

ИЗМЕРИТЕЛЬНЫЕ ПЕРВИЧНЫЕ ПРЕОБРАЗОВАТЕЛИ (ДАТЧИКИ)

УДК 621.3.084.2

Л. Д. ГИК
(Новосибирск)

ПОРОГ ЧУВСТВИТЕЛЬНОСТИ ПАРАМЕТРИЧЕСКИХ ДАТЧИКОВ ПЕРЕМЕЩЕНИЯ

При решении многих задач электрических измерений механических величин возникает необходимость предельного повышения чувствительности датчиков перемещения. Аналогичная задача возникает и в ряде косвенных измерений, когда измеряемая величина, например давление, преобразуется первоначально в механическое перемещение, которое затем измеряется электрическими методами. Поэтому представляет интерес анализ предельных возможностей параметрических датчиков перемещения, который и проводится в настоящей работе.

Датчики перемещения в виде изменяющихся параметров электрической цепи — емкости, индуктивности или активного сопротивления — используются в измерительной технике очень широко. Между параметром датчика z и перемещением объекта x должна быть совершенно определенная функциональная зависимость $z=f(x)$. Тогда, измерив электрически z , можно найти $x=f^{-1}(z)$.

Чтобы получить информацию об изменении z , а значит, и о перемещении x , требуется некоторый электрический сигнал. Последний может быть получен, если включить датчик в качестве нагрузки источника электрической энергии. Изменение параметра в этом случае приводит к изменению режима электрической цепи — тока, напряжения или заряда, которые могут быть использованы в качестве измеряемого сигнала $F(z)$. Обнаружить (почувствовать) можно приращение x , приводящее к возникновению сигнала $\Delta F(x)$ такой величины, которая может быть выделена на фоне тепловых флуктуаций. Энергия последних, согласно теории равномерного распределения статистической механики [1], определяется выражением

$$W_{\text{ш}} = n \frac{k T^{\circ}}{2}. \quad (1)$$

Здесь $k=1,38 \cdot 10^{-23}$ Дж/град — постоянная Больцмана; T° — абсолютная температура; n — число степеней свободы.

Тепловые флуктуации создают в цепи измерения сигнал $\bar{F}_{\text{ш}} = \frac{1}{x} W_{\text{ш}}^{\frac{1}{2}}$, поскольку энергия является квадратичной функцией обобщенного перемещения, роль которого в данном случае играет

В действительности требуется некоторое уточнение. Последнее неравенство определяет предельный случай измерения, при котором спектр частот измеряемого сигнала бесконечно широк. В каждом реальном случае спектр частот измеряемых перемещений ограничен полосой $f_n - f_b$, где f_n и f_b — соответственно нижняя и верхняя границы частоты усиливаемых сигналов. Поэтому реальное условие, определяющее порог чувствительности датчика, нужно выразить таким образом:

$$W_{\Delta F(x)} > W_{ш} |_{f_n - f_b} \quad (2)$$

Здесь $W_{ш} |_{f_n - f_b}$ — энергия флуктуаций в полосе частот $f_n - f_b$.

Таковы исходные положения для анализа. Рассмотрим сначала емкостный датчик.

Пусть для измерения перемещений используется конденсатор $C(x)$ (рис. 1, а), имеющий в момент измерения заряд q_0 . Емкость конденсатора является функцией измеряемого перемещения. Сопротивление R учитывает утечку конденсатора. Однако постоянную времени конденсатора $\tau = RC$ будем считать столь большой, что заряд не успевает существенно измениться за время измерения. Для реальных датчиков τ обычно составляет десятки секунд и названная идеализация справедлива лишь для быстроменяющихся процессов. Однако от такого простейшего случая нетрудно перейти к более сложным.

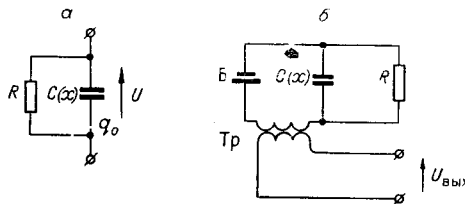


Рис. 1.

