ОБЩАЯ ТЕОРИЯ ИЗМЕРЕНИЙ

УДК 621.372.061

Р. Д. БАГЛАЙ, Я. Я. ТОМСОНС
(Новосибирск)

ЧУВСТВИТЕЛЬНОСТЬ МНОГОМЕРНЫХ ПРЕОБРАЗОВАТЕЛЕЙ, ПРИМЕНЯЕМЫХ В ИЗМЕРИТЕЛЬНЫХ СИСТЕМАХ*

Когда необходимо измерять несколько параметров и они взаимосвязаны или взаимозависимость возникает вследствие несовершенства элементов системы (например, неселективных датчиков), приходится рассматривать многомерные преобразователи (системы). При этом, как правило, возникает задача разделения (автономизации) каналов преобразований для каждого из искомых или управляемых параметров. Ясно, что вариации параметров в многомерных преобразователях могут нарушать автономность каналов, изменять порядок, а следовательно, динамику системы, ее устойчивость и др. Естествен поэтому особый интерес к определению чувствительности для такого рода систем.

Цель настоящей статьи состоит в том, чтобы 1) выявить особенности в определении чувствительности измерительных и управляющих многомерных преобразователей; 2) найти критерии, позволяющие просто (в смысле выполнения вычислительной процедуры) устанавливать факт сохранения автономности преобразования в измерительной и управляющей системах при вариации параметров в отдельном блоке; 3) определить характеристики многомерных преобразователей в конечных приращениях. Поскольку характеристики систем управления в конечных приращениях обсуждались в [1], предстоит также сравнить определяемые в настоящей работе характеристики с характеристиками, приведенными в [1]**.

МАТРИЦА ЧУВСТВИТЕЛЬНОСТИ И ОСОБЕННОСТИ ЕЕ ОПРЕДЕЛЕНИЯ В ИЗМЕРИТЕЛЬНЫХ И УПРАВЛЯЮЩИХ СИСТЕМАХ

В случае многомерной системы вход X и выход Y (рис. 1) являются N-мерными вектор-функциями времени, а D, $W_1, \ldots, W_k, \ldots, W_n$, H, P — передаточными матрицами, которые зависят от вспомогательных параметров q_i.

---

* Часть первая настоящей работы выполнена авторами совместно, вторая — Р. Д. Баглаем, третья — Я. Я. Томсонсом.

** Достаточно полный обзор исследований, проведенных по чувствительности одномерных преобразователей, приведен в [2, 3].

Как и для одномерных систем [4], рассмотрим комплексную чувствительность

$$S_{q_i}^{Y}(p)=\frac{\partial Y(p,q_i)}{\partial q_i}=\frac{\partial T(p,q_i)}{\partial q_i}X(p)=S_{q_i}^{T}(p)\,X(p), \tag{1}$$

где $X(p)$ и $Y(p,q_i)$ — векторы изображений соответственно входных и выходных координат системы; $T(p,q_i)$ — передаточная матрица многомерной системы (см. рис. 1).

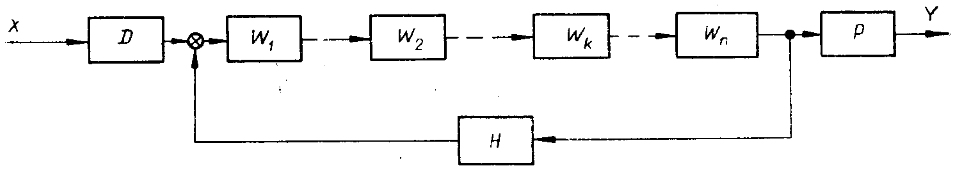

Рис. 1.

Для указанной системы имеем

$$T=P(I+\hat{T}H)^{-1}\hat{T}D, \tag{2}$$

где I — единичная матрица; $\hat{T}$ — матрица $\prod_{m=n}^{1} W_m$; для краткости записи аргументы в формуле (2) и далее опускаем.

