

А. О. ЕГОРШИН
(Новосибирск)

**АВТОМАТИЧЕСКОЕ ИЗМЕРЕНИЕ КОЭФФИЦИЕНТОВ
ХАРАКТЕРИСТИЧЕСКОГО УРАВНЕНИЯ
ЛИНЕАРИЗОВАННЫХ ОБЪЕКТОВ
С ПОМОЩЬЮ САМОНАСТРАИВАЮЩЕЙСЯ МОДЕЛИ**

Проблема определения динамических характеристик линейных систем представляет в настоящее время наиболее важную задачу теории линейных систем управления.

Определение динамических характеристик реальных систем всегда сводится к более или менее сложным процедурам измерения и обработки результатов, так что в общем случае задача анализа динамических характеристик представляет собой разновидность косвенных измерений [1—3]. В системах автоматического контроля и в самонастраивающихся системах часто необходимо иметь физическую модель объекта, параметры которой автоматически подстраиваются под параметры объекта.

Задача измерения этих параметров в данном случае отчетливо разделяется на две более или менее самостоятельные задачи: настройку модели, т. е. изменение некоторых ее физических параметров таким способом, чтобы их значения стали близкими к значениям соответствующих параметров исследуемой системы, и собственно измерение параметров модели.

Следует отметить, что некоторые важные свойства такой измерительной системы, как например быстродействие и точность, определяются в значительной мере особенностями процесса настройки. Необходимость в использовании настраиваемой модели в измерительных системах часто возникает в тех случаях, когда интересующий нас параметр не поддается непосредственному изменению в объекте исследования. Изменяемыми параметрами такой модели, реализуемой средствами аналоговой или цифровой техники, являются обычно коэффициенты соответствующего линейного дифференциального уравнения

$$a_n y^{(n)} + a_{n-1} y^{(n-1)} + \dots + a_1 y^{(1)} + y = K x(t). \quad (1)$$

Установка на модели необходимых значений параметров может быть осуществлена двумя способами:

1) с помощью системы оптимизации, когда параметры модели устанавливаются таким образом, чтобы минимизировать определенный функционал от ошибки

$$e(t) = \tilde{y}(t) - y(t)$$

(здесь $\tilde{y}(t)$ — выходной сигнал объекта, а $y(t)$ — выходной сигнал модели):

2) путем непосредственного определения, на основании анализа входных и выходных сигналов объекта, коэффициентов дифференциального уравнения

$$\tilde{a}_n \tilde{y}^{(n)} + \tilde{a}_{n-1} \tilde{y}^{(n-1)} + \dots + \tilde{a}_1 \tilde{y}^{(1)} + \tilde{y} = \tilde{K} x(t), \quad (2)$$

которым он может быть описан, и последующей установки на модели этих значений параметров.

В самонастраивающихся системах используется в основном первый способ самонастройки модели [1, 4, 5]. Существенными недостатками его, как известно, являются зависимость характера настройки от вида входного сигнала и сложность реализации. Система получается более простой, если использовать усложняющуюся модель с последовательной настройкой коэффициентов при помощи одноканальных оптимизаторов. Однако такая модель обеспечивает необходимое приближение объекта лишь для определенного вида входного сигнала [3].

В данной статье предлагается беспоисковый метод настройки модели, основанный на непосредственном измерении параметров объекта. Идея метода заключается в следующем. Любой объект n -го порядка, который может быть описан уравнением (2), представляется многоконтурной структурой, изображенной на рис. 1. Структура состоит из

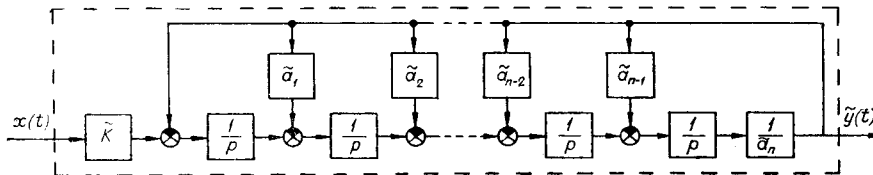


Рис. 1.

n интеграторов и $n + 1$ усилителя с коэффициентами усиления $\tilde{K}, a_1, \dots, a_i, \dots, a_n$. На вход объекта подается сигнал $x(t)$ такой, что в некотором интервале времени его можно считать постоянной величиной, которую обозначим $x_{ст}$. Предположим, что это постоянное значение входного сигнала сохраняется в течение некоторого интервала времени, достаточного для того, чтобы сигнал на выходе объекта можно было считать равным его установившемуся значению $y_{ст}$. Вид входного сигнала до установления его постоянного значения может быть произвольным. Перед началом входного сигнала переходные процессы от предыдущих воздействий будем считать закончившимися. Тогда из рассмотрения структурной схемы объекта, представленной на рис. 1, можно сделать следующие выводы, которые лежат в основе предлагаемого метода.

