В заключение хотелось бы отметить, что примеры, используемые в доказательствах, умышленно выбраны грубыми. Это объясняется, во-первых, стремлением к простоте изложения и, во-вторых, тем фактом, что автору в настоящее время не известно никаких сколь-нибудь тонких ограничений на множество приборов, при которых сформулированные выше результаты не имели бы места.

Поступила в редакцию
12 июня 1967 г.

УДК 658.652.012.7

И. А. КАРАБАНОВ
(Ленинград)

ОЦЕНКА НЕОБХОДИМОГО ЧИСЛА ИЗМЕРЕНИЙ ДЛЯ ОПРЕДЕЛЕНИЯ ПАРАМЕТРОВ РАСПРЕДЕЛЕНИЯ ПРИ СТАТИСТИЧЕСКОМ РЕГУЛИРОВАНИИ

Качество серийной продукции определяется совокупностью факторов, имеющих как случайный, так и систематический характер. Наличие случайных факторов вызывает рассеивание параметров готовых изделий вокруг центра группировки и является характеристикой точности оборудования. Систематическая составляющая проявляется в смещении центра группирования продукции. Величина систематической составляющей обычно не может быть задана заранее, но ее можно оценить на основании статистической обработки результатов измерений параметров уже выпущенных изделий. Такую оценку можно использовать для автоматической коррекции технологического процесса с целью поддержания центра группирования продукции на номинальном значении.

Точность работы автоматического регулирующего комплекса, использующего метод математической статистики, зависит от точности воспроизведения функции распределения регулируемой величины, определяемой объемом выборки, точностью измерительного устройства и точностью статистического анализатора, обрабатывающего результаты измерения. Ниже рассматривается введение автоматической коррекции положения центра распределения нормальной генеральной совокупности, дисперсию которой σ_1^2 считаем постоянной и известной, при этом полагаем также, что измерительное устройство и статистический анализатор не имеют погрешности. В качестве приближенной оценки центра группирования используется среднее арифметическое x, вычисляемое по данным выборки. Для определения объема выборки необходимо предварительно изучить характер изменения внешних факторов, имеющих систематический характер, и установить закон распределения отклонения центра распределения продукции от номинального значения под действием этих факторов. Пусть это отклонение γ изменяется с плотностью вероятности $f(\gamma)$.

При изготовлении конкретной k-й партии изделий объемом N будет иметь место начальное смещение γ_k центра распределения от номинального значения, являющееся конкретной реализацией случайной величины γ. При этом доля брака будет определяться величиной

$$B_1(\gamma_k) = 1 - \int_{-x_д}^{x_д} \frac{1}{\sigma_1 \sqrt{2\pi}} e^{-\frac{(x-\gamma_k)^2}{2\sigma_1^2}} dx, \tag{1}$$

где $x_д$ определяет зону допуска.

После набора выборки n определяется смещение γ_k и проводится первая коррекция. Остаточное смещение после однократной коррекции будет определяться конкретной реализацией случайной величины $\bar{x}$, при которой величина брака описывается формулой

$$B_2(\bar{x}) = 1 - \int_{-x_д}^{x_д} \frac{1}{\sigma_1 \sqrt{2\pi}} e^{-\frac{(x-\bar{x})^2}{2\sigma_1^2}} dx. \tag{2}$$

От коррекции к коррекции значение x изменяется с плотностью вероятности $f(x)$.

Средний процент брака по множеству коррекций определится как математическое ожидание $B_2(\bar{x})$, т. е.

$$B_2 = \int\limits_{-\infty}^{\infty} B_2(\bar{x})\, f(\bar{x})\, d\bar{x} = 1 - \int\limits_{-x_д}^{x_д} \frac{\sqrt{n}}{\sigma_1 \sqrt{2\pi}\sqrt{n+1}}\, e^{-\frac{x^2 n}{2\sigma_1^2 (n+1)}}\, dx, \tag{3}$$

так как

$$B_k = \frac{[illegible]}{N} B_1(\gamma_k) + \frac{[illegible]}{N} B_2. \tag{4}$$

Распространяя эти рассуждения на множество партий изделий объемом N, можно утверждать, что средний процент брака по множеству партий определится как математическое ожидание B_k

$$B = \int\limits_{-\infty}^{\infty} B_k\, f(\gamma)\, d\gamma = \frac{n}{N} \int\limits_{-\infty}^{\infty} B_1(\gamma_k)\, f(\gamma)\, d\gamma + \frac{N-n}{N} B_2, \tag{5}$$

так как B_2 не зависит от γ и $\int\limits_{-\infty}^{\infty} f(\gamma)\, d\gamma = 1.$