Рассмотрим замкнутую систему (см. рис. 1), когда $P\equiv D\equiv I$. Полагая, что варьируемый параметр входит в матрицу W_k, находим

$$\begin{aligned}\frac{\partial T}{\partial q_i}&=-(I+\hat{T}H)^{-1}\prod_{m=n}^{k+1}W_m\frac{\partial W_k}{\partial q_i}\prod_{m=k-1}^{1}W_m H(I+\hat{T}H)^{-1}T+\\&+(I+\hat{T}H)^{-1}\prod_{m=n}^{k+1}W_m\frac{\partial W_k}{\partial q_i}\prod_{m=k-1}^{1}W_m=\\&=(I+\hat{T}H)^{-1}\prod_{m=n}^{k+1}W_m\frac{\partial W_k}{\partial q_i}\prod_{m=k-1}^{1}W_m(I-HT).\end{aligned} \tag{3}$$

Чувствительность многомерной системы в отличие от одномерной можно определить двумя различными способами: умножением (3) слева на $q_i T^{-1}$ или справа на $T^{-1}q_i$. Тогда, учитывая, что $I-HT=(I+H\hat{T})^{-1}$, можем записать

$$q_i\,T^{-1}\frac{\partial T}{\partial q_i}=\bar{S}_{qi}^{T}=q_i\prod_{m=1}^{k}W_m^{-1}\frac{\partial W_k}{\partial q_i}\prod_{m=k-1}^{1}W_m(I+H\hat{T})^{-1}; \tag{4}$$

поскольку $\hat{T}(I+H\hat{T})^{-1}=T$, то

$$\frac{\partial T}{\partial q_i}T^{-1}q_i=S_{q_i}^{T}=(I+\hat{T}H)^{-1}\prod_{m=n}^{k+1}W_m\frac{\partial W_k}{\partial q_i}\prod_{m=k}^{n}W_m^{-1}q_i. \tag{5}$$

Будем называть $\bar{S}_{qi}^{T}$ и $S_{q_i}^{T}$ матрицами чувствительностей многомерного преобразователя. Каждое из соотношений (4) и (5) для одномерного преобразователя совпадает с $\frac{\partial \ln T}{\partial \ln q_i}$. Для сравнения различных по своему целевому назначению измерительных, управляющих и др. многомерных преобразователей необходимо выбрать одну из характеристик — (4) или (5). В настоящей работе отдается предпочтение (5), поскольку $(I+\hat{T}H)^{-1}$, имеющее смысл обратной разности, лучше отражает исходную структуру системы. Однако, когда необходимо сравнивать преобразователи одного целевого назначения (однотипные), например измерительные или управляющие, целесообразно использовать ту из указанных выше характеристик чувствительности [см. (4) и (5)], которая позволяет наиболее просто осуществить вычисление матрицы чувствительности.

Поскольку сомножитель

$$\prod_{m=n}^{k+1} W_m \frac{\partial W_k}{\partial q_i} \prod_{m=k}^{n} W_m^{-1} q_i = S_{q_i}^{\hat{T}} \tag{6}$$

в соотношении (5) выражает чувствительность прямой цепи $(\hat{T})$, то, следовательно, как и в одномерном преобразователе, чувствительность замкнутого многомерного преобразователя выражается через чувствительность разомкнутого преобразователя и множитель $(I+\hat{T}H)^{-1}$, характеризующий эффективность обратной связи. Как следует из рассмотрения (4) и (5), в отличие от одномерной матрица чувствительности многомерной системы зависит от места расположения блока W_k в прямой цепи.