А. Выход \tilde{E}_i i -го интегратора объекта после окончания переходных процессов определяется равенством

$$\tilde{E}_{i ст} = \tilde{a}_i \tilde{y}_{ст}.$$

Действительно, передаточная функция $\tilde{W}_{вх i}(p)$ от входа объекта $x(t)$ к выходу \tilde{E}_i i -го интегратора объекта имеет вид

$$\begin{aligned} \tilde{W}_{\text{вх } i}(p) &= \frac{\tilde{K}}{\tilde{L}_n(p)} (\tilde{a}_n p^{n-1} + a_{n-1} p^{n-i-1} + \dots + a_{i+1} p + a_i) = \\ &= \tilde{W}(p) L_{n-1}(p) \quad (i = 1, 2, \dots, n), \end{aligned} \quad (3)$$

где $\tilde{L}_n(p) = \sum_{k=1}^n \tilde{a}_k p^k + 1$ — характеристический полином объекта;

$$\tilde{W}(p) = \frac{\tilde{K}}{\tilde{L}_n(p)} \text{ — передаточная функция объекта;}$$

$$\tilde{L}_{n-1}(p) = \sum_{k=i}^n \tilde{a}_k p^{k-i}.$$

Из выражения (3) следует, что статический коэффициент усиления от входа объекта к выходу i -го интегратора равен $\tilde{K}\tilde{a}_i$, следовательно,

$$\tilde{E}_{i \text{ ст}} = \tilde{a}_i \tilde{K} x_{\text{ст}} = \tilde{a}_i \tilde{y}_{\text{ст}} \quad (i = 1, 2, \dots, n).$$

Б. Выход i -го интегратора может быть точно воспроизведен на модели при помощи входного $x(t)$ и выходного $y(t)$ сигналов объекта, если известны коэффициенты усиления предыдущих звеньев структуры

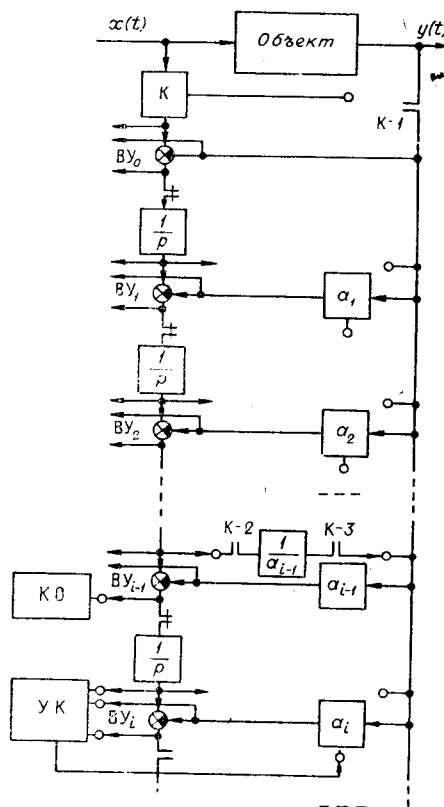


Рис. 2.

объекта, т. е. $\tilde{K}, \tilde{a}_1, \dots, \tilde{a}_{i-1}$. В этом нетрудно убедиться, если использовать «цепочечную» модель, изображенную на рис. 2. Изображение $E_i(p)$ выхода i -го интегратора модели будет иметь вид

$$\begin{aligned} E_i(p) &= \frac{\tilde{K} x(p)}{\tilde{L}_n(p) p^i} \left[\tilde{L}_n(p) \frac{K}{\tilde{K}} - \right. \\ &\quad \left. - a_{i-1} p^{i-1} - a_{i-2} p^{i-2} - \dots \right. \\ &\quad \left. \dots - a_1 p - 1 \right] \quad (i = 1, 2, \dots, n). \end{aligned}$$

Если коэффициенты $\tilde{K}, \tilde{a}_1, \dots, \tilde{a}_{i-1}$ объекта известны и установлены на модели, т. е.

$$K = \tilde{K}; \quad a_1 = \tilde{a}_1, \dots, a_{i-1} = \tilde{a}_{i-1}, \quad (4)$$

то

$$E_i(p) = \frac{\tilde{K} x(p)}{\tilde{L}_n(p)} \tilde{L}_{n-1}(p) = \tilde{E}_i(p). \quad (5)$$

Таким образом, выход i -го интегратора модели равен выходу i -го интегратора объекта и зависит от ус-

тановки на модели только предыдущих (K, a_1, \dots, a_{i-1}) коэффициентов. Из (5) сразу следует, что если выполнены условия (4), то

$$E_{i \text{ ст}} = \tilde{E}_{i \text{ ст}} = \tilde{a}_i \tilde{y}_{\text{ст}}, \quad (6)$$

т. е. если известны предыдущие $i (\tilde{K}, \tilde{a}_1, \dots, \tilde{a}_{i-1})$ коэффициентов объекта, то при помощи схемы рис. 2 и на основании равенства (6) может быть определен следующий коэффициент объекта и т. д.

