

## БИОНИЧЕСКИЕ ИЗМЕРИТЕЛЬНЫЕ ЭЛЕМЕНТЫ И УСТРОЙСТВА

УДК 62—506.2

В. А. ФЕДОРОВ

(Новосибирск)

### О ВЛИЯНИИ ВИДА ВЕСОВОЙ ФУНКЦИИ КONTИНУАЛЬНОЙ МОДЕЛИ РЕЦЕПТИВНОГО ПОЛЯ НА ЕЕ КОНТРАСТНО-ЧАСТОТНУЮ ХАРАКТЕРИСТИКУ

Биологические объекты обладают рядом свойств, интересных с точки зрения измерительной техники [1]. При этом особый интерес представляют первичные воспринимающие органы этих объектов и, в частности, их периферические отделы — рецептивные поля (РП) [2—5]. Среди биологических анализаторных систем зрительный анализатор человека и животных изучен наиболее полно. В дальнейшем мы будем иметь в виду в основном зрительный анализатор, его рецептивные поля и их модели. Первичная обработка сигналов в таком анализаторе представляет собой фильтрацию пространственных частот входного воздействия. Осуществляется такая обработка с помощью рецептивных полей, которые расположены слоями [5]. Каждое рецептивное поле образовано группой рецепторов, выходные сигналы которых через промежуточные клетки поступают на соответствующую данному полю ганглиозную клетку и далее в высшие отделы анализатора. Соседние рецептивные поля могут перекрываться, т. е. выходные сигналы рецепторов могут поступать не только на «свою», но и на другие ганглиозные клетки. При этом различают РП «сумеречного» и «дневного» видения [4]. Эти поля обычно моделируются путем взвешенного алгебраического суммирования сигналов, идущих от рецепторов (рис. 1). В случае сумеречного РП

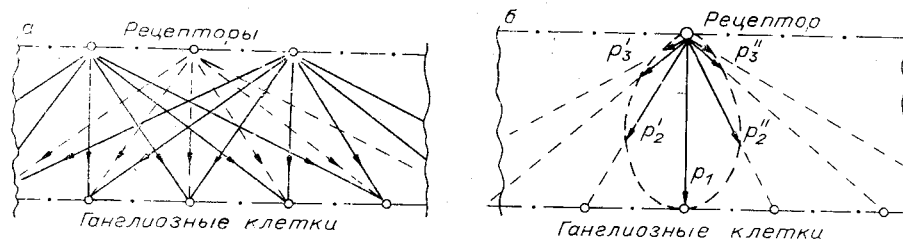


Рис. 1.

сложение осуществляется с одинаковым знаком. Биологами было установлено, что РП могут изменять контраст входного воздействия и в результате способствовать выделению и подчеркиванию контуров видимых изображений. Это утверждение следует из наблюдавшегося биоло-

гами явления кажущегося подчеркивания перепадов яркости в градиентной шкале (явление Маха), а также из прямых электрофизиологических опытов. Указанная особенность рецептивных полей представляет интерес и с точки зрения измерительной техники, особенно в связи с необходимостью разработки приборов с параллельным восприятием информации, способных количественно описывать поля физических величин [6]. Следует отметить, что проведенное биологами исследование указанных свойств РП носит в основном качественный характер и поэтому не в полной мере удовлетворяет измерительную технику, где применение такого рода фильтров было бы полезно. В этой связи представляется целесообразным рассмотреть с большим привлечением математического аппарата вопрос о влиянии вида весовой функции («диаграммы направленности рецептора») модели на ее контрастно-частотную характеристику.

На рис. 1, а изображена одномерная дискретная модель рецептивного поля. В такой модели сигналы от рецепторов распространяются вдоль линий, связывающих рецепторы с ганглиозными клетками. Изображая коэффициент передачи («вес») каждой линии в виде вектора,

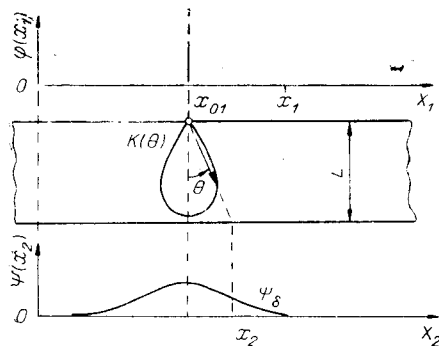


Рис. 2.

