e_{k-1}(p) - \bar{a}_n \bar{y} - \frac{\bar{a}_{n-1}}{p} \bar{y} - \ldots - \frac{\bar{a}_{k+1}}{p^{n-k-1}} \bar{y}. \tag{6}$$

Таким образом, $\bar{a}_k$ является коэффициентом пропорциональности между сигналом $\frac{1}{p^{n-k}} \bar{y}$ и сигналом, определяемым правой частью выражения (6). Получение таких сигналов на модели достигается простым интегрированием выходного сигнала объекта и умножением его на соответствующие известные коэффициенты уравнения (1). Недостатками при реализации соотношения (6) для определения какого-либо параметра объекта по сравнению с определением параметра $\bar{a}$ по уравнению (5) являются невозможность получения по окончании измерения модели, выходной сигнал которой был бы равен выходному сигналу объекта, а также необходимость использования дополнительных интеграторов.

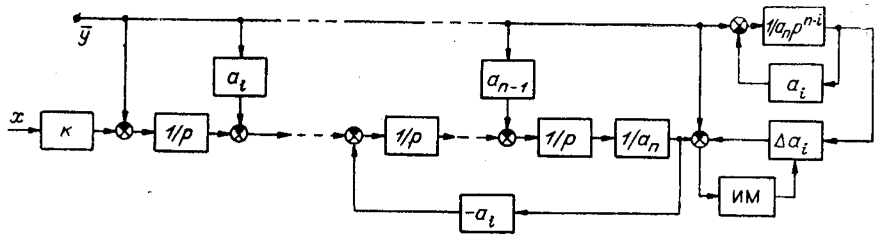

Рис. 2.

Несколько видоизменив структурную схему модели, можно получить модель, более стабильную и требующую меньшего количества дополнительной аппаратуры для определения одного произвольного коэффициента при известных остальных. Такая модель представлена на рис. 2; особенность ее в том, что на вход $(i+1)$-го блока сравнения [при измерении $\bar{a}_i$-го коэффициента объекта (1)] подается выходной сигнал модели y, умноженный на коэффициент $-a_i$. Эта внутренняя обратная связь повышает стабильность выходного сигнала модели. Выходной сигнал этой модели записывается следующим образом:

$$y(p) = \frac{kx(p) - a_{n-1}p^{n-1} + \ldots + a_{i+1}p^{i+1} + a_{i-1}p^{i-1} + \ldots + a_1 p + 1)\bar{y}}{a_n p^n + a_i p^i}.$$

Подставив сюда значение $\bar{y}$ из (1) и считая, что все коэффициенты объекта равны соответствующим коэффициентам модели, кроме $\bar{a}_i$, получим

$$y(p) = \bar{y} + \bar{y}\,\frac{\Delta a_i}{a_n p^{n-i} + a_i},$$

где $\Delta a_i = \bar{a}_i - a_i$.

Сигнал $\Delta\bar{y}(p) = \bar{y}\dfrac{\Delta a_i}{a_n p^{n-i} + a_i}$ выделяется из сигнала $y(p)$ на выходе специального блока сравнения. Таким образом, задача определения параметра $\bar{a}_i$ сводится к вычислению коэффициента усиления Δa_i звена с передаточной функцией

$$W(p) = \frac{\Delta a_i}{a_n p^{n-i} + a_i}.$$

Величину Δa_i легко вычислить по формуле Корбина для коэффициента усиления. Уравнение пропорциональности в этом случае имеет вид

$$\Delta a_i \bar{y} = (a_n p^{n-i} + a_i)\,\Delta y. \tag{7}$$

Перейдем теперь к рассмотрению иного, чем на рис. 1, структурного представления объекта. Пусть дифференциальное уравнение объекта записано в виде (2). Использование уравнения (2) для составления структурной схемы объекта и определение параметра c_i вместо $\bar{a}_i$ позволяют получить результат, принципиально отличный от метода Корбина.

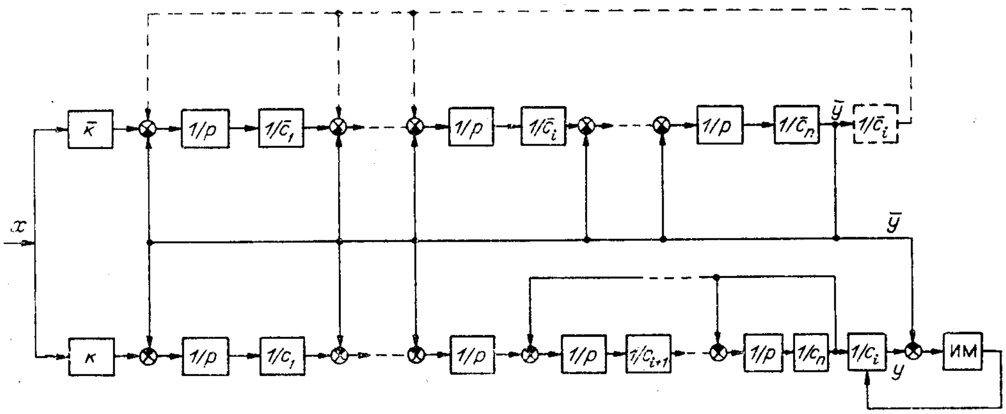

Рис. 3.