Поскольку в измерительных преобразователях основным блоком, к вариациям параметра которого определяется чувствительность, является блок датчиков (в данном случае W_1), то чувствительность для такого типа замкнутых систем выражается соотношением

$$S_{q_i \in W_1}^{T} = (I+\hat{T}H)^{-1} \prod_{m=n}^{2} W_m \frac{\partial W_1}{\partial q_i} \prod_{m=1}^{n} W_m^{-1} q_i. \tag{7}$$

В отличие от этого в системах управления наибольший интерес представляет чувствительность к параметрам объекта (W_n — передаточная матрица объекта), который обычно располагается в конце прямой цепи, и, следовательно, соотношение чувствительности замкнутой системы принимает вид

$$S_{q_i \in W_n}^{T} = (I+\hat{T}H)^{-1} \frac{\partial W_n}{\partial q_i} W_n^{-1} q_i. \tag{8}$$

Для одномерных систем выражение чувствительности не зависит от места расположения блока W_k в прямой цепи, а для многомерных зависит в силу некоммутативности операции умножения матриц.

Когда $D \not\equiv I$ или $P \not\equiv I$, получим соответственно частично замкнутые измерительную или управляющую системы. Например, при $P \equiv I$, $D \not\equiv I$ и $H \equiv D_{\text{м}}$, т. е. когда в измерительной системе не удается охватить обратной связью блок датчиков, а с целью улучшения динамических свойств всей системы в качестве обратной связи используется модель $(D_{\text{м}})$ блока датчиков, получим

$$S_{q_i \in D}^{T} = T_1 \frac{\partial D}{\partial q_i} D^{-1} T_1^{-1} q_i, \tag{9}$$

где $T = T_1 D$; $T_1 = (I+\hat{T}D_{\text{м}})^{-1}\hat{T}$.

Когда же $D \equiv I$, $P \not\equiv I$ и $H \equiv P_м$ ($P_м$ — модель объекта управления P), то

$$S^{T}_{q_i \in P} = \frac{\partial P}{\partial q_i} P^{-1} q_i. \qquad (10)$$

Здесь $T = P T_2$; $T_2 = (I + \hat{T} P_м)^{-1} \hat{T}$. Ясно, что и при $P \equiv D$ соотношения (9) и (10) не совпадают. Как видим, и в этом случае приходится считаться с отмеченными ранее структурными особенностями измерительного преобразователя.

Когда в замкнутой системе варьируемый параметр q_i входит во все ее блоки прямых и обратных цепей передачи сигнала (например, изменение коэффициентов передачи отдельных блоков за счет изменения величины общего питающего напряжения и др.), выражение для чувствительности принимает вид

$$S^{T}_{q_i} = (I + \hat{T} H)^{-1} \left(\sum_{k=1}^{n} \frac{\partial \hat{T}}{\partial q_i \in W_k} - \hat{T} \frac{\partial H}{\partial q_i \in H} \right) q_i. \qquad (11)$$

При этом для частично замкнутых измерительной и управляющей систем получим:

$$S^{T}_{q_i} = \left(T_1 \frac{\partial D}{\partial q_i} D^{-1} T_1^{-1} + \frac{\partial T_1}{\partial q_i} T_1^{-1} \right) q_i; \qquad (12)$$

$$S^{T}_{q_i} = P \frac{\partial T_2}{\partial q_i} T_2^{-1} q_i P^{-1} + \frac{\partial P}{\partial q_i} P^{-1} q_i, \qquad (13)$$

где $\frac{\partial T_{1(2)}}{\partial q_i} T_{1(2)} q$ вычисляется аналогично (11).

КРИТЕРИИ АВТОНОМНОСТИ

Трудности, возникающие при практическом использовании матрицы чувствительности многомерного преобразователя, обусловлены по крайней мере двумя причинами: громоздкостью вычислительной процедуры и неопределенностью критериев, по которым следует оценивать эти матрицы. Рекомендации по применению каких-либо критериев оценки матрицы чувствительности могут быть разработаны на основании предварительной классификации задач, которые решаются с помощью многомерных преобразователей и с учетом тех специфических требований, которые предъявляются к преобразователю при решении данного класса задач. В измерительных приложениях обычными являются случаи, когда число входных и выходных координат преобразователя одинаково, а каналы преобразователя автономны, т. е. передаточная матрица системы диагональна. При этом основным является требование сохранения автономности в случае самопроизвольных вариаций собственных параметров преобразователя. Нарушение автономности повышает не только погрешность преобразования, но и порядок системы, а это, в свою очередь, приводит к изменению ее динамических свойств и, возможно, к потере устойчивости.

