

А К А Д Е М И Я Н А У К С С С Р  
СИБИРСКОЕ ОТДЕЛЕНИЕ  
А В Т О М Е Т Р И Я

№ 11

1968

## ЭЛЕКТРОИЗМЕРИТЕЛЬНЫЕ ЦЕПИ

УДК 621.317.7.083.5+621.317.733

П. А. ВЕТЧИНОВ, К. М. СОБОЛЕВСКИЙ

(Новосибирск)

### МЕТОДИКА АНАЛИЗА СТАТИЧЕСКИХ ПОГРЕШНОСТЕЙ КВАЗИУРАВНОВЕШЕННЫХ ИЗМЕРИТЕЛЬНЫХ ЦЕПЕЙ

Одним из важных аспектов теории квазиуравновешенных цепей [1—4] является изучение общих закономерностей, свойственных метрологическим характеристикам этого широкого класса электроизмерительных цепей уравновешивания [5]; к числу указанных характеристик относятся статические погрешности. Выражения для статических погрешностей, определяемые индивидуально для каждой конкретной квазиуравновешенной цепи через ее конкретные параметры, не дают возможности ставить задачи синтеза оптимальных структур цепей. Кроме того, для любой новой цепи такие выражения приходится находить заново путем более или менее полного ее расчета с целью определения реальной функциональной связи между измеряемым, известными и паразитными параметрами (см., например, [6, 7]). Поэтому поиск путей общего анализа статических погрешностей квазиуравновешенных цепей представляет значительный интерес.

Общий подход к анализу статических погрешностей измерения комплексных величин и их составляющих в векторном и скалярном измерительных режимах квазиуравновешенных цепей, основанный на обобщенной трактовке электроизмерительных цепей уравновешивания [1—4], был намечен в [8]. Дальнейшие исследования, проведенные в данном направлении, позволили найти обобщенные выражения статических погрешностей квазиуравновешенных цепей для раздельного измерения заданных составляющих  $P_z$  комплексных величин  $z = x + jy = r \exp j\phi$  в заданных скалярных измерительных режимах  $L_0$ . Найденные обобщенные формулы погрешностей не только могут быть использованы при решении принципиально новых задач синтеза структур квазиуравновешенных цепей, но и существенно облегчают нахождение конкретных погрешностей для конкретных цепей, поскольку последнее требует лишь определения коэффициентов функции  $w = w(z)$ , характеризующей измерительную цепь и выражающей отношение выходных активных величин, используемых для установления ее квазиуравновесия.

В настоящей статье изложена вкратце методика получения указанных обобщенных формул статических погрешностей квазиуравновешенных цепей. Применяя эту методику и пользуясь при этом обобщенными выражениями коэффициентов и свободного члена уравнения заданного квазиуравновесия  $L = L_0$  цепи, характеризуемой заданной функ-

цией  $w$  и условиями осуществимости раздельного измерения заданной составляющей  $P_z$  комплексной величины  $z$  [4, 8], нетрудно, как это видно из приводимого в статье примера, при любом виде  $L_0$ ,  $w$  и  $P_z$  найти необходимое обобщенное выражение статической погрешности.

Будем предполагать, как обычно, что реальные значения величин, характеризующих заданный измерительный режим и известные электрические параметры цепи, мало отличаются от номинальных значений этих величин. При этом, как показано в [8], общее выражение абсолютной статической погрешности  $\Delta P_z$  раздельного измерения составляющей  $P_z$  комплексной величины  $z$  имеет вид

$$\Delta P_z = \sum_{j=e, f, g, h} \left\{ \frac{\partial P_z}{\partial j} \left[ \sum_{i=a, b, c, d} \left( \frac{\partial j}{\partial P_i} \Delta P_i + \frac{\partial j}{\partial P_i^*} \Delta P_i^* \right) + \frac{\partial j}{\partial L_0} \Delta L_0 \right] \right\}_{\substack{L=L_0 \\ e=0 \\ f=0}}. \quad (1)$$

Здесь  $e, f, g, h$  — скалярные коэффициенты  $p, m, n$  и свободный член  $q$  в уравнении заданного квазиравновесия  $L=L_0$ , представляемом в виде

$$p(x^2+y^2)+mx+ny+q=0 \quad (2)$$

или

$$pr^2+(m \cos \varphi + n \sin \varphi)r+q=0, \quad (3)$$

причем через  $e$  и  $f$  условно обозначены те две из величин  $p, m, n$  и  $q$ , которые при идеальном выполнении условий осуществимости раздельного измерения  $P_z$  обращаются в нуль, а через  $g$  и  $h$  — две другие из указанных величин;  $P_a, P_a^*, P_b, P_b^*, P_c, P_c^*, P_d$  и  $P_d^*$  — скалярные составляющие комплексных коэффициентов дробно-линейной функции  $w = \frac{az+b}{cz+d}$ , характеризующей измерительную цепь.

