А К А Д Е М И Я Н А У К С С С Р
СИБИРСКОЕ ОТДЕЛЕНИЕ
А В Т О М Е Т Р И Я

УДК 621.317.089

М. В. САВЕНКОВ
(*Люберцы*)

КОНТРОЛЬ РАБОТЫ ТЕХНИЧЕСКИХ УСТРОЙСТВ С ИСПОЛЬЗОВАНИЕМ ИНФОРМАЦИИ ОБ ИЗМЕНЕНИИ ИХ ПАРАМЕТРОВ В ПРОЦЕССЕ ЭКСПЛУАТАЦИИ

В связи с большой сложностью внутренних процессов, сопровождающих работу современных технических устройств, часто не представляется возможным контролировать течение этих процессов. Тем не менее при эксплуатации технического устройства, как правило, производится измерение параметров, характеризующих его работу, и по результатам этих измерений принимаются решения об управлении ходом внутренних процессов. Нередки случаи, когда измеряемые параметры хотя и связаны как-то с ходом контролируемых процессов, но непосредственное описание этих связей затруднительно. Например, ход технологического процесса в химическом производстве контролируется по температуре смеси, работоспособность авиационного двигателя — по оборотам его ротора в максимальном режиме. В обоих случаях на результат контроля могут влиять многочисленные случайно действующие факторы и ошибки измерений — как методические, так и инструментальные, что затрудняет установление четкой связи между результатом контроля и состоянием объекта.

Если эксплуатируемое техническое устройство работает нормально, т. е. в течении внутренних процессов не происходит сколько-нибудь существенных изменений, то набор результатов измерений параметра носит характер случайной последовательности, описываемой с достаточной точностью своей корреляционной функцией. В этом случае возможен эффективный прогноз значений контролируемых параметров [1] и, следовательно, управление эксплуатацией технического устройства для поддержания его параметров в допустимых пределах. Но прогноз окажется необоснованным для технического устройства, в котором из-за резкого изменения хода внутренних процессов (отказа) существенно меняются и характеристики случайной последовательности, образуемой результатами измерений. Именно такой момент «разладки» технического устройства мы и должны вовремя обнаружить, хотя неслучайные изменения результатов измерений могут при этом оказаться незаметными на фоне обычных шумов.

Ограничимся в дальнейшем рассмотрением следующей практически интересной задачи. Пусть в процессе длительной эксплуатации технического устройства через интервал времени Δt, отсчитываемый по его наработке, производится измерение какого-то параметра x. В результате наблюдается случайная последовательность $x_1, x_2, \ldots, x_N$. О характеристиках этой последовательности речь пойдет ниже. За время эксплуатации $T_р = N\Delta t$ в случайный момент времени θ может произойти отказ технического устройства, который изменит значение некоторого ненаблюдаемого непосредственно (скрытого) параметра a. Таким образом, последовательность скрытых исходов имеет вид $a_0, a_0, \ldots, a_0, a_1, a_1, \ldots, a_1$, где a_0 — номинальное значение параметра a, характеризующего течение внутренних процессов в техническом устройстве; a_1 — значение его после возникновения отказа (разладки). Момент смены значения параметра a и есть θ. Опыт обработки статистических данных об отказах позволяет считать распределение случайного момента θ экспоненциальным:

$$P\{\theta > t\} = e^{-\lambda t}, \tag{1}$$

где λ — интенсивность потока тех отказов технического устройства, появление которых влияет на значение параметра x.

В дальнейшем полагаем, что разладка состоит в изменении значения математического ожидания наблюдаемой последовательности с a_0 на a_1 без изменения ее среднеквадратического отклонения σ^*. Обнаружить происшедшее изменение по наблюдаемой случайной последовательности $\{x_i\}$ нетрудно, если скачок $(a_0 - a_1)$ велик по сравнению с неточностью измерений и шумами σ^*. На практике это условие выполняется лишь для самых тривиальных отказов; большинство отказов технических устройств приводит к малым изменениям a, которые, однако, быстро развиваясь, могут привести к весьма нежелательным последствиям, если их вовремя не обнаружить. Будем полагать, что потери от несвоевременного обнаружения отказа пропорциональны времени, прошедшему с момента изменения скрытого параметра:

$$W = \begin{cases} c(t-\theta) & \text{при} \quad t \geqslant \theta; \\ 0 & \text{при} \quad t < \theta. \end{cases} \tag{2}$$