При указанных выше предположениях можно сформулировать необходимые и достаточные условия сохранения автономности системы при вариации параметра $q_i \in W_k$, использование которых в значительной степени сокращает вычислительную работу.

1. Пусть автономный замкнутый измерительный преобразователь $(D \equiv P \equiv I)$ характеризуется диагональной передаточной матрицей

$$T = (I + \hat{T} H)^{-1} \hat{T}, \tag{14}$$

где

$$\hat{T} = \prod_{m=n}^{1} W_m;$$

W_1 — передаточная матрица блока датчиков; H — диагональная матрица цепи обратной связи.

Тогда справедливо утверждение: *система с передаточной матрицей* (14) *сохраняет автономность при вариации параметра* $q_i \in W_1$, *если существует диагональная (в том числе единичная или нулевая) матрица* G, *удовлетворяющая условию*

$$\frac{\partial W_1}{\partial q_i} = W_1 G. \tag{15}$$

Действительно, матрица чувствительности такой системы имеет вид (7). Поскольку матрицы T и H диагональны, то диагональны и матрицы $(I + \hat{T} H)^{-1}$, $\hat{T}$; тогда при $\frac{\partial W_1}{\partial q_i} = W_1 G$ матрица чувствительности $S^{T}_{q_i \in W_1}$ — диагональная. Следовательно, условие (15) является достаточным.

Поскольку параметр q_i принадлежит только блоку W_1, то необходимость выполнения условия (15) для сохранения автономности очевидна.

2. Пусть автономная замкнутая система управления характеризуется диагональной передаточной матрицей

$$T = (I + \prod_{m=n}^{1} W_m H)^{-1} \prod_{m=n}^{1} W_m, \tag{16}$$

где W_n — передаточная матрица объекта управления; H — диагональная передаточная матрица цепи обратной связи.

Тогда система (16) *сохраняет автономность при вариациях параметра* $q_i \in W_n$, *если существует диагональная (в том числе единичная или нулевая) матрица* G, *удовлетворяющая условию*

$$\frac{\partial W_n}{\partial q_i} = G W_n. \tag{17}$$

Матрица чувствительности такой системы имеет вид (8). Поскольку матрицы T и H диагональны, то при

$$\frac{\partial W_n}{\partial q_i} = G W_n$$

матрица чувствительности $S^{T}_{q_i \in W_n}$ диагональна. Таким образом, условие (17) является достаточным.

По причинам, указанным в п. 1, выполнение условия (17) для сохранения автономности системы (16) является также и необходимым. Утверждения, сделанные в пунктах 1 и 2, соответственно выполняются для разомкнутых, измерительных и управляющих систем. К сожалению, они не выполняются для промежуточных блоков W_k, а также в случае, когда автономизация системы осуществляется за счет специального подбора многомерной цепи обратной связи, а не за счет подбора блоков прямой цепи передачи сигнала.

ХАРАКТЕРИСТИКИ МНОГОМЕРНЫХ ПРЕОБРАЗОВАТЕЛЕЙ В КОНЕЧНЫХ ПРИРАЩЕНИЯХ

Для характеристики преобразователя, в котором блок W_k зависит от многих взаимонезависимых параметров q_i, аналогично (5) можно записать соотношение

$$S^T_{W_k} = (I + \overset{\Delta}{T} H)^{-1} \prod_{m=n}^{k+1} W_m \sum_{q_i \in W_k} q_i \frac{\partial W_k}{\partial q_i} \prod_{m=k}^{n} W_m^{-1}.$$

Когда же параметры q_i неизвестны, а экспериментально может быть установлено предельное по какой-либо норме приращение ΔW_k, необходимо исключить из рассмотрения q_i. Для этого запишем полный дифференциал

$$d T = \sum_{q_i \in W_k} \frac{\partial T}{\partial q_i} dq_i.$$

Подставляя в это выражение значение $\frac{\partial T}{\partial q_i}$ из (3), получим

$$d T = (I + \overset{\Delta}{T} H)^{-1} \prod_{m=n}^{k+1} W_m \sum_{q_i \in W_k} \frac{\partial W_k}{\partial q_i} dq_i \prod_{m=k}^{n} W_m^{-1} T.$$