Очевидно [см. выражение (1)], что для нахождения формулы погрешности  $\Delta P_z$  раздельного измерения заданной составляющей  $P_z$  в заданном режиме  $L_0$  необходимо по уравнению квазиравновесия определить величины  $p, m, n$  и  $q$  как функции параметров  $P_a, \dots, P_d$  и  $L_0$  [8], найти частные производные от этих величин по указанным параметрам, а также определить частные производные  $\frac{\partial P_z}{\partial j}$ . На первый взгляд, казалось бы, что последние можно находить, дифференцируя непосредственно уравнения (2), (3). К сожалению, такой путь анализа может привести в данном случае к неточному результату в связи с возможной потерей информации при дифференцировании функций  $x, y, r$  или  $\varphi$  в неявном виде. Поэтому предпочтительнее поиск выражений  $\frac{\partial P_z}{\partial j}$  путем решения уравнений (2) или (3) относительно одной из величин  $x, y$  или  $r, \varphi$ , т. е. путем установления явной зависимости составляющей  $P_z$  комплексной величины  $z$  от  $p, m, n$  и  $q$  и от неизменяемой составляющей  $P_z^*$ :

$$P_z = P_z(p, m, n, q, P_z^*). \quad (4)$$

Для строгости укажем, что на самом деле выражения для  $\frac{\partial x}{\partial j}$ ,  $\frac{\partial y}{\partial j}$  и  $\frac{\partial r}{\partial j}$ , получаемые путем дифференцирования величин  $x, y$  и  $r$

в явном и неявном виде, удачно совпадают, в то время как определяемые этими двумя путями выражения для  $\frac{\partial \varphi}{\partial j}$  не тождественны, причем дифференцирование в неявном виде дает в общем случае неверный результат, поскольку последний не связывается с областью существования величины  $\varphi$ .

Остановимся на специфике установления зависимостей (4).

В общем случае каждое из уравнений (2) или (3) имеет по два решения относительно неизвестных  $x, y$  или  $r, \varphi$ , в то время как реально в каждом конкретном случае должна иметь место единственная для каждой из величин  $x, y, r$  и  $\varphi$  зависимость (4). Определение указанной единственной зависимости оказывается, однако, вполне возможным, если при анализе получаемых решений уравнений (2) или (3) учесть некоторые физические свойства величин, выступающих в качестве исключенных неизвестных.

В частности, решение уравнения (2) относительно неизвестной  $x$  имеет вид

$$x = -\frac{m}{2p} \left( 1 \pm \sqrt{1 - 4p \frac{py^2 + ny + q}{m^2}} \right). \quad (5)$$

По условиям осуществимости раздельного определения составляющей  $x$ , не зависимого от составляющей  $y$ , требуется, чтобы в уравнении (2) величины  $p$  и  $n$  стремились к нулю ( $p \rightarrow 0$  и  $n \rightarrow 0$ ), а коэффициент  $m$  был величиной конечной ( $m \neq 0$ ) [1, 4], поэтому второй член под корнем в формуле (5) стремится к нулю. Учитывая это и воспользовавшись правилом приближенного извлечения корня, найдем

$$x \cong -\frac{m}{2p} \left[ 1 \pm \left( 1 - 2p \frac{py^2 + ny + q}{m^2} \right) \right]. \quad (6)$$