Если не ввести никаких ограничений на характеристики наблюдаемой случайной последовательности $\{x_i\}$, то решение задачи об обнаружении разладки не может быть доведено до эффективных с практической точки зрения формул. Поэтому в дальнейшем считаем случайную последовательность $\{x_i\}$ (или соответствующий ей случайный процесс x_t) гауссовской. Это допущение хорошо подтверждается статистикой, собранной в процессе эксплуатации многих технических устройств. Рассматриваем далее два типа последовательностей:

1) случайную последовательность $\{x_i\}$, принимающую в разные моменты времени условно независимые значения (т. е. распределения значений параметра x в моменты измерения при $a = \text{const}$ независимы);

2) случайную последовательность $\{x_i\}$ — марковскую, т. е. имеющую корреляционную функцию вида $R(n) = \sigma^{*2} d^n$ (соответствующий ей случайный процесс описывается корреляционной функцией $R(\tau) = \sigma^{*2} e^{-\gamma|\tau|}$, где $d = e^{-\gamma\Delta t}$). И в этом случае считаем, что при разладке изменяется лишь значение математического ожидания, а σ^* и γ остаются постоянными.

Громоздкие, но доступные для практического использования результаты могут быть получены, если считать, что наблюдаемая последовательность $\{x_i\}$ порождена стационарным случайным процессом, имеющим рациональную спектральную плотность. Какое предположение о характере случайной последовательности $\{x_i\}$ следует принять, можно решить на основании изучения реальных статистических данных, получаемых при измерениях параметров технических устройств в процессе эксплуатации. Применяемый в дальнейшем аппарат стохастических уравнений оказывается весьма удобным при рассмотрении практических задач управления эксплуатацией таких устройств. Этот аппарат позволяет по методике, данной в [2], легко получить дифференциальные уравнения и граничные условия, соответствующие поставленной задаче, хотя эффективное решение таких уравнений дается с большим трудом.

Реальную задачу по управлению наблюдаемым процессом можно свести к задаче об управлении стандартным случайным процессом, приобретающим ненулевой «снос» в момент возникновения разладки. Для этого рассматриваем не само значение x_i, а лишь меру информации, содержащейся в этом измерении:

$$\eta_i = \ln \frac{p_1(x)}{p_0(x)}, \tag{3}$$

где $p_1(x)$ — плотность распределения величины x при наличии разладки, когда $a=a_1$;

$p_0(x)$ — плотность распределения величины x при отсутствии разладки, когда $a=a_0$.

Если отдельное измерение x_i дает недостаточную информацию (т. е. a_1-a_0 мало по сравнению с σ^*), то имеет смысл рассматривать информацию не одного измерения η_i, а накопленную сумму

$$\xi_k = \sum_{i=1}^{k} \eta_i . \tag{4}$$

В пределе при $\Delta t \to 0$ последовательность (ξ_i) образует непрерывный случайный процесс $\xi(t)$. Можно выписать стохастические дифференциальные уравнения для этого случайного процесса с учетом предположений о последовательности $\{x\}$. В случае, когда наблюдается последовательность условно независимых значений,

$$\xi_k = \frac{2}{\sigma^*} \sum_{i=1}^{k} (x_i - a_0) \tag{5}$$

и $\xi(t)$ удовлетворяет уравнению

$$d\xi = \chi r dt + \sigma d\zeta, \tag{6}$$

где

$$\chi = \begin{cases} 1 & \text{при} \quad t \geqslant \Theta; \\ 0 & \text{при} \quad t < \Theta; \end{cases}$$

$$r = \frac{2(a_1 - a_0)}{\sigma^* \Delta t};$$

$$\sigma = \sqrt{\frac{2}{\Delta t}};$$

$\zeta(t)$ — стандартный винеровский процесс (т. е. $\zeta(0)=0$; $Md\zeta=0$; $D d\zeta = dt$).