Спектральная плотность мощности шумов на сопротивлении R равна [1]

$$d P_{ш} = 4kT^\circ df = \frac{d \overline{U_{ш}^2}}{R}.$$

Напряжение на конденсаторе (на выходе интегрирующей цепи) определяется так:

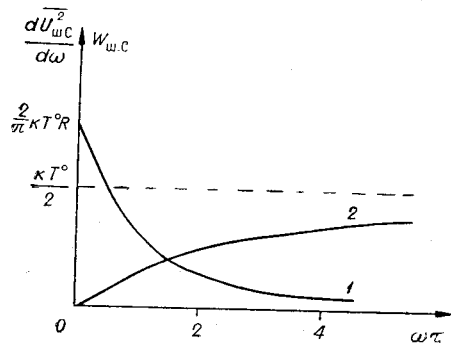


Рис. 2.

$$\begin{aligned} d \overline{U_{шC}^2} &= d \overline{U_{шR}^2} \frac{1}{1 + (\omega \tau)^2} = \\ &= \frac{4k T^\circ R df}{1 + (\omega \tau)^2} = \\ &= \frac{2}{\pi} k T^\circ R \frac{d \omega}{1 + (\omega \tau)^2}. \quad (3) \end{aligned}$$

Выражение (3) определяет спектральную плотность шумов на конденсаторе. Графически это выражение представлено на рис. 2 (кривая 1). Из (3) видно, что

значительная часть спектра шумов на конденсаторе падает на низкие частоты.

Выражение для энергии шумов на конденсаторе определяется с помощью (3):

$$W_{ш C} = \frac{C U_{ш C}^2}{2} = \frac{1}{\pi} \frac{k T^\circ}{2} \operatorname{arctg}(\omega \tau) \Big|_{\omega_H}^{\omega_B}.$$

Если частотный спектр измеряемых сигналов начинается от нуля (имеют место статические смещения), то зависимость $W_{ш C}$ от $\omega_B \tau$ принимает вид, графически показанный на рис. 2 (кривая 2). В пределе имеет место значение энергии шумов

$$W_{ш C} \Big|_{\substack{\omega_H \rightarrow 0 \\ \omega_B \rightarrow \infty}} = \frac{k T^\circ}{2},$$

которое, собственно говоря, и является исходным в статистической механике.

Во всех практических случаях $\omega_H > 0$ и $\omega_B < \infty$. Поэтому $\operatorname{arctg} \omega_B \tau - \operatorname{arctg} \omega_H \tau < \frac{\pi}{2}$ и значение энергии шумов датчика можно записать

$$W_{ш C} \Big|_{\omega_H - \omega_B} = \frac{k T^\circ}{2} \alpha, \quad (4)$$

где α — коэффициент, меньший единицы. Ощутимым становится влияние этого коэффициента при $\omega \tau > 1$ или в случае, если $\omega_B \approx \omega_H$.

Теперь определим выражение для полезного сигнала. Информацию о перемещении несет изменение напряжения на конденсаторе

$$dU = \frac{q_0}{C_0^2} \frac{dC}{dx} dx. \quad (5)$$

Энергия, которую имеет приращение напряжения dU на емкости, составляет

$$W_{\Delta F(x)} = \frac{1}{2} C_0 (dU)^2 = W_c \left(\frac{1}{C_0} \frac{dC}{dx} dx \right)^2. \quad (6)$$

Здесь W_c — полная энергия заряженного конденсатора.

Объединяя (2), (4) и (6), получаем

$$dx > \sqrt{\frac{\frac{1}{2} k T^\circ \alpha}{W_c} \frac{1}{\frac{1}{C_0} \frac{dC}{dx}}}. \quad (7)$$

Первый множитель в выражении (7), представляющий собой корень квадратный из отношения энергии тепловых флуктуаций к энергии емкости, можно трактовать как отношение э. д. с. шума к потенциалу емкости. В самом деле, потенциалы пропорциональны квадратному корню из энергии. Поэтому первый вывод, который можно сделать о

пороге чувствительности емкостных датчиков, следующий: величина порога обратно пропорциональна напряжению питания.

Знаменатель второго сомножителя представляет собой относительную чувствительность датчика — относительное приращение на единицу измеряемого перемещения. Поэтому второй вывод можно сформулировать так: порог чувствительности обратно пропорционален относительной чувствительности датчика.