Поскольку $\sum_{q_i \in W_k} \frac{\partial W_k}{\partial q_i} d q_i = d W_k$ — полный дифференциал, то

$$d T = (I + \overset{\Delta}{T} H)^{-1} \prod_{m=n}^{k+1} W_m d W_k \prod_{m=k}^{n} W_m^{-1} T.$$

Переходя к конечным приращениям, имеем

$$\Delta T \cong (I + \overset{\Delta}{T} H)^{-1} \prod_{m=n}^{k+1} W_m \Delta W_k \prod_{m=k}^{n} W_m^{-1} T$$

или

$$\Delta T T^{-1} = Q^T_{\Delta W_k} = (I + \overset{\Delta}{T} H)^{-1} \prod_{m=n}^{k+1} W_m \Delta W_k \prod_{m=k}^{n} W_m^{-1}. \quad (18)$$

Умножая (18) справа на T, затем на X, получим

$$\Delta Y = Q^T_{\Delta W_k} Y. \quad (19)$$

Как видим, $Q^T_{\Delta\, W_k}$ — матрица, элемент $Q_{j\gamma}$ которой показывает, с каким весом входит составляющая y_γ N-мерного вектора Y в i-ю составляющую Δy_j N-мерного вектора ошибки ΔY.

Следовательно,

$$\Delta y_j = \sum_{j=1}^{N} Q_{j\gamma}\, y_\gamma,$$

откуда

$$\delta_j = \frac{\Delta y_j}{y_j} = Q_{j\gamma} + \sum_{\substack{\gamma \neq j \\ \gamma = 1}}^{N} Q_{j\gamma} \frac{y_j}{y_\gamma}.$$

Если T — диагональная матрица (система автономизирована) и изменения параметров не приводят к появлению взаимосвязей, матрица $Q^T_{\Delta\, W_k}$ будет диагональной ($\delta_{jj} = Q_{jj}$), и, наоборот, если изменение какого-либо параметра приводит к сильной взаимосвязи, матрица $Q^T_{\Delta\, W_k}$ будет иметь значительные недиагональные элементы.

Умножая (18) справа на $W_k^{-1} \Delta W_k$, получим приближенное выражение матрицы чувствительностей в приращениях

$$S^T_{\Delta\, W_k} = Q^T_{\Delta\, W_k} W_k^{-1} \Delta W_k = (I + \hat{T} H)^{-1} \prod_{m=n}^{k+1} W_m \Delta W_k \prod_{m=k}^{n} \times$$
$$\times W_m^{-1} W_k^{-1} \Delta W_k. \qquad (20)$$

Если переход от дифференциалов к конечным приращениям по каким-либо соображениям недопустим, можно использовать точные выражения для определения матрицы $Q^T_{\Delta W_k}$ и $S^T_{\Delta\, W_k}$.

В самом деле, имея передаточную матрицу системы при $P \equiv D \equiv I$ (см. рис. 1) в виде

$$T = (I + \prod_{m=n}^{1} W_m H)^{-1} \prod_{m=n}^{1} W_m = \prod_{m=n}^{1} W_m (I + H \prod_{m=n}^{1} W_m)^{-1}$$