В случае, когда наблюдается марковская последовательность $\{x_i\}$, такое же «скользящее среднее» (5) порождается случайным процессом, описываемым более сложным уравнением:

$$d\xi = \chi r dt + \sigma d\zeta - [\xi - \chi r t]\, \gamma dt, \tag{7}$$

где $\sigma = \sqrt{\frac{2\gamma t}{\Delta t}}$.

Заметим, что и в этом случае разладка вызывает появление сноса в диффузионном процессе. Если рассматривать задачу об обнаружении смены величины γ, то соответствующее уравнение значительно усложнится. Практическая обработка результатов измерений параметров исправных и неисправных технических устройств позволяет считать, что корреляционная связь отдельных измерений при разладке не нарушается, т. е. $\gamma = \mathrm{const}$ и дисперсия тоже остается неизменной. Физически это объясняется тем, что дисперсия σ^{*2} определяется во многом методом измерений, а показатель γ характеризует воздействие на результат измерения параметра x «неосновных» факторов, не влияющих на его математическое ожидание a.

Поскольку мы интерпретируем момент возникновения разладки как отказ и должны снять с эксплуатации техническое устройство, которое, по нашему мнению, отказало, то наибольший практический интерес представляет рассмотрение двух задач:

1) обнаружить отказ за возможно более короткий срок с момента его возникновения, но чтобы при этом вероятность снятия с эксплуатации исправного технического устройства не превысила заданного уровня α;

2) построить такую систему обнаружения отказов, чтобы средние потери (риск) из-за отказов и необоснованного снятия технических устройств с эксплуатации были бы минимальны.

Решение обеих указанных задач дано в [3] для случая условно независимых наблюдений x_i. В более ранних работах А. Н. Ширяева показано, что вся информация о ходе наблюдаемого процесса при решении этих задач заключена в достаточной статистике

$$\pi(t) = P\{\Theta < t / \xi(\tau),\ \tau \leqslant t\} \tag{8}$$

или в статистике

$$\varphi(t) = \ln \frac{\pi(t)}{1 - \pi(t)}. \tag{9}$$

Эти статистики имеют весьма простой смысл: $\pi(t)$ — условная вероятность того, что разладка произошла, если известно, как вел себя наблюдаемый процесс до момента t; $\varphi(t)$ — мера информации апостериорной вероятности возникновения отказа.

Сформулируем задачу на более формальном уровне. Вычисляем ξ_k — среднее значение случайной последовательности $\{x_i\}$, наблюдаемой при измерении параметра технического устройства в процессе его эксплуатации. Если наблюдаемые значения x_i условно независимы, то $\xi(t)$ подчинено уравнению (6), если x_i образуют марковскую последовательность, то $\xi(t)$ подчинено уравнению (7). В случае появления каких-либо срывов в нормальной работе технического устройства процесс $\xi(t)$ приобретает ненулевой снос ($\chi=1$). Момент θ смены значения χ с 0 на 1 случаен и имеет экспоненциальное распределение. Необходимо снять с эксплуатации (забраковать) и отправить в ремонт отказавшее техническое устройство. Решение о снятии с эксплуатации должно быть принято в момент ν так, чтобы

1) или при заданной вероятности ложной браковки

$$\alpha = P\{\nu < \theta\}$$

достигался минимум среднего времени работы неисправного технического устройства

$$\tau(\alpha) = \inf M\{\nu - \Theta / \nu \geqslant \Theta\}, \tag{10}$$

2) или обеспечивался минимум средних потерь

$$\rho(\nu) = P\{\nu < \Theta\} + c\, P\{\nu \geqslant \Theta\} . M\{\nu - \Theta / \nu \geqslant \Theta\}. \tag{11}$$

Решение принимается на основании статистики $\pi(t)$. Апостериорная вероятность возникновения разладки $\pi(t)$ сама является случайным процессом и подчинена стохастическим уравнениям, которые легко получить, пользуясь методом, приведенным в [2]. Для случая условно независимых наблюдений x_i

$$d\pi = (1-\pi)\left(\lambda - \frac{r^2}{\sigma^2}\pi^2\right)dt + \frac{r}{\sigma^2}\pi(1-\pi)d\xi; \tag{12}$$

$$d(\pi) = (1-\pi)\,\lambda\, dt + \frac{r}{\sigma}\pi(1-\pi)\,d\zeta\,. \tag{13}$$