Рассматривая выражение (6), легко видеть, что при знаке «плюс» перед круглыми скобками величина  $x$  при указанных выше соотношениях между  $p, n$  и  $m$  стремится к бесконечности, определяясь к тому же величиной  $p$ , значение которой является неопределенным, так как неравенство этой величины нулю имеет место вследствие неравенства реальных значений величин, характеризующих заданный измерительный режим и известные электрические параметры цепи, их номинальным значениям. В то же время очевидно, что измеряемая величина  $x$  должна иметь вполне определенное конечное значение, выражаемое через основные параметры цепи, а не через погрешности в их значениях. Отсюда следует, что искомой единственной зависимости (4) соответствует в рассматриваемом случае знак «минус» перед круглыми скобками в выражении (6); эта зависимость имеет вид

$$\begin{aligned} x &= -\frac{m}{2p} \left( 1 - \sqrt{1 - 4p \frac{py^2 + ny + q}{m^2}} \right) \cong \\ &\cong -\frac{q}{m} \left[ 1 + (py + n) \frac{y}{q} \right]. \end{aligned} \quad (7)$$

Аналогично, исследуя решение уравнения (2) относительно неизвестной  $y$ , найдем

$$\begin{aligned} y &= -\frac{n}{2p} \left( 1 - \sqrt{1 - 4p \frac{px^2 + mx + q}{n^2}} \right) \cong \\ &\cong -\frac{q}{n} \left[ 1 + (px + m) \frac{x}{q} \right]. \end{aligned} \quad (8)$$

Необходимые для непосредственной подстановки в выражение (1) частные производные от  $x$  или  $y$  по параметрам  $p, m, n, q$  при условии, что  $p=0$  и  $n=0$  или соответственно  $p=0$  и  $m=0$ , выразятся формулами:

$$\begin{aligned}\frac{\partial x}{\partial p} &= -\frac{y^2 + x^2}{m}; \quad \frac{\partial x}{\partial m} = -\frac{x}{m}; \quad \frac{\partial x}{\partial n} = -\frac{y}{m}; \quad \frac{\partial x}{\partial q} = -\frac{1}{m}; \\ \frac{\partial y}{\partial p} &= -\frac{y^2 + x^2}{n}; \quad \frac{\partial y}{\partial m} = -\frac{x}{n}; \quad \frac{\partial y}{\partial n} = -\frac{y}{n}; \quad \frac{\partial y}{\partial q} = -\frac{1}{n}. \quad (9)\end{aligned}$$

Рассматривая формулу (10) с учетом условий  $m \rightarrow 0, n \rightarrow 0, p \neq 0$  и  $q \neq 0$ , замечаем, что первый член формулы и второй член последнего подкоренного выражения стремятся к нулю. Следовательно, величина  $r$  определяется в основном членом  $\pm \sqrt{-\frac{q}{p}}$ . А поскольку модуль комплексного числа всегда больше нуля, то очевидно, что искомой единственной зависимости (4) соответствует в рассматриваемом случае знак «плюс» перед корнем в выражении (10). Если же теперь воспользуемся правилом приближенного извлечения корней, то получим

$$\begin{aligned}r &= \frac{m \cos \varphi + n \sin \varphi}{2p} + \sqrt{-\frac{q}{p}} \sqrt{1 - \frac{(m \cos \varphi + n \sin \varphi)^2}{4pq}} \approx \\ &\approx \sqrt{-\frac{q}{p}} \left( 1 - \frac{m \cos \varphi + n \sin \varphi}{2 \sqrt{-pq}} \right). \quad (11)\end{aligned}$$

Необходимые для непосредственной подстановки в выражение (1) частные производные от  $r$  по параметрам  $p, m, n$  и  $q$  при условии  $m=0$  и  $n=0$  определяются выражениями:

$$\begin{aligned}\frac{\partial r}{\partial p} &= -\frac{r}{2p}; \quad \frac{\partial r}{\partial m} = -\frac{\cos \varphi}{2p}; \quad \frac{\partial r}{\partial n} = -\frac{\sin \varphi}{2p}; \\ \frac{\partial r}{\partial q} &= -\frac{1}{2pr}. \quad (12)\end{aligned}$$

Остановимся, наконец, на решении уравнения (3) относительно неизвестной  $\varphi$ . Выразив в (3) функции  $\sin \varphi$  и  $\cos \varphi$  через функцию  $\operatorname{tg} \varphi$  и введя обозначение

$$\varepsilon = -\frac{pr^2 + q}{r}, \quad (13)$$

после несложных преобразований получим следующее полное квадратное уравнение относительно неизвестной  $\operatorname{tg} \varphi$ :

$$(n^2 - \varepsilon^2) \operatorname{tg}^2 \varphi + 2mn \operatorname{tg} \varphi + m^2 - \varepsilon^2 = 0;$$