Настройка модели, изображенной на рис. 2, осуществляется следующим образом. На входы объекта и модели последовательно подаются сигналы, описанные выше. (Предположим сначала, что перед каждым входным сигналом система возвращается к нулевым начальным условиям. Ниже это ограничение будет снято.) Каждый входной сигнал используется для измерения и настройки одного коэффициента. Измерение и настройка коэффициента a_i осуществляется по окончании переходного процесса сигнала $e_i(t)$ на выходе вычитающего устройства VY_i с помощью блока установки коэффициента УК, подключаемого в статическом режиме к ВУ. Блок УК представляет собой либо вычислительное устройство, либо следящую систему. В первом случае в блоке УК вычисляется отношение установившихся значений сигналов и в соответствии с этим устанавливается величина коэффициента усиления блока a_i так, чтобы сделать равной нулю статическую ошибку на выходе VY_i . Согласно соотношению (6), это соответствует величине $a_i = \tilde{a}_i$. Статическая ошибка на выходе ВУ может быть устранена также при помощи следящей системы, которая может содержать, например, реверсивный двигатель, управляемый знаком установившегося значения выходного сигнала ВУ. В этом случае входом блока УК является выходной сигнал блока $VY_i(e_{i \text{ ст}})$, а выходом — угол поворота движка потенциометра в блоке a_i . Когда $e_{\text{ст}} = 0$, то в соответствии с формулой (6) $a_i = \tilde{a}_i$.

На каждом шаге настройки в блоке критерия ошибки КО вычисляется функционал ошибки $F(e)$, выбранный критерием качества настройки. Когда после n -го шага настройки условие качества окажется выполненным, настройка прекращается и модель переключается из режима измерения в режим решения. Как видно из структурной схемы объекта на рис. 1, в режиме решения на входы вычитающих устройств $VY_0, VY_1, \dots, VY_{n-1}$ вместо $\tilde{y}(t)$ должен быть подан сигнал $\frac{1}{a_n} E_n$, который является выходом замкнутой модели. Эти операции осуществляются с помощью контактов к-1, к-2, к-3 (см. рис. 2). В результате образуется модель объекта, структурная схема которой представлена на рис. 1.

Модель, изображенная на рис. 2, обладает некоторыми недостатками: а) необходимо наличие блока обратного коэффициента для переключения модели из режима измерения в режим решения; б) необходимо приведение системы к нулевым начальным условиям после каждого измерительного сигнала. Эти недостатки устраняются, если использовать структурную схему объекта, отличную от приведенной на рис. 1. Необходимость в блоке обратного коэффициента отпадает, если структура модели объекта такова, как на рис. 3. Этой структуре соответствует запись уравнения объекта в виде

$$\tilde{c}_1 \tilde{c}_2 \dots \tilde{c}_n \tilde{y}_n^{(n)} + \tilde{c}_1 \tilde{c}_2 \dots \tilde{c}_{n-1} \tilde{y}^{(n-1)} + \dots + \tilde{c}_1 \tilde{c}_2 \tilde{y}^{(2)} + \tilde{c}_1 \tilde{y}^{(1)} + \tilde{y} = \tilde{K} x(t). \quad (7)$$

Алгоритм работы такой модели в режиме измерения и настройки совершенно аналогичен описанному выше. Разница лишь в том, что блоки с изменяемым коэффициентом усиления $\frac{1}{c_i}$ подключены к другому входу вычитающих устройств и благодаря этому переход в режим решения осуществляется без введения дополнительного блока обратного коэффициента.

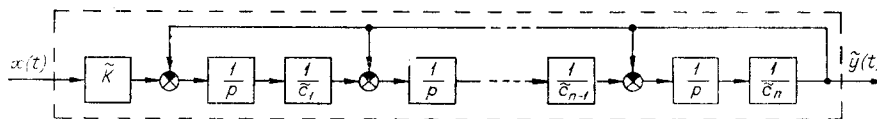


Рис. 3.