расположенного по направлению передачи и имеющего длину, пропорциональную модулю коэффициента передачи, мы получаем «дискретную» диаграмму направленности рецептора (см. рис. 1, б). Предположим далее, что расстояние между рецепторами и сами рецепторы очень малы. В результате такого «предельного» перехода мы получаем модель, которую назовем континуальной моделью рецептивного поля (рис. 2). Такая модель более удобна для проведения математического анализа.

Определим входной  $k_1$  и выходной  $k_2$  контрасты формулами:

$$k_1 = \frac{A_{\max} - A_{\min}}{A_{\max} + A_{\min}} = \frac{\Delta_A}{A_{\text{ср}}}; \quad k_2 = \frac{B_{\max} - B_{\min}}{B_{\max} + B_{\min}} = \frac{\Delta_B}{B_{\text{ср}}},$$

где  $\Delta_A$ ,  $A_{\text{ср}}$ ;  $\Delta_B$ ,  $B_{\text{ср}}$  — амплитуда  $i$ -й гармоники и постоянная составляющая пространственного входного и выходного сигналов соответственно.

Отношение  $\frac{k_2}{k_1}$  является амплитудной контрастно-частотной характеристикой системы. Учитывая, что

$$B_{\text{ср}} = A_{\text{ср}} \Phi(\omega = 0);$$

$$\Delta_B = \Delta_A \Phi(\omega),$$

можно записать:

$$\frac{k_2}{k_1} = \frac{\Delta_B A_{\text{ср}}}{\Delta_A B_{\text{ср}}} = \frac{\Phi(\omega)}{\Phi(\omega = 0)}; \quad \omega \rightarrow \left[ \frac{2\pi}{\mu} \right]. \quad (1)$$

Из этого выражения следует, что задача определения амплитудной контрастно-частотной характеристики сводится к задаче нахождения пространственно-частотной характеристики  $\Phi(j\omega)$  рассматриваемой

континуальной модели. Систему, изображенную на рис. 2, можно рассматривать как фильтр пространственных частот [7]. Обозначим входной и выходной сигналы соответственно через  $\varphi(x_1)$  и  $\psi(x_2)$ . Диаграмму направленности, которая в континуальной модели становится непрерывной функцией полярного угла  $\Theta$  (см. рис. 2), обозначим символом  $K(\Theta)$ . Для рассматриваемой модели справедливо равенство

$$\psi(x_2) = \int_{-\infty}^{\infty} \varphi(x_1) K\left(\operatorname{arctg} \frac{|x_2 - x_1|}{L}\right) dx_1, \quad (2)$$

где  $\Theta = \operatorname{arctg} \frac{|x_2 - x_1|}{L}$ ;  $L$  — расстояние между «плоскостями» рецепторов и ганглиозных клеток.

Предположим, что входное воздействие представляет собой  $\delta$ -функцию, «приложенную» к модели в точке  $x_{01}$ . В этом случае на основании равенства (2) получаем

$$\psi_\delta(x_2) = \int_{-\infty}^{\infty} \delta(x_1 - x_{01}) K\left(\operatorname{arctg} \frac{|x_2 - x_1|}{L}\right) dx_1 = K\left(\operatorname{arctg} \frac{|x_2 - x_{01}|}{L}\right). \quad (3)$$

Соотношение (3) показывает, что реакция системы на  $\delta$ -функцию зависит от разности  $(x_2 - x_{01})$  координат точки  $(x_{01})$  приложения  $\delta$ -функции и координаты  $(x_2)$  точки наблюдения. Иными словами, вид весовой функции  $\psi_\delta(x_2 - x_{01})$  сохраняется при всех возможных значениях  $x_{01}$ . Это обстоятельство свидетельствует о том, что рассматриваемая модель является линейным стационарным фильтром пространственных частот. Функция  $\psi_\delta\left(\frac{|x_2 - x_{01}|}{L}\right)$ , являющаяся весовой функцией системы, совпадает с диаграммой направленности рецептора

$$\psi_\delta\left(\frac{|x_2 - x_{01}|}{L}\right) = K\left(\operatorname{arctg} \frac{|x_2 - x_{01}|}{L}\right).$$

Поэтому в дальнейшем будут употребляться оба термина.