его общее решение может быть представлено

$$\operatorname{tg} \varphi = \frac{-mn \pm \varepsilon \sqrt{m^2 + n^2 - \varepsilon^2}}{n^2 - \varepsilon^2}. \quad (14)$$

Рассматривая выражение (14) с учетом условий  $p \rightarrow 0$  и  $q \rightarrow 0$ , легко видеть, что искомый угол  $\varphi$  определяется в основном первым членом числителя, в то время как второй член влияет лишь на погрешность в определении  $\varphi$ . Таким образом, в данном случае в отличие от ранее рассмотренных решений уравнения квазиравновесия относительно величин  $x$ ,  $y$  и  $r$  неопределенность решения уравнения вследствие двойного знака перед одним из членов в формуле (14) не столь существенно влияет на искомый результат. И тем не менее, поскольку нашей целью является определение погрешности, то было бы целесообразно найти единственное решение, удовлетворяющее реальным физическим условиям.

При идеальном выполнении условий  $p=0$  и  $q=0$  искомый угол  $\varphi$  находится из выражения

$$\operatorname{tg} \varphi = -\frac{m}{n}. \quad (15)$$

При этом для  $m \rightarrow 0$  получим  $\operatorname{tg} \varphi \rightarrow 0$ , а для  $n \rightarrow 0$  имеем  $|\operatorname{tg} \varphi| \rightarrow \infty$ . Если же  $\varepsilon \neq 0$ , то, как следует из выражения (14), условия  $\operatorname{tg} \varphi \rightarrow 0$  и  $|\operatorname{tg} \varphi| \rightarrow \infty$  будут иметь место уже при иных значениях  $m$  и  $n$ . Очевидно, что при  $m \rightarrow \varepsilon$  получим  $\operatorname{tg} \varphi \rightarrow 0$ , используя формулу

$$\operatorname{tg} \varphi_+ = \frac{-mn + \varepsilon \sqrt{m^2 + n^2 - \varepsilon^2}}{n^2 - \varepsilon^2}; \quad (16a)$$

по данной формуле при  $n \rightarrow -\varepsilon$  найдем  $|\operatorname{tg} \varphi| \rightarrow \infty$ . Условие  $\operatorname{tg} \varphi \rightarrow 0$  найдем также и при  $m \rightarrow -\varepsilon$ , используя формулу

$$\operatorname{tg} \varphi_- = \frac{-mn - \varepsilon \sqrt{m^2 + n^2 - \varepsilon^2}}{n^2 - \varepsilon^2}; \quad (16b)$$

по данной формуле при  $n \rightarrow \varepsilon$  получим  $|\operatorname{tg} \varphi| \rightarrow \infty$ . Следовательно, поскольку в силу уравнения

$$\frac{m}{\varepsilon} \cos \varphi + \frac{n}{\varepsilon} \sin \varphi = 1 \quad (17)$$

[см. выражения (3) и (13)], рассматриваемого совместно с (14), имеем  $m=\varepsilon$  при  $\varphi=0$ ,  $m=-\varepsilon$  при  $\varphi=\pi$ ,  $n=\varepsilon$  при  $\varphi=\frac{\pi}{2}$  и  $n=-\varepsilon$  при  $\varphi=-\frac{\pi}{2}$ , то формулу (16a) необходимо использовать в том случае, если предполагается, что значение величины  $\varphi$  близко к  $-\frac{\pi}{2}$  или  $0$ , а формулу (16b) необходимо применять тогда, когда  $\varphi$  ожидается вблизи  $\frac{\pi}{2}$  или  $\pi$ .

Для определения степени пригодности формул (16) для использования в диапазонах  $0 < \varphi < \frac{\pi}{2}$  и  $-\pi < \varphi < -\frac{\pi}{2}$  воспользуемся тем

обстоятельством, что в точках  $\frac{\pi}{4}$  и  $-\frac{3\pi}{4}$  имеем  $\operatorname{tg} \varphi = 1$ . Выразим величину  $\frac{m}{\varepsilon}$  через  $\frac{n}{\varepsilon}$ :

$$\frac{m}{\varepsilon} = -\frac{n}{\varepsilon}(1 + \delta),$$

где  $\delta$  — некоторое положительное или отрицательное число; тогда формулу (14) можно записать так:

$$\operatorname{tg} \varphi = \frac{\left(\frac{n}{\varepsilon}\right)^2(1 + \delta) \pm \frac{n}{\varepsilon} \sqrt{2(1 + \delta) + \delta^2 - \left(\frac{\varepsilon}{n}\right)^2}}{\left(\frac{n}{\varepsilon}\right)^2 - 1},$$