и полагая $T' = T + \Delta T$, а $W'_k = \Delta W_k + W_k$, найдем

$$Q^T_{\Delta\, W_k} = \Delta T\, T^{-1} = (T' - T)\, T^{-1} = [I + \prod_{m=n}^{k+1} W_m (W_k + \Delta W_k) \times$$
$$\times \prod_{m=k-1}^{1} W_m H]^{-1} \, [\prod_{m=n}^{1} W_m + \prod_{m=n}^{k+1} W_m \, \Delta W_k \prod_{m=k-1}^{1} W_m -$$
$$- (I + \prod_{m=n}^{1} W_m H + \prod_{m=n}^{k+1} W_m \Delta W_k \prod_{m=k-1}^{1} W_m H)\, T]\, T^{-1} =$$
$$= (I + \prod_{m=n}^{k+1} W_m (W_k + \Delta W_k) \prod_{m=k-1}^{1} W_m H)^{-1} \prod_{m=n}^{k+1} W_m \Delta W_k \times$$
$$\times \prod_{m=k-1}^{1} W_m (I - HT)\, T^{-1} = (I + \prod_{m=n}^{k+1} W_m W_k^1 \prod_{m=k-1}^{1} W_m H)^{-1} \times$$
$$\times \prod_{m=n}^{k+1} W_m \Delta W_k \prod_{m=k}^{n} W_m^{-1}. \qquad (21)$$

Выражение (21) отличается от (18) тем, что в первом сомножителе вместо W_k стоит $W_k^1 = W_k + \Delta W_k$. При достаточно малых приращениях можно считать, что $W_k \approx W_k^1$ и выражения (21) и (18) совпадают.

Умножая (21) справа на $W_k \Delta W_k^{-1}$, получим

$$S_\Delta^T W_k = (I + \prod_{m=n}^{k+1} W_m W_k^1 \prod_{m=k-1}^{1} W_m H)^{-1} \prod_{m=n}^{k+1} W_m \Delta W_k \times$$
$$\times \prod_{m=k}^{n} W_m^{-1} W_k \Delta W_k^{-1}. \qquad (22)$$

Определение $S_{\Delta W_k}^T$ может оказаться затруднительным из-за громоздкости вычислений, поэтому представляют интерес те частные, но часто встречающиеся случаи, когда вычислительная процедура по определению $S_\Delta^T W_k$ может быть значительно упрощена. Из рассмотрения (22) следует, что для системы управления (W_n — объект управления)

$$S_\Delta^T W_n = (I + W_n^1 \prod_{m=n-1}^{1} W_m H)^{-1}. \qquad (23)$$

Если использовать для характеристики многомерного преобразователя матрицу чувствительности (4), то, рассуждая аналогично, можно получить

$$T^{-1} \Delta T = \overline{Q}_\Delta^T W_k = \prod_{m=1}^{k} W_m^{-1} \Delta W_k \prod_{m=k-1}^{1} W_m (I + H \times$$
$$\times \prod_{m=n}^{k+1} W_m W_k^1 \prod_{m=k-1}^{1} W_m)^{-1}. \qquad (24)$$

Умножая (24) слева на $\Delta W_k^{-1} W_k$, найдем

$$\overline{S}_\Delta^T W_k = \Delta W_k^{-1} W_k \overline{Q}_\Delta^T W_k .$$

Тогда определение характеристики $\overline{S}_\Delta^T W_1$ для измерительной системы (W_1 — блок датчиков) упрощается:

$$\overline{S}_\Delta^T W_1 = (I + H \prod_{m=n}^{2} W_m W_1^1)^{-1}. \qquad (25)$$

$S_\Delta^T W_k$ и $\overline{S}_\Delta^T W_k$ — различные характеристики преобразователя, хотя и соответствуют для одномерной системы выражению $\frac{\partial \ln T}{\partial \ln W_k}$; каждую из них можно использовать для сравнения между собой соответственно управляющих или измерительных систем.

Выражение для чувствительности $S_\Delta^T W_k$ совпадает, в частности, с матрицей чувствительности S_P^T [1], введенной в конечных приращениях для системы управления через соотношение

$$\Delta Y = S_P^T \Delta Y_0. \qquad (26)$$

Здесь ΔY — вектор ошибок замкнутой системы (ключ K_1 закрыт; ключ K_2 открыт; рис. 2) за счет вариации параметров матрицы P; ΔY_0 — вектор ошибок разомкнутой относительно P системы (ключ K_1 открыт; ключ K_2 закрыт; см. рис. 2) за счет вариации тех же параметров. Передаточные матрицы обеих систем одинаковы. Для измерительных систем выражение чувствительности не может быть введено через соотношение вида (26). Следовательно, введенная в [1] характеристика многомерных систем не может быть использована в общем случае, хотя и оказывается полезной для сравнения замкнутых и разомкнутых систем управления.