Все возможные диаграммы  $K(\Theta)$  направленности рецепторов являются функциями конечной протяженности

$$-\frac{\pi}{2} \leq \Theta \leq \frac{\pi}{2}.$$

Весовые функции сумеречных рецептивных полей, кроме того, являются всюду положительными (рис. 3, а):

$$0 \leq K_c(\Theta) \leq 1.$$

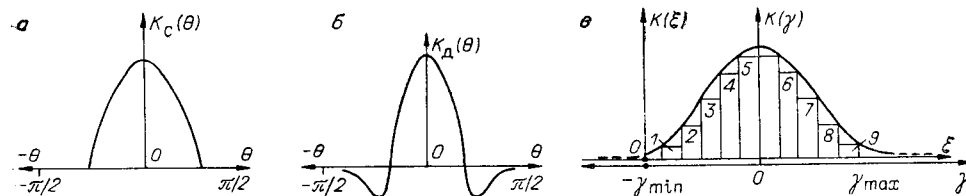


Рис. 3.

Весовые функции полей дневного видения на некоторых интервалах переменного  $\Theta$  могут быть отрицательны («тормозной эффект») (см. рис. 3, б) [8]:

$$-1 \leq K_d(\Theta) \leq 1.$$

На основании линейности и стационарности модели можно видеть, что комплексная пространственно-частотная характеристика фильтра равна

$$\Phi(j\omega L) = L \int_{-\infty}^{\infty} K(\arctg |\gamma|) \exp -j\omega L \gamma d\gamma, \quad (4)$$

где  $\gamma = \frac{|x_2 - x_0|}{L}$ .

В большинстве практически встречающихся случаев бесконечные пределы интегрирования можно заменить (например, исходя из энергетических соображений) конечными  $(-\gamma_{\min}, \gamma_{\max})$ . Для того чтобы в дальнейшем иметь возможность пользоваться таблицами преобразований Лапласа, удобно ввести новую переменную

$$\xi = 1 + \frac{\gamma}{|\gamma_{\min}|} \quad (\xi \geq 0).$$

Вводя новую переменную под интеграл (4), получаем

$$\Phi(j\lambda) = |\gamma_{\min}| e^{j\lambda} L \int_0^{\xi_{\max}} K(\xi) \exp -j\lambda\xi d\xi, \quad (5)$$

где  $\lambda = \omega |\gamma_{\min}| L$ .

Для упрощения записей будем далее предполагать, что  $L=1$ . После такого преобразования спектр любой весовой функции может быть легко найден. С этой целью весовую функцию  $K(\xi)$  следует разбить, например, на ряд прямоугольников так, как это показано на рис. 3, в. Нумеруем ( $N$ ) слева направо все импульсы, вписываемые в график весовой функции  $K(\xi)$ . Координаты левого края обозначим  $\xi_1^{(N)}$ , а правого  $\xi_2^{(N)}$ . Спектр каждого вписанного прямоугольника находится по таблицам преобразований Лапласа [9]

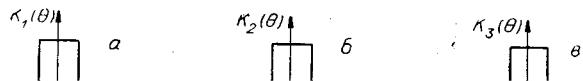
$$\Phi_N(j\lambda) = A_N \frac{e^{-j\lambda\xi_1^{(N)}} - e^{-j\lambda\xi_2^{(N)}}}{j\lambda} |\gamma_{\min}| e^{j\lambda}, \quad (6)$$

где

$$A_N = \begin{cases} K(\xi_1^{(N)}) & \text{при } \xi < |\gamma_{\min}|; \\ K(\xi_2^{(N)}) & \text{при } \xi > |\gamma_{\min}|. \end{cases}$$