откуда при  $|\delta| \ll 1$  и  $\left|\frac{n}{\varepsilon}\right| \gg 1$  найдем:

$$\operatorname{tg} \varphi_+ \approx 1 + \delta + \frac{\varepsilon}{n} \sqrt{2};$$

$$\operatorname{tg} \varphi_- \approx 1 + \delta - \frac{\varepsilon}{n} \sqrt{2}. \quad (18)$$

Учитывая теперь то, что в соответствии с (17)  $\delta = -\frac{\varepsilon}{n} \sqrt{2}$  при  $\varphi = \frac{\pi}{4}$  и  $\delta = \frac{\varepsilon}{n} \sqrt{2}$  при  $\varphi = -\frac{3\pi}{4}$ , и сопоставляя эти условия с выражениями (18), устанавливаем пригодность формулы (16а) для использования в диапазоне  $0 < \varphi < \frac{\pi}{2}$ , а формулы (16б) в диапазоне  $-\pi < \varphi < -\frac{\pi}{2}$ .

Аналогичный анализ применимости формул (16) произведем и для точек  $\frac{3\pi}{4}$  и  $-\frac{\pi}{4}$ , где  $\operatorname{tg} \varphi = -1$ .

В итоге найдем, что если искомая величина  $\varphi$  должна находиться в диапазоне  $-\frac{\pi}{2} \leq \varphi < \frac{\pi}{2}$ , то для определения погрешностей следует исходить из выражения (16а), в соответствии с которым

$$\varphi_+ = \operatorname{arctg} \frac{-mn + \varepsilon \sqrt{m^2 + n^2 - \varepsilon^2}}{n^2 - \varepsilon^2}; \quad (19a)$$

если же искомая величина  $\varphi$  должна находиться в диапазоне  $\frac{\pi}{2} \leq \varphi < \frac{3\pi}{2}$ , то погрешности следует определять на основе выражения (16б), согласно которому

$$\varphi_- = \operatorname{arctg} \frac{-mn - \varepsilon \sqrt{m^2 + n^2 - \varepsilon^2}}{n^2 - \varepsilon^2}. \quad (19b)$$

Необходимые для непосредственной подстановки в выражение (1) ча-

стные производные от  $\varphi$  по параметрам  $p, m, n$  и  $q$  при  $p=0$  и  $q=0$  определяются формулами:

$$\begin{aligned}\frac{\partial \varphi_{\pm}}{\partial p} &= \mp \frac{r}{\sqrt{m^2 + n^2}}; \quad \frac{\partial \varphi_{\pm}}{\partial m} = -\frac{\cos^2 \varphi}{n}; \\ \frac{\partial \varphi_{\pm}}{\partial n} &= \frac{\sin^2 \varphi}{m}; \quad \frac{\partial \varphi_{\pm}}{\partial q} = \mp \frac{1}{r \sqrt{m^2 + n^2}}.\end{aligned}\quad (20)$$

Замечая, что добротность  $Q$  исследуемой комплексной величины  $z$  может быть выражена как  $Q = \frac{y}{x} = \operatorname{tg} \varphi$ , а тангенс угла потерь  $\operatorname{tg} \delta_z$  этой величины как  $\operatorname{tg} \delta_z = \frac{x}{y} = \operatorname{ctg} \varphi$ , определим также частные производные от  $Q$  и  $\operatorname{tg} \delta_z$  по параметрам  $p, m, n$  и  $q$  при  $p=0$  и  $q=0$ :

$$\begin{aligned}\frac{\partial Q_{\pm}}{\partial p} &= \mp \frac{r \sqrt{m^2 + n^2}}{n^2}; \quad \frac{\partial Q_{\pm}}{\partial m} = -\frac{1}{n}; \\ \frac{\partial Q_{\pm}}{\partial n} &= \frac{m}{n^2}; \quad \frac{\partial Q_{\pm}}{\partial q} = \mp \frac{\sqrt{m^2 + n^2}}{rn^2}; \\ \frac{\partial \operatorname{tg} \delta_z \pm}{\partial p} &= \pm \frac{r \sqrt{m^2 + n^2}}{m^2}; \quad \frac{\partial \operatorname{tg} \delta_z \pm}{\partial m} = -\frac{n}{m^2}; \\ \frac{\partial \operatorname{tg} \delta_z \pm}{\partial n} &= -\frac{1}{m}; \quad \frac{\partial \operatorname{tg} \delta_z \pm}{\partial q} = \pm \frac{\sqrt{m^2 + n^2}}{r m^2}.\end{aligned}\quad (21)$$

Во всех выражениях (20) и (21) сохраняется соответствие друг другу верхних и нижних знаков «плюс» и «минус».