В качестве примера подсчитаем величину порога чувствительности датчика перемещений с преобразователем в виде плоского конденсатора с изменяющимся расстоянием между обкладками. Спектр сигнала будем полагать бесконечным. Для данного случая $C = \frac{\epsilon_0 S}{x}$

и $\left| \frac{dC}{dx} \right| = \frac{\epsilon_0 S}{x^2}$, где $\epsilon_0 = 8,85 \cdot 10^{-12}$ ф/м — диэлектрическая проницаемость пустоты; S — площадь обкладок. Подставляя эти значения в (7), получим

$$dx > \sqrt{\frac{\frac{1}{2} k T^\circ}{\epsilon_0 \left(\frac{U_0}{x} \right)^2}} \sqrt{\frac{x}{S}} \quad (8)$$

В первый сомножитель входят физические постоянные k и ϵ_0 , а также температура T° и отношение $\frac{U_0}{x}$. Последнее не может быть увеличено больше пробивного напряжения воздушного промежутка порядка 10^7 в/м. Конструктором могут изменяться только параметры, входящие во второй сомножитель. Из (8) видно, что порог чувствительности улучшается при уменьшении x и увеличении S . При пропорциональном увеличении размеров датчика знаменатель в (8) будет возрастать сильнее, чем числитель. Поэтому приходится сделать вывод, что миниатюризация датчика ухудшает его порог чувствительности.

Подставляя в (8) значения физических постоянных, а также принимая $T = 300^\circ \text{К}$ и $\frac{U_0}{x} = 10^7$ в/м, получаем

$$dx = 1,4 \cdot 10^{-12} \sqrt{\frac{x}{S}} \text{ м.} \quad (9)$$

В частности, полагая $x_0 = 1 \text{ мм} = 10^{-3} \text{ м}$, $S = 10^{-3} \text{ м}^2$ получаем $dx = 2 \cdot 10^{-9} \text{ мм}$. Поскольку увеличение размеров связано с техническими неудобствами, то приходится признать величину порядка 10^{-8} мм практическим порогом чувствительности емкостных датчиков перемещений, питаемых постоянными напряжениями. Естественно, что для практического использования простейшая схема рис. 1, а не годится: идеальных конденсаторов не существует, а измерять малые приращения напряжения без потерь невозможно. Однако несущественно отличающаяся схема рис. 1, б уже позволяет осуществить измерение перемещений. Обратим внимание на то, что расход энергии от батареи Б в схеме рис. 1, б вызывается только паразитной утечкой конденсатора. Если пренебречь этой потерей, то можно видеть, что качественная работа такого датчика не отличается от генераторного, например магнитоэлектрического, в обоих случаях энергия на выходе возникает только за счет преобразования энергии механического движения. Бата-

рея играет роль вспомогательного посредника и принципиально работа схемы не изменится, если батарею заменить идеальным конденсатором большой емкости, заряженным до соответствующего потенциала.

Емкостные датчики, питаемые источником постоянного напряжения, используются сравнительно редко. Чаще измерение приращения емкости осуществляется в цепях переменного тока, причем здесь физически возможно использовать два явления: изменение падения напряжения на емкости, включенной в цепь генератора тока, и изменение времени разряда конденсатора. Первое явление можно трактовать как амплитудную модуляцию, второе — как частотную.

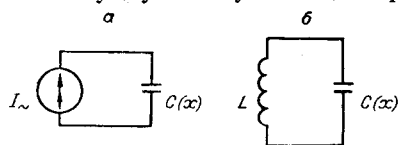


Рис. 3.

Сначала рассмотрим соотношения, имеющие место при амплитудной модуляции. На рис. 3, *a* показана схема, к которой можно с некоторыми упрощениями свести явления, имеющие место в емкостных делителях и мостах. Если источник тока I_{\sim} имеет

частоту ω , то на емкости возникает падение напряжения

$$\dot{U}_c = \frac{1}{j \omega C(x)} I.$$

Таким образом, при изменении $C(x)$ амплитуда напряжения \dot{U}_c в схеме рис. 3, *a* меняется так же, как и в схеме рис. 1, *a*. Измеряемой величиной обычно является приращение напряжения $d \dot{U}_c$. При этом в течение каждого периода может быть получен сигнал с энергией

$$W_{\Delta F(x)} = \frac{1}{2} C (d U_c)^2.$$

В течение N периодов — соответственно в N раз больше.

Поэтому, если использовать один период, то выражение для порога чувствительности не будет отличаться от (7). Если же измерение проводится в течение N периодов, то энергия будет накапливаться, в результате чего порог чувствительности будет равен

$$dx' = \sqrt{\frac{\frac{1}{2} k T^{\circ} \alpha}{N W_C} \frac{1}{\frac{1}{C_0} \frac{d C(x)}{dx}}}. \quad (10)$$

Выражение (10) показывает, что на переменном токе емкостный датчик может быть накопителем. Однако, к сожалению, при питании датчиков переменными токами имеет место паразитная модуляция, обусловленная «неидеальностью» генератора. Это эквивалентно шумам, энергия которых значительно выше $\frac{1}{2} k T^{\circ}$, из-за чего на переменном токе порог чувствительности емкостных датчиков оказывается значительно хуже предельной величины (10).