Спектр «отрицательного» импульса равен спектру «положительного» импульса, но с обратным знаком. На основании линейности преобразования Лапласа спектр всей весовой функции можно найти суммированием спектров отдельных импульсов. Отметим, что вычисление интеграла (4) прямым путем сопряжено, как правило, с серьезными вычислительными трудностями. Это обусловлено тем, что переменная  $\gamma$

находится под знаком  $\text{arctg} \dots$ . Кусочно-линейная аппроксимация существенного упрощения не дает. Поэтому указанный выше прием представляется весьма удобным при вычислении контрастно-частотных характеристик моделей рецептивных полей. Рассмотрим теперь три конкретных случая, отображенных на рис. 4. Выбор именно этих случаев



обусловлен тем, что их анализ прост и дает возможность наблюдать закономерности трансформации контрастно-частотных характеристик при переходе от одного характерного вида весовых функций к другому. Условимся, что первый нижний символ у букв указывает на принадлежность к одному из трех перечисленных случаев. Единица и двойка (второй нижний символ) буквы  $\xi$  (край прямоугольника) обозначают соответственно левый и правый край. Верхний индекс (в скобках) везде обозначает номер ( $N=1, 2, \dots$ ) прямоугольника, образующего функцию  $K_j(\Theta)$ , считая слева направо.

Рассмотрим первый случай. Для вычисления спектра функции  $K_1(\xi)$  следует в формуле для  $K_1(\Theta)$  сделать подстановку

$$\xi = 1 + \frac{\gamma}{|\gamma_{\min}|} = 1 + \frac{\text{tg } \theta_1}{|\text{tg } \theta_3|}.$$

В результате получаем функцию  $K_1(\xi)$ . В нашем случае функция  $K_1(\xi)$ , так же как и функция  $K_1(\Theta)$ , представляет собой прямоугольник. Этот прямоугольник смещен вправо от  $\xi=0$  на величину

$$\xi_1^{(1)} = 1 + \frac{\text{tg } \theta_1}{|\text{tg } \theta_3|}.$$

В последнем соотношении в целях упрощения процедуры сопоставления спектров рассматриваемых весовых функций было принято  $\theta_{\min} = \theta_3$  (см. рис. 4, б). Спектр функции  $K_1(\xi)$ , согласно выражениям (5) и (6), равен

$$\Phi_{10}(j\lambda) = A_{10}^{(1)} |\text{tg } \theta_{\min}| e^{j\lambda} \frac{e^{-j\lambda \xi_{11}^{(1)}} - e^{-j\lambda \xi_{12}^{(1)}}}{j\lambda}.$$

При  $|\theta_1| = |\theta_2|$

$$\Phi_{10}(\lambda) = 2A_{10}^{(1)} |\text{tg } \theta_{\min}| \frac{\sin \lambda |\xi_{11}^{(1)} - 1|}{\lambda}.$$

При  $\lambda \rightarrow 0$

$$\Phi_{10}(\lambda = 0) = 2A_{10}^{(1)} |\text{tg } \theta_{\min}| |\xi_{11}^{(1)} - 1|.$$

Для второго случая можно записать:

$$\Phi_{20}^{(1)} = A_{20}^{(1)} |\operatorname{tg} \Theta_{\min}| e^{j\lambda} \frac{e^{-j\lambda \xi_{21}^{(1)}} - e^{-j\lambda \xi_{22}^{(1)}}}{j\lambda};$$

$$\Phi_{20}^{(2)} = A_{20}^{(2)} |\operatorname{tg} \Theta_{\min}| e^{j\lambda} \frac{e^{-j\lambda \xi_{21}^{(2)}} - e^{-j\lambda \xi_{22}^{(2)}}}{j\lambda};$$

$$\Phi_{20}^{(3)} = A_{20}^{(3)} |\operatorname{tg} \Theta_{\min}| e^{j\lambda} \frac{e^{-j\lambda \xi_{21}^{(3)}} - e^{-j\lambda \xi_{22}^{(3)}}}{j\lambda}.$$