Следует отметить, что частные производные от  $P_z$  по параметрам  $p, m, n$  и  $q$  при  $e=0$  и  $f=0$  определены для всех без исключения величин  $x, y, r$  и  $\varphi$  (а также  $Q$  и  $\operatorname{tg} \delta_z$ ) по строгим, а не по приближенным зависимостям (4). Небезынтересно указать, что для конкретной величины  $P_z$  эти частные производные связаны соотношением

$$\left[ \frac{\partial P_z}{\partial p} \right]_{\substack{e=0 \\ f=0}} \left[ \frac{\partial P_z}{\partial q} \right]_{\substack{e=0 \\ f=0}} = \left[ \frac{\partial P_z}{\partial m} \right]_{\substack{e=0 \\ f=0}}^2 + \left[ \frac{\partial P_z}{\partial n} \right]_{\substack{e=0 \\ f=0}}^2;$$

это соотношение, однако, недействительно, если какой-либо из коэффициентов  $e$  или  $f$  в уравнениях (2), (3) тождественно равен нулю, в связи с чем соответствующая частная производная также равна нулю, в то время как другие частные производные сохраняют свои значения согласно выражениям (9), (12), (20) и (21).

Рассмотрим теперь пример нахождения обобщенного выражения статической погрешности для конкретного вида функции  $w$  и режима  $L_0$ , характеризующих измерительную цепь. Для простоты выкладок предположим, что цепь характеризуется линейной функцией  $w = \frac{az + b}{d}$ . Пусть требуется определить параметр  $P_z = x$  в фазовом измерительном режиме  $L_0 = \Theta_0 = 0; \pi$ .

Сопоставляя с выражением (2) уравнение квазиравновесия, составленное в общей форме для заданного вида функции  $w$ , получим:

$$p=0; \quad m=A[\sin(\alpha-\delta)-\operatorname{tg}\Theta_0 \cos(\alpha-\delta)];$$

$$n=A[\cos(\alpha-\delta)+\operatorname{tg}\Theta_0 \sin(\alpha-\delta)];$$

производные  $\frac{\partial j}{\partial p} \Big|_{\substack{e=0 \\ f=0}} = \frac{\partial j}{\partial n} \Big|_{\substack{p=0 \\ n=0}} \cup m, n, q$  определяются выражениями (9); учитывая значение  $m = A(-1)^s$ , найденное по формуле (22) с учетом условия осуществимости раздельного измерения величины  $x$  [4]

$$\alpha - \delta = \frac{\pi}{2} + s\pi, \quad (23)$$

где  $s$  — целое число, имеем:

$$\begin{aligned} \frac{\partial x}{\partial m} \Big|_{\substack{p=0 \\ n=0}} &= -(-1)^s \frac{x}{A}, \quad \frac{\partial x}{\partial n} \Big|_{\substack{p=0 \\ n=0}} = -(-1)^s \frac{y}{A}; \\ \frac{\partial x}{\partial q} \Big|_{\substack{p=0 \\ n=0}} &= -(-1)^s \frac{1}{A}; \end{aligned} \quad (24)$$

частная производная  $\frac{\partial x}{\partial p} \Big|_{\substack{p=0 \\ n=0}}$  в данном случае не существует вследствие тождественного равенства нулю величины  $p$ ; по указанной причине не существуют также производные от  $p$  по параметрам  $P_i$ ,  $P_i^*$  и  $L_0$ , в то время как частные производные от  $m$ ,  $n$  и  $q$  по этим параметрам, найденные по выражениям (22) с учетом (23) и выражения для раздельного определения составляющей  $x$ , имеющего вид  $x = -\frac{B}{A} \cos(\alpha-\beta)$ , определяются формулами:

$$\frac{\partial m}{\partial A} = (-1)^s; \quad \frac{\partial m}{\partial B} = \frac{\partial m}{\partial D} = \frac{\partial m}{\partial \alpha} = \frac{\partial m}{\partial \beta} = \frac{\partial m}{\partial \delta} = \frac{\partial m}{\partial \Theta_0} = 0;$$