Порог чувствительности при частотной модуляции рассмотрим на примере действия $L-C$ колебательного контура (см. рис. 3, *b*), потери которого пренебрежимо малы. Чтобы подчеркнуть это, сопротивление не изображено на рисунке, хотя оно подразумевается. Общеизвестно, что в контуре без потерь устанавливаются незатухающие колебания с

периодом $T = 2\pi \sqrt{LC}$. В этом случае напряжение на конденсаторе изменяется гармонически $U_C = U_0 \sin 2\pi \frac{1}{T} t$. Для определения периода необходимо измерить интервал времени между двумя моментами соседних периодов, соответствующих одинаковым фазам напряжения (или тока). Проще всего в качестве отсчетной фазы использовать момент прохождения напряжения (или тока) в контуре через нуль. Однако этот момент, как и любой другой, может быть найден с погрешностью, вызванной тепловыми флуктуациями, энергия которых равна kT° (для системы с двумя реактивными элементами). Из-за этого при измерении напряжения на конденсаторе неизбежна ошибка $dU = \sqrt{\frac{2kT^\circ}{C}}$, которая ведет к неточности определения периода $dt = \frac{T}{2\pi} \frac{dU}{U_0}$. Здесь синус заменен аргументом потому, что $dU \ll U_0$. Поскольку статистически независимые ошибки неизбежны при определении как начала, так и конца периода, то при измерении интервала времени в один период относительная погрешность равна

$$\frac{dT}{T} = \frac{\sqrt{2}}{2\pi} \frac{1}{U_0} \sqrt{\frac{2kT^\circ}{C}} \quad (11)$$

Под влиянием измеряемого перемещения изменяется период колебаний в контуре:

$$dT = \pi \frac{L}{\sqrt{LC}} \frac{dC}{dx} dx \quad (12)$$

Из (11) и (12) находим

$$dx > \frac{\sqrt{2}}{\pi} \sqrt{\frac{kT^\circ}{WC}} \frac{1}{\frac{1}{C_0} \frac{dC}{dx}} \quad (13)$$

Сравнивая (13) и (7), видим, что порог чувствительности при измерении перемещений емкостным датчиком в случае использования как амплитудной, так и частотной модуляции практически не отличается. Легко убедиться, что при использовании частотной модуляции также можно воспользоваться накоплением, измеряя интервал времени не за один, а за N периодов. При этом порог чувствительности будет отличаться от (10) лишь на несущественный постоянный множитель.

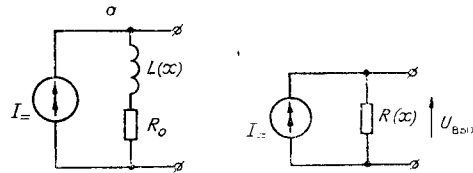


Рис. 4.

Аналогично можно найти выражение для порога чувствительности индуктивного датчика (рис. 4, а).

$$\frac{dx}{dt} V_{\min} > \sqrt{\frac{4kT^\circ \Delta f}{I^2 R}} \frac{1}{\frac{d}{dx} \left(\frac{L}{R} \right)} = \sqrt{\frac{4kT^\circ \Delta f}{P_0}} \frac{1}{\frac{d\tau}{dx}}$$

(здесь P_0 — допустимая мощность, рассеиваемая на катушке индуктив-

ности; $\tau = \frac{L}{R}$ — постоянная времени катушки индуктивности; V_{\min} — минимально обнаруживаемая скорость), а также датчика активного сопротивления (см. рис. 4, б)

$$dx > \sqrt{\frac{4k T^{\circ} \Delta f}{I^2 R_0}} \frac{1}{\frac{1}{R_0} \frac{dR(x)}{dx}}$$

Обратим внимание на одно очень существенное отличие датчиков с активными сопротивлениями в сравнении с емкостными и индуктивными. В последних выходной электрический сигнал приводит к появлению силовой реакции, действующей на чувствительный элемент (обкладку конденсатора, сердечник катушки). Первые не имеют этого свойства. Это можно трактовать так. Реактивные датчики являются преобразователями энергии механического движения в электрическую, а датчики активного сопротивления являются управляющими элементами, регулирующими расход энергии вспомогательного источника. В этом смысле они аналогичны усилителям.