Спектр  $\Phi_2(j\lambda)$  находится алгебраическим суммированием составляющих

$$\Phi_{20} = \Phi_{20}^{(2)} - (\Phi_{20}^{(1)} + \Phi_{20}^{(3)}).$$

При четной функции  $K_2(\Theta)$  имеем

$$\Phi_{20}(\lambda) = 2 |\operatorname{tg} \Theta_{\min}| \left[ (A_{20}^{(2)} + A_{20}^{(1)}) \frac{\sin \lambda |\xi_{21}^{(2)} - 1|}{\lambda} - A_{20}^{(1)} \frac{\sin \lambda |\xi_{22}^{(1)} - 1|}{\lambda} \right].$$

При  $\lambda \rightarrow 0$

$$\Phi_{20}(\lambda = 0) = 2 |\operatorname{tg} \Theta_{\min}| [(A_{20}^{(2)} + A_{20}^{(1)}) |\xi_{21}^{(2)} - 1| - A_{20}^{(1)} |\xi_{21}^{(1)} - 1|].$$

Поступая аналогично и предположив, что  $K_3(\Theta)$  — четная функция, получаем следующее выражение:

$$\Phi_{30}(\lambda) = 2 |\operatorname{tg} \Theta_{\min}| \left[ (A_{30}^{(2)} - A_{30}^{(1)}) \frac{\sin \lambda |\xi_{31}^{(2)} - 1|}{\lambda} + A_{30}^{(1)} \frac{\sin \lambda |\xi_{31}^{(1)} - 1|}{\lambda} \right].$$

При  $\lambda \rightarrow 0$

$$\Phi_{30}(\lambda = 0) = 2 |\operatorname{tg} \Theta_{\min}| [(A_{30}^{(2)} - A_{30}^{(1)}) |\xi_{31}^{(2)} - 1| + A_{30}^{(1)} |\xi_{31}^{(1)} - 1|].$$

Воспользуемся полученными соотношениями и построим контрастно-частотные характеристики, когда

$$|-\Theta_{\min}| = |-\Theta_3| = \Theta_4 = 80^\circ; \quad |-\Theta_1| = \Theta_2 = 40^\circ;$$

$$A_{10}^{(1)} = 1; \quad A_{20}^{(1)} = -0,2; \quad A_{20}^{(2)} = 1; \quad A_{30}^{(1)} = A_{30}^{(3)} = 0,2; \quad A_{30}^{(2)} = 1;$$

$$C = 2 |\operatorname{tg} \Theta_3|.$$

Выбор именно такого соотношения параметров весовых функций был обусловлен желанием рассмотреть случай, близкий к ситуациям, имеющим место в реальных биологических объектах [2, 3]. Для данного случая имеем:

$$\frac{1}{C} \Phi_{10}(\lambda) = 0,15 \frac{\sin \pi \nu}{\pi \nu};$$

$$\frac{1}{C} \Phi_{20}(\lambda) = 1,2 \left( 0,15 \frac{\sin \pi \nu}{\pi \nu} \right) - 0,2 \frac{\sin \pi y(\nu)}{\pi y(\nu)};$$

$$\frac{1}{C} \Phi_{30}(\lambda) = 0,8 \left( 0,15 \frac{\sin \pi \nu}{\pi \nu} \right) + 0,2 \frac{\sin \pi y(\nu)}{\pi y(\nu)},$$

где

$$y(\nu) \approx 6,67 \nu; \quad \nu = \frac{0,15 \lambda}{\pi}$$

Контрастно-частотные характеристики, соответствующие рассматриваемому случаю, изображены на рис. 5. Мы видим (см. рис. 5, а),

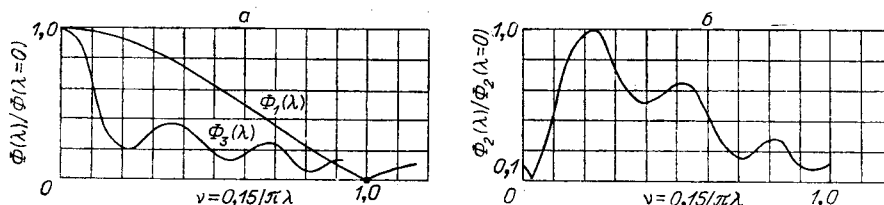
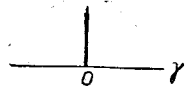
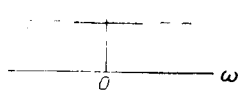
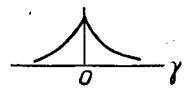
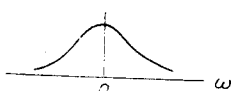
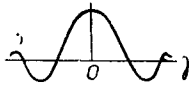