$$\frac{\partial n}{\partial A} = \frac{\partial n}{\partial B} = \frac{\partial n}{\partial D} = \frac{\partial n}{\partial \beta} = 0;$$

$$\frac{\partial n}{\partial \delta} = \frac{\partial n}{\partial \Theta_0} = -\frac{\partial n}{\partial \alpha} = (-1)^s A;$$

$$\frac{\partial q}{\partial A} = \frac{\partial q}{\partial D} = \frac{\partial q}{\partial \alpha} = 0; \quad \frac{\partial q}{\partial B} = -(-1)^s \frac{A}{B} x;$$

$$\frac{\partial q}{\partial \delta} = \frac{\partial q}{\partial \Theta_0} = -\frac{\partial q}{\partial \beta} = (-1)^s A x \operatorname{tg}(\alpha-\beta).$$

Подставляя эти величины, а также величины (24) в формулу (1), полу-

чим следующее обобщенное выражение статической абсолютной погрешности  $\Delta P_z = \Delta x$  раздельного измерения составляющей  $P_z = x$  комплексного параметра  $z$ :

$$\Delta x = x \left[ \frac{\Delta R}{B} - \frac{\Delta A}{A} + Q (\Delta \alpha - \Delta \delta - \Delta \Theta_0) + \operatorname{tg}(\alpha - \beta) \times \right. \\ \left. \times (\Delta \beta - \Delta \delta - \Delta \Theta_0) \right]. \quad (25)$$

где  $\Delta A$ ,  $\Delta B$ ,  $\Delta \alpha$ ,  $\Delta \beta$ ,  $\Delta \delta$  и  $\Delta \Theta_0$  — абсолютные отклонения величин  $A$ ,  $B$ ,  $\alpha$ ,  $\beta$ ,  $\delta$  и  $\Theta_0$  от идеальных (номинальных) значений, отвечающих измерению величины  $x$  без погрешности.

Из (25) легко получить обобщенное выражение и соответствующей относительной погрешности  $\frac{\Delta x}{x}$ .

Таким образом, располагая данными о коэффициентах функции  $w$  и режиме  $L_0$ , характеризующих измерительную цепь, и об их неидеальности, можно судить о статических погрешностях квазиуравновешенных цепей, не производя подробного анализа последних. Кроме того, представляется возможным производить обобщенную сравнительную оценку метрологических возможностей определенных групп цепей, характеризуемых теми или иными видами функций  $w$  и измерительными режимами  $L_0$ , независимо от конкретных структур цепей.

#### ЛИТЕРАТУРА

1. К. Б. Карадеев, Г. А. Штамбергер. Квазірівноважені мости змінного струму. Київ, Вид-во АН УРСР, 1960.
2. К. Б. Карадеев, Г. А. Штамбергер. Обобщенная теория мостовых цепей переменного тока. Новосибирск, Изд-во СО АН СССР, 1961.
3. К. М. Соболевский. О некоторых возможностях построения измерительных цепей уравновешивания.— Электрические методы автоматического контроля (Труды ИАЭ СО АН СССР, вып. 9). Новосибирск, РИО СО АН СССР, 1964.
4. К. М. Соболевский. Основы синтеза квазиуравновешенных цепей для раздельного измерения составляющих комплексных величин.— Автоматический контроль и методы электрических измерений (Труды IV конференции), т. I. Новосибирск, РИО СО АН СССР, 1964.
5. К. М. Соболевский. Электроизмерительные цепи уравновешивания и элементы их общей теории.— Автометрия, 1965, № 2.
6. Е. Н. Мотора. Анализ точности квазиуравновешенных мостов.— Контрольно-измерительная техника (Межведомственный республиканский научно-технический сборник, вып. 2). Львов, Изд-во Львовск. ун-та, 1966.
7. Б. Н. Панков. Квадратурные квазиуравновешенные мосты повышенной точности. Автореф. канд. дисс. Новосибирск, ИАЭ СО АН СССР, 1966.
8. К. М. Соболевский, В. А. Красилько. К анализу погрешностей измерительных цепей уравновешивания.— Изв. СО АН СССР, 1965, серия техн. наук, вып. 1, № 2.

Поступила в редакцию  
25 сентября 1967 г.