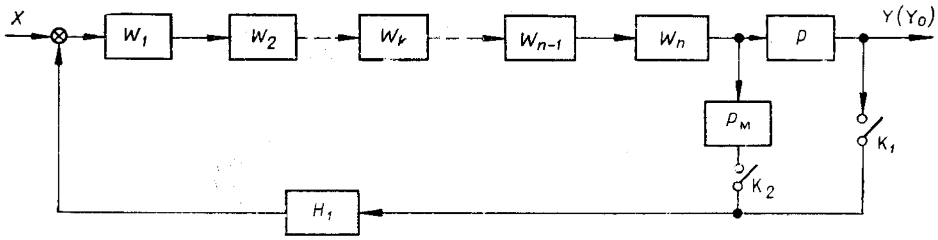

Рис. 2.

Подход, изложенный в [1], можно обобщить для измерительных систем, используя сравнение приращений ΔT и ΔT_0 передаточных матриц соответственно замкнутой и разомкнутой систем. Соотношение между приращением передаточной матрицы ΔT замкнутой измерительной системы (ключ K_1 закрыт; ключ K_2 открыт; рис. 3) и прира-

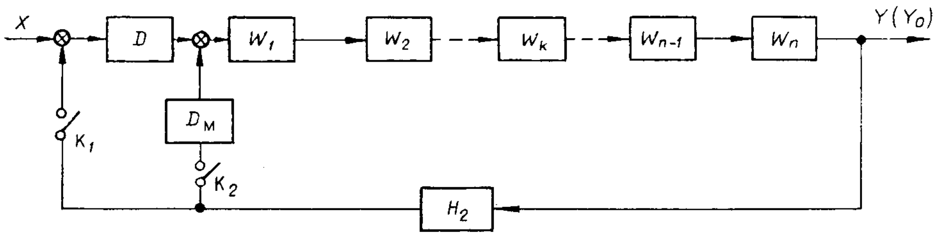

Рис. 3.

щением ΔT_0 передаточной матрицы разомкнутой системы (ключ K_1 открыт; K_2 закрыт; см. рис. 3) можно выразить следующим образом:

$$\Delta T = \Delta T_0 S^T_{\Delta D}, \tag{27}$$

где

$$S^T_{\Delta D} = (I + H_2 \hat{T} D')^{-1}. \tag{28}$$

Для систем управления (см. рис. 2) будем иметь

$$\Delta T = S^T_{\Delta P} \Delta T_0, \tag{29}$$

где

$$S^T_{\Delta P} = (I + P' \hat{T} H_1)^{-1}. \tag{30}$$

Следовательно, в общем случае чувствительность многомерного замкнутого преобразователя можно выразить через конечные приращения передаточных матриц собственно замкнутого и эквивалентного ему разомкнутого преобразователей.

Авторы выражают благодарность д-ру техн. наук М. П. Цапенко и канд. техн. наук К. М. Соболевскому за ряд полезных советов.

ЛИТЕРАТУРА

1. J. B. Gruz, W. R. Perkins. A New Approach to the Sensitivity Problem in Multivariable Feedback System Design.— IEEE Trans. on AC-9, 1964, № 3.
2. П. В. Кокотович, Р. С. Рутман. Чувствительность систем автоматического управления.— Автоматика и телемеханика, 1965, № 4.
3. К. М. Соболевский. Обобщенный метод анализа чувствительности электроизмерительных цепей уравновешивания.— Автометрия, 1965, № 6.
4. Rajko Tomovič. Sensitivity analysis of dynamic systems. New York, 1963.

Поступила в редакцию 20 января 1967 г., окончательный вариант — 19 апреля 1967 г.