На рис. 3 изображена структурная схема объекта, соответствующая уравнению (2), и структурная схема системы с моделью для настройки коэффициента c_i. Построение модели производится следующим образом. Блок умножения на постоянный коэффициент $\frac{1}{c_i}$ может быть перенесен со входа сложного контура, стоящего между этим блоком и выходом объекта, на его выход, как показано на рис. 3 штриховой линией. При этом на первые i блоков сравнения подается попрежнему сигнал обратной связи с выхода объекта $(-\bar{y})$, а на остальные блоки — сигнал, равный $-\bar{y}\,c_i$. После этого на основании изложенного выше принципа построения частично замкнутой модели составление структурной схемы модели очевидно: на первые i блоков сравнения модели поступает выходной сигнал объекта $\bar{y}$, а на остальные подаются сигналы внутренней обратной связи, равные $-y\,c_i$.

Для выходного сигнала модели y может быть записано следующее выражение:

$$y(p) = \frac{kx(p) - (p^{i-1}c_1 \ldots c_{i-1} + \ldots + p\,c_1 + 1)\,\bar{y}(p)}{p^n c_1 \ldots c_n + \ldots + p^i c_1 \ldots c_i}. \tag{8}$$

Подставляя в (8) значение $\bar{y}(p)$ из (2) и учитывая, что все коэффициенты объекта, кроме $\bar{c}_i$, равны соответствующим коэффициентам модели, получим

$$y(p) = \bar{y}(p)\,\frac{\bar{c}_i}{c_i}. \tag{9}$$

Из уравнения (9) видно, что в момент равенства выходных сигналов объекта и модели выполняется также равенство параметров: $\bar{c}_i = c_i$.

Таким образом, добиваясь равенства выходных сигналов посредством изменения с большой скоростью параметра модели c_i, можно измерять неизвестный коэффициент $\bar{c}_i$ теоретически за произвольно малое время. Временем измерения можно считать время, за которое выходные сигналы объекта и модели по абсолютной величине возрастут до значений, которые уже могут быть зафиксированы чувствительными элементами.

Описанный способ определения коэффициентов $\bar{c}_i$ имеет очевидные преимущества. Прежде всего он более универсален, так как позволяет по одной и той же схеме без использования дополнительных блоков измерять любой коэффициент $\bar{c}_i$. Получение замкнутой модели, идентичной объекту, в этом случае также значительно облегчается: для этого достаточно после окончания подстройки неизвестного параметра подать на первые i блоков сравнения модели вместо выходного сигнала объекта $\bar{y}$ выходной сигнал модели y. В результате получим устойчивую модель, начальные условия которой совпадают с начальными условиями объекта. Описанные выше методы определения одного неизвестного параметра были проверены для объектов первого и второго порядков на моделирующей установке МН-7. Эксперимент показал практическую возможность применения принципа разомкнутой модели для измерения как $\bar{c}_i$, так и $\bar{a}_i$. Точность определения коэффициентов $\bar{c}_i$ оказывается выше, чем коэффициентов $\bar{a}_i$. Это обеспечивается тем, что для измерения $\bar{c}_i$ используется модель с большим числом внутренних обратных связей. При соответствующем выборе параметров модели можно обеспечить погрешность измерения не более 2—3% для $\bar{c}_i$ и 5% для $\bar{a}_i$ при изменении параметров объекта примерно в 10 раз. Выбор параметров модели сводится в основном к тому, чтобы значения измеряемого параметра принадлежали верхней части диапазона изменения параметра модели.

ВЫВОДЫ

Применение разомкнутой или частично разомкнутой подстраивающейся модели позволяет определять один неизвестный параметр объекта ($\bar{a}_i$ или $\bar{c}_i$) с достаточно малой погрешностью (2—5% для объектов 1-го и 2-го порядка).

Использование частично разомкнутой модели с системой параметров c_i [см. (2)] дает возможность измерять любой из параметров объекта по одной и той же структурной схеме, причем настройка параметров не приводит к рассогласованию начальных условий.

Предлагаемая методика позволяет определять неизвестный параметр объекта непосредственно в процессе построения модели, идентичной объекту.

Поступила в редакцию
24 августа 1966 г.