Рассматривая B как функцию от n, оптимальный объем выборки, по которому следует вести коррекцию, можно определить из условия $\frac{dB}{dn} = 0$, так как оптимальный объем выборки должен соответствовать минимуму бракованной продукции:

$$\frac{dB}{dn} = \frac{1}{N} \int\limits_{-\infty}^{\infty} B_1(\gamma_k)\, f(\gamma)\, d\gamma + \frac{dB_2}{dn} - \frac{B_2}{N} - \frac{n}{N} \frac{dB_2}{dn}. \tag{6}$$

Выражение (3) можно записать в виде

$$B_2 = 1 - 2 \int\limits_{0}^{\frac{x_д}{\sigma_1}\sqrt{\frac{n}{n+1}}} \frac{1}{\sqrt{2\pi}}\, e^{-\frac{x^2}{2}}\, dx. \tag{7}$$

Дифференцируя это выражение по n по правилу дифференцирования интеграла с переменным верхним пределом, получим

$$\frac{dB_2}{dn} = - \frac{x_д}{\sqrt{2\pi}\, \sigma_1 \sqrt{n(n+1)^3}}\, e^{-\frac{x_д^2 n}{2\sigma_1^2 (n+1)}}. \tag{8}$$

Если $N \gg n$ и $n+1 \approx n$, то, подставив (8) в (6), из условия $\frac{dB}{dn} = 0$ найдем

$$n_{\text{опт}} = \sqrt{N \frac{x_{\text{д}} e^{-\frac{x_{\text{д}}^2}{2\sigma_1^2}}}{\sqrt{2\pi}\,\sigma_1 \left\{ \int\limits_{-\infty}^{\infty} B_1(\gamma_k) f(\gamma)\, d\gamma - \left[1 - 2\Phi\left(\frac{x_{\text{д}}}{\sigma_1}\right)\right]\right\}}}, \tag{9}$$

где Φ — функция Лапласа.

Для примера рассчитаем $n_{\text{опт}}$ для технологической операции нарезки спирали автоматической линии по производству непроволочных резисторов типа МЛТ. Статистические данные, полученные с оборудования для нарезки спирали при производстве резисторов типа МЛТ, показали, что закон распределения γ близок к нормальному с математическим ожиданием, равным нулю, и $\sigma_\gamma = 4{,}3\%$. Точность оборудования для нарезки спирали можно характеризовать величиной $\sigma_1 = 3{,}2\%$. Выработка одного станка нарезки спирали за день составляет приблизительно 10^4 штук резисторов, поэтому принимаем $N = 10^4$ *шт.* Величину $x_{\text{д}}$ считаем равной 10%.

Так как распределение γ нормальное, то

$$\int\limits_{-\infty}^{\infty} B_1(\gamma_k) f(\gamma)\, d\gamma = 1 - 2\Phi\left(\frac{x_{\text{д}}}{\sqrt{\sigma_1^2 + \sigma_\gamma^2}}\right). \tag{10}$$

Подставляя численные значения в (9), с учетом (10) получим $n_{\text{опт}} = 48{,}4 \approx 49$ *шт.*

Эффективность введения коррекции можно оценить по уменьшению процента брака по сравнению со случаем отсутствия коррекции. Величина брака при отсутствии коррекции по множеству партий изделий может быть представлена величиной

$$B = \int\limits_{-\infty}^{\infty} B(\gamma) f(\gamma)\, d\gamma = 1 - 2\Phi\left(\frac{x_{\text{д}}}{\sqrt{\sigma_1^2 + \sigma_\gamma^2}}\right).$$

При наличии коррекции брак уменьшится и величина его будет составлять

$$B_{\text{кор}} = \frac{n_{\text{опт}}}{N}\left[1 - 2\Phi\left(\frac{x_{\text{д}}}{\sqrt{\sigma_1^2 + \sigma_\gamma^2}}\right)\right] + \frac{N - n_{\text{опт}}}{N}\left[1 - 2\Phi\left(\frac{x_{\text{д}}}{\sigma_1}\right)\right].$$

Таким образом, брак уменьшится в $\frac{B}{B_{\text{кор}}}$ раз.

Для автоматической линии по производству непроволочных резисторов типа МЛТ эффективность введения коррекции высока, так как в соответствии с приведенными числовыми значениями введение коррекции уменьшает брак в 31 раз.

Поступила в редакцию
26 ноября 1966 г.,
окончательный вариант —
3 марта 1967 г.

УДК 308.2.08+681.621.3.019.3

Л. КУБАТ
(Прага, ЧССР)

О ВЫБОРЕ ВЕСОВОЙ ФУНКЦИИ ДИАГНОСТИЧЕСКОЙ ПРОЦЕДУРЫ*

При решении задач технической диагностики необходимо располагать исходными данными, которые требуются для вычисления значений критерия оптимальности процедуры поиска неисправностей в технических системах. К этим данным относятся вероятности отказов, затраты на выполнение проверок и ремонтов.

* Материал доложен на VIII Всесоюзной конференции по автоматическому контролю и методам электрических измерений в сентябре 1966 года в Новосибирске.