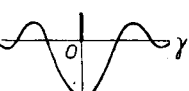

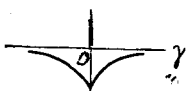
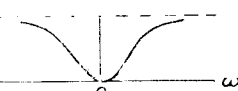

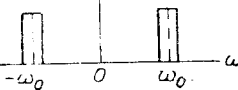


Рис. 5.

что для моделей (сумеречное РП) с весовыми функциями «неколебательного» типа (см. рис. 4, а, в) характерно убывание контраста с ростом частоты. При этом увеличение «ширины» весовой функции («диаграммы направленности») модели сумеречного РП сопровождается быстрым убыванием контраста и сужением «полосы прозрачности» такого фильтра пространственных частот. Это явление согласуется с известным в теории спектров «принципом неопределенности» [10]. Модель же (РП дневного видения), обладающая весовой функцией «колебательного» типа (см. рис. 4, б), имеет особенность. Эта особенность состоит в том, что увеличение ширины весовой функции, обусловленное тормозным эффектом, сопровождается ростом контраста и увеличением коэффициента передачи фильтра в области «высоких» частот (см. рис. 5, б). Отметим, что обнаруживаемая при количественном анализе модели связь между тормозным эффектом и видом контрастно-частотной характеристики объясняет в какой-то мере на «частотном языке» роль тормозного эффекта в модели и реальном объекте.

Дополнительная информация о соотношениях весовых функций и частотных характеристик может быть получена из рассмотрения таблиц, содержащих результаты прямых преобразований Фурье над некоторыми функциями. Например, известно, что энергетический спектр стационарного случайного процесса определяется как преобразование Фурье его функции корреляции. Естественно поэтому обратиться к результатам этих исследований. В работе [11] приведена таблица таких соотношений. Наиболее интересные соотношения и их графики приведены в таблице. Из рассмотрения таблицы следует, что при изменении вида весовой функции модели можно получать не только эффект увеличения контраста в некоторой полосе пространственных частот, но и создавать фильтры разнообразного функционального назначения. Например, при соответствующем виде весовой функции можно получать фильтры высоких (низких) пространственных частот, полосовые фильтры, «фильтр-пробки» и т. д. Можно также заметить, что увеличение контраста можно наблюдать действительно только при весовых функ-

$K(\gamma) = \frac{1}{2\pi} \int_{-\infty}^{\infty} \Phi(j\omega) \exp j\omega\gamma d\omega$		$\Phi(j\omega) = \int_{-\infty}^{\infty} K(\gamma) \exp -j\omega\gamma d\gamma$	
$A \delta(\gamma)$		$A$	
$e^{-\alpha \gamma }$		$\frac{2\alpha}{\alpha^2 + \omega^2}$	
$\frac{\sin \Delta\omega\gamma}{\Delta\omega\gamma}$		$\frac{\pi}{\Delta\omega}$ при $ \omega  \leq \Delta\omega$ 0 при $ \omega  > \Delta\omega$	
$\frac{\pi}{\Delta\omega} \delta(\gamma) - \frac{\sin \Delta\omega\gamma}{\Delta\omega\gamma}$		0 при $ \omega  \leq \Delta\omega$ $\frac{\pi}{\Delta\omega}$ при $ \omega  > \Delta\omega$	
$\frac{\delta(\gamma) - \frac{1}{2\beta} e^{-\beta \gamma }}{\beta}$		$\frac{(\beta\omega)^2}{1 + (\beta\omega)^2}$	
$\frac{\sin 0,5 \Delta\omega\gamma}{0,5 \Delta\omega\gamma}$		$\frac{\pi}{\Delta\omega}$ при $ \omega \pm \omega_0  \leq \frac{\Delta\omega}{2}$ 0 при $ \omega \pm \omega_0  > \frac{\Delta\omega}{2}$	

циях «колебательного» типа, но не при любых соотношениях параметров весовых функций [11].