Второго из указанных выше недостатков лишена структурная схема модели, изображенная на рис. 4. Схема почти аналогична предыдущей; разница лишь в том, что переставлены местами усилительные блоки с соответствующими интегрирующими блоками. В предыдущих схемах (см. рис. 1, 3) мы вынуждены были требовать возвращения к нулевым начальным условиям объекта после каждого измерительного

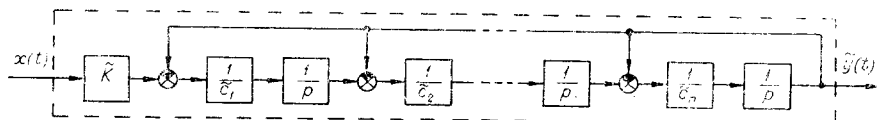


Рис. 4.

сигнала перед последующим, так как было не известно, какое начальное напряжение должно быть установлено на подключаемом интеграторе. Это начальное напряжение (оставшееся после предыдущего статического режима) определялось величиной установившегося значения предыдущего выходного сигнала объекта и величиной коэффициента, который только еще предстояло измерить. Это легко видно из рассмотрения рис. 1 и 3. В схеме же на рис. 4 напряжение на всех интеграторах в статическом режиме определяется только установившимся значением выходного сигнала и равно ему. Поэтому при построении модели такой структуры (сама процедура настройки совершенно аналогична описанной выше) нет необходимости требовать нулевых начальных условий от объекта перед каждым измерительным сигналом. Достаточно потребовать только статических начальных условий (а именно такие остаются после действия предыдущего испытательного сигнала) и устанавливать на интеграторах перед каждым шагом настройки начальное напряжение, равное $u_{ст}$, полученное в конце предшествующего шага. Существенным недостатком такой схемы является невозможность использования следящей системы для устранения статической ошибки.

Описанная процедура настройки модели является алгоритмом автоматического измерения параметров объекта и автоматической установки их на модели. Из схемы рис. 2 видно, что построение разомкнутой модели предполагает многократное интегрирование входного и выходного сигналов объекта. Такой подход был использован К. Б. Норкиным [6] для настройки модели с помощью системы оптимизации. То, что в предлагаемом алгоритме происходит подстройка коэффициентов

в установившемся режиме, связывает данный метод с вычислительным методом Стрейца для определения коэффициентов характеристического уравнения путем многократного интегрирования сигналов [7]. При одинаковой точности интегрирования погрешность предлагаемого метода определения коэффициентов не хуже той, которую обеспечивают формулы работы [7].

Основными преимуществами предлагаемого измерительно алгоритма автоматической настройки модели является простота технической реализации и независимость устойчивости настройки от характера входного сигнала. Повышение быстродействия описанного алгоритма обеспечивается путем применения запоминающих устройств для записи и многократного воспроизведения входного и выходного сигналов объекта с целью проведения настройки в ускоренном масштабе времени и использования входного сигнала, уменьшающего время переходного процесса.

ВЫВОДЫ

Использование в режиме настройки разомкнутой усложняющейся модели дает возможность осуществить простую техническую реализацию вычислительного алгоритма, определяющего коэффициенты характеристического уравнения через многократные интегралы входного и выходного сигналов объекта. Последовательная настройка коэффициентов может быть осуществлена с помощью следящей системы или вычислительного устройства.

Построение модели с системой параметров c [см. уравнение (7)] позволяет еще более упростить схему реализации алгоритма настройки и не требует возвращения системы к нулевым начальным условиям после каждого испытательного сигнала, поступившего на вход объекта.

Автор выражает признательность канд. техн. наук Б. М. Пушному за внимательный просмотр рукописи и ценные указания.

ЛИТЕРАТУРА

1. Приспособливающиеся автоматические системы. Под ред. Э. Мишкина и Л. Брауна. М., Изд-во иностр. лит., 1963.
2. В. П. Будянов, Н. П. Филиппова, А. И. Шеломанов. Измерение постоянной времени объекта при помощи измерительной системы с моделью.— Автометрия, 1965, № 3.
3. В. П. Будянов, А. О. Егоршин, Н. П. Филиппова, А. И. Шеломанов. Некоторые вопросы построения измерительной системы с моделью для измерения постоянной времени объектов первого порядка.— Автометрия, 1966, № 5.
4. Л. М. Осовский. Самонастраивающиеся системы (обзор).— Изв. АН СССР, Техническая кибернетика, 1963, № 1.
5. М. Марголис, С. Т. Леондес. О теории самонастраивающейся модели.— Труды I Международного конгресса ИФАК, т. II. М., Изд-во АН СССР, 1960.
6. К. Б. Норкин. Приложение теории среднеквадратических приближений к линейным самонастраивающимся моделям.— Автоматика и телемеханика, 1965, № 7.
7. V. Strejc. Neue Methode der Näherung der Differentialgleichungen von Regelstrecken bei allgemeinen Eingangssignal.— Acta technica, 1958, № 4.

*Поступила в редакцию
2 июля 1966 г.,
окончательный вариант —
4 октября 1966 г.*