Для случая наблюдения марковской последовательности

$$d\pi = (1-\pi)\left[\lambda - \frac{r^2(1+\gamma t)^2}{\sigma^2}\pi^2 + \gamma\xi\frac{r(1+\gamma t)}{\sigma^2}\pi\right]dt +$$

$$+ \frac{r(1+\gamma t)}{\sigma^2}\pi(1-\pi)d\xi; \tag{14}$$

$$d\pi = (1-\pi)\lambda dt + \frac{r(1+\gamma t)}{\sigma}\pi(1-\pi)\,d\zeta. \tag{15}$$

Заметим, что если в первом случае ввести обозначение

$$\frac{r}{\sqrt{2}\sigma} = g = \frac{a_1 - a_0}{\sigma^* \sqrt{\Delta t}}\,, \tag{16}$$

а во втором

$$\frac{r(1+\gamma t)}{\sqrt{2}\,\sigma} = g = \frac{(a_1 - a_0)}{\sigma^* \sqrt{\Delta t}}\,\frac{(1+\gamma t)}{2\sqrt{\gamma t}}\,, \tag{17}$$

то уравнения (13) и (15), выражающие апостериорную вероятность отказа через стандартный винеровский процесс $\zeta(t)$, становятся одинаковыми:

$$d\pi = (1-\pi)\lambda\, dt + \sqrt{2}\, g\pi(1-\pi)d\zeta\,. \tag{18}$$

Это означает, что условное математическое ожидание приращения $d\pi$ при известном значении π и условная дисперсия $d\pi$ в обоих случаях одинаковы:

$$M(d\pi/\pi) = \lambda(1-\pi)dt;$$

$$M(d\pi^2/\pi) = 2g^2\pi^2(1-\pi)^2dt.$$

Поиск момента снятия с эксплуатации ν, обеспечивающего минимум средних потерь $\rho(\nu)$, основан на изучении риска от продолжения наблюдения $\rho(\pi)$:

$$\rho[\pi(t)] = c\pi(t)\Delta t + \int \rho[\pi(t) + \Delta\pi(t)]dP\{\Delta\pi(t)/\pi(t)\} + 0(\Delta t).$$

Отсюда, переходя к пределу при $\Delta t \to 0$ и учитывая, что

$$\rho[\pi(t) + \Delta\pi(t)] \sim \rho[\pi(t)] + \rho'(\pi)d\pi + \frac{1}{2}\rho''(\pi)d\pi^2;$$

$$\int d\pi\, dP\{d\pi/\pi\} = M\{d\pi/\pi\} = \lambda(1-\pi)dt;$$

$$\int d\pi^2 dP\{d\pi/\pi\} = M\{d\pi^2/\pi\} = 2g^2\pi^2(1-\pi)^2dt,$$

получаем дифференциальное уравнение для риска

$$\rho''(\pi)g^2\pi^2(1-\pi)^2 + \rho'(\pi)\lambda(1-\pi) + c\pi = 0. \qquad (19)$$

В момент, когда необходимо принять решение о снятии технического устройства с эксплуатации, риск от его забракования $\rho_1(\pi) = 1 - \pi(t)$ должен быть равен риску от продолжения наблюдения $\rho(\pi)$. Кроме того, как было показано В. С. Михалевичем [4], в этот момент равны и их производные, т. е. $\rho'(\pi^*) = -1$. Здесь π^* — граничное значение апостериорной вероятности, по достижении которого текущим значением $\pi(t)$ необходимо снять техническое устройство с эксплуатации, если ставится задача обеспечения наименьших средних потерь. Еще одно условие $\rho'(0) = 0$, отражающее факт отсутствия отрицательного риска, позволяет решить уравнение (19) и найти значение π^*, при котором $\rho(\pi) = 1 - \pi^*$. Как показано в [3], π^* является корнем интегрального уравнения, которое в виде, удобном для решения на ЭЦВМ, может быть записано так:

$$\int\limits_{\frac{1-\pi^*}{\pi^*}\Lambda}^{\infty} e^{-z}\,\frac{z^2 + \frac{\lambda - c}{g^2}\cdot z + \frac{\lambda c}{g^4}}{z^2 + \Lambda}\,dz = 0. \qquad (20)$$

где $\Lambda = \dfrac{\lambda}{g^2}$.