В частности, если объект перемещения является маломощным и не может преодолевать значительной силы упругого сопротивления, то датчики с преобразователями активного сопротивления могут быть существенно выгоднее, чем емкостные или индуктивные, ибо они не нагружают исследуемый объект.

Рассмотрим пример косвенного использования датчиков перемещений. Измерение ускорений обычно проводится путем определения силы инерции, действующей на некоторую массу. Сила обычно определяется по деформации некоторой пружины. В случае измерения малых ускорений, а значит, и малых сил реактивными параметрическими датчиками целесообразно в качестве «пружины» использовать сам преобразователь, чтобы энергия измеряемого источника не расходовалась бесполезно.

В этом случае (рис. 5) условие достижения минимально необходимой энергии можно выразить так:

$$W_{\xi} = \frac{(m \ddot{\xi})^2}{2C_3} > k T^{\circ}. \quad (14)$$

Здесь m — масса чувствительного элемента датчика; $\ddot{\xi}$ — действующее на нее ускорение; C_3 — жесткость «электрической» пружины преобразователя.

Из (14) непосредственно находим

$$C_3 < \frac{(m \ddot{\xi})^2}{2k T^{\circ}}.$$

При такой жесткости акселерометр будет иметь собственную частоту

$$f_0 = \frac{1}{2\pi} \sqrt{\frac{C_3}{m}} = \frac{1}{2\pi} \sqrt{\frac{m}{2k T^{\circ}}}$$

Это выражение показывает, что теоретически возможная частотная полоса пропускания датчика ускорения прямо пропорциональна измеряемому параметру, что нетрудно физически понять; чем больше вели-

$$y_0 = \frac{m \ddot{\xi}}{C_3} = \frac{k T^\circ}{m} \frac{1}{\xi}$$

Таким образом, уменьшение порога чувствительности датчиков ускорений (или сил) приводит к увеличению порога чувствительности преобразователей перемещения. Это тоже объяснимо: энергия пропорциональна силе и перемещению, уменьшение одной из этих величин требует увеличения другой.

В применении к рассмотренному примеру может возникнуть вопрос, не даст ли преимущества с точки зрения улучшения порога чувствительности использование преобразователей с активным сопротивлением? Ответ на этот вопрос должен быть отрицательным. Для того чтобы процесс измерения был физически возможен, необходимо, чтобы энергия измеряемой величины была больше kT° , иначе невозможно будет отличить измеряемое движение от теплового. Поэтому порог чувствительности в датчиках активного сопротивления будет тем же, что и в реактивных датчиках. Разница будет лишь в том, что в первых энергия измеряемой величины не будет преобразовываться в электрическую, а будет оставаться в механической форме.

Остановимся еще на вопросе о том, какой должна быть сила неравенства уровня полезного сигнала над шумом, чтобы измерение было возможно. Этот вопрос уже ставился, например, в [2]. Критерием здесь должна быть вероятность ошибки P , которая для нормального закона распределения величин определяется выражением

$$P = e^{-\frac{W_{\Delta F}}{W_{\text{ш}}}}$$

Здесь P — вероятность того, что энергия шума $W_{\text{ш}}$ превысит уровень полезного сигнала $W_{\Delta F}$. Задавая P , можно найти минимально необходимое отношение $W_{\Delta F} / W_{\text{ш}}$:

P	0,5	0,36	0,1	0,01	$4 \cdot 10^{-5}$
$\frac{W_{\Delta F}}{W_{\text{ш}}}$	0,69	1	2,3	4,6	10

Итак, порог чувствительности параметрических датчиков равен произведению обратной величины относительной чувствительности измеряемого параметра к перемещению на корень квадратный из отношения мощности тепловых флуктуаций и номинальной мощности на датчике.

До конкретных цифр расчет порога чувствительности был доведен только в применении к емкостному датчику. Однако, исходя из приведенной общей формулировки, можно сделать вывод, что в применении к индуктивности и резистивным датчикам порядок величины порога чувствительности не будет сильно отличаться и, следовательно, при отсутствии накопления будет близок к 10^{-8} мм.

ЛИТЕРАТУРА

1. А. Ван-дер-Зил.— Флуктуации в радиотехнике и физике. М., Госэнергоиздат, 1958.
2. Б. М. Пушной. Об информационных характеристиках электроизмерительных приборов.— Измерительная техника, 1963, № 7.

*Поступила в редакцию
23 августа 1967 г.,
окончательный вариант —
5 сентября 1967 г.*