Аналогичную информацию можно получить, обратившись к таблицам соответствия между плотностью вероятности и характеристической функцией [12]. Эти функции также связаны между собой через преобразование Фурье.

Фильтры рассмотренного типа на основании их линейности и стационарности можно синтезировать, т. е. находить вид весовой функции по заданной частотной характеристике. С этой целью можно использовать обратное преобразование Фурье

$$K(\gamma) = \int_{-\infty}^{\infty} \Phi(j\omega) e^{j\omega\gamma} d\omega.$$

При этом, кроме непосредственного вычисления этого интеграла, можно, как и ранее, обратиться к исследованиям иной целевой направленности. Известно, например, что диаграмма направленности антенны



есть результат обратного преобразования Фурье над функцией, описывающей распределение поля по ее раскрыту [13]. В работе [14] приведена таблица результатов таких преобразований. Таблица содержит 33 функции и может быть использована при исследовании свойств моделей рецептивных полей. С этой же целью могут использоваться и упоминавшиеся таблицы [11, 12].

В моделях рецептивных полей дневного видения сигналы от возбужденных рецепторов, распространяющиеся в направлении  $\Theta$ , по условию могут претерпевать фазовый сдвиг, равный нулю либо  $180^\circ$  («тормозной эффект»). Следовательно, вектор, изображающий комплексный коэффициент передачи, всегда лежит вдоль вещественной оси. Это, иными словами, означает, что весовая функция рецептивного поля дневного видения, несмотря на колебательный характер, является вещественной функцией. Поэтому синтез можно в этом случае осуществлять с помощью прямого преобразования Фурье над частотной характеристикой, комплексно сопряженной по отношению к заданной:

$$K(\gamma) = \int_{-\infty}^{\infty} \overline{\Phi(j\omega)} e^{-j\omega\gamma} d\omega.$$

Это облегчает синтез, так как в этом случае открывается возможность использовать хорошо разработанные для этого преобразования методы и таблицы.

#### ЛИТЕРАТУРА

1. К. Б. Карандеев, Б. И. Пучкин. Бионика и измерение.— Измерительная техника, 1964, № 4.
2. В. Д. Глезер, И. И. Цуккерман. Информация и зрение. М., Изд-во АН СССР, 1961.
3. В. Д. Глезер. Механизмы опознания зрительных образов. М.—Л., «Наука», 1966.
4. Ф. Д. Межов и др. Телевизионные модели некоторых рецептивных полей.— В сб. «Механизмы кодирования зрительной информации». М., «Наука», 1966.
5. Л. Е. Пинчук, М. П. Цапенко. Биологические анализаторы и измерительные информационные системы.— В сб. «Проблемы электрометрии». Новосибирск, «Наука», 1967.
6. Г. И. Кавалеров, С. М. Мандельштам, М. П. Цапенко и др. Измерительные информационные системы (обобщающий доклад). Л., ОНТИ ВНИИЭП, 1965.
7. О. Нейл. Введение в статистическую оптику. М., «Мир», 1966.
8. И. И. Цуккерман. О вводе информации в мозг и вычислительную машину.— В кн. «Информация и кибернетика». М., «Советское радио», 1967.
9. Г. Дёч. Руководство к практическому применению преобразования Лапласа. М., Физматгиз, 1958.
10. А. А. Харкевич. Спектры и анализ. М., Гостехиздат, 1957.
11. В. И. Тихонов. Статистическая радиотехника. М., «Советское радио», 1966.
12. А. М. Заездный. Основы статистической радиотехники, вып. 2 (§§ 3—6). Л., 1964.
13. Современные проблемы антенно-волноводной техники. М., «Наука», 1967.
14. Е. Г. Зелкин. Построение излучающей системы по заданной диаграмме направленности. М.—Л., Госэнергоиздат, 1963.

Поступила в редакцию  
31 августа 1967 г.