Анализ выражения (20) показывает, что $\pi^* < \dfrac{c}{\lambda + c}$.

Оценка средних потерь в случае снятия с эксплуатации технического устройства по достижении апостериорной вероятностью разладки уровня π^* может быть получена как решение уравнения (19):

формулам, получаемым на основании (12) и (14). Для условно независимых наблюдений

$$\pi_k = \pi_{k-1} + (1 - \pi_{k-1})\left\{\pi_{k-1}\frac{g}{\sigma}\left[\xi_k - \xi_{k-1}\right] + (\lambda - g^2\pi_{k-1}^2)\Delta t\right\}. \quad (22)$$

Для случая наблюдения марковской последовательности

$$\pi_k = \pi_{k-1} + (1 - \pi_{k-1})\left\{\pi_{k-1}\frac{g}{\sigma}\left[\xi_k - (1 + \gamma\Delta t)\xi_{k-1}\right] + (\lambda - g^2\pi_{k-1}^2)\Delta t\right\} \quad (23)$$

Из приведенных рекуррентных выражений видно, что для вычисления единственной достаточной статистики π_k в первом случае необходимо знать, кроме π_{k-1}, лишь приращение $\xi_k - \xi_{k-1}$, т. е. результат последнего измерения x_k, а во втором случае приходится учитывать два последних измерения.

Окончательная процедура эксплуатации технических устройств с целью достижения оптимума по потерям сводится к тому, что в заданных условиях для данного класса объектов (т. е. при заданных c, λ, g) решается уравнение (20) и отыскивается граница π^*. По результатам измерений параметра x_i через интервалы времени Δt, получаемым в процессе эксплуатации каждого технического устройства, апостериорная вероятность разладки π_k вычисляется с помощью формулы (22) или (23). Если π_k достигнет уровня π^*, то принимается решение о снятии соответствующего технического устройства с эксплуатации и направлении его в ремонт. Существенным является тот факт, что наличие корреляции между измерениями оказывает по прошествии некоторого времени наблюдения такое же влияние, как и увеличение скачка параметра при разладке. Это позволяет обнаруживать разладку при наблюдении марковской последовательности более уверенно, чем при независимых наблюдениях.

Перейдем далее к определению режима эксплуатации в том случае, если необходимо как можно быстрее обнаружить происшедший отказ при заданной вероятности ложной браковки α. И здесь необходимо найти такой уровень π^{**}, по достижении которого апостериорной вероятностью разладки $\pi(t)$ следует прекратить эксплуатацию технического устройства. Вероятность достижения случайным процессом $\pi(t)$ уровня π^{**} при условии, что разладка не происходила (вероятность ложного забракования), может быть вычислена следующим образом:

$$\alpha = \int_0^\infty e^{-\lambda\tau} p(\pi_0, \tau, \pi^{**})\, d\tau, \quad (24)$$

где $p(\pi_0, \tau, \pi^{**})$ — плотность вероятности достижения случайным процессом $\pi(t)$ уровня π^{**} впервые в момент времени τ, если движение начиналось из точки $\pi_0 = \pi(t)_{t=0}$;

$e^{-\lambda\tau}$ — вероятность того, что за время τ разладка не произойдет.

Стохастическое уравнение, определяющее случайный процесс $\pi(t)$, может быть получено из уравнений (6), (12) и (7), (14), если принять в них $\chi=0$, так как разладки нет:

$$d\pi=(1-\pi)\quad(\lambda-\pi^2g^2)dt+g\pi(1-\pi)d\zeta. \qquad (25)$$

Уравнение (25) имеет один и тот же вид и при наблюдении марковской последовательности, и при независимых наблюдениях. Следовательно, уровень π^{**}, как ранее и уровень π^*, в обоих случаях определится одинаково. Из (25) легко получить дифференциальное уравнение для $p(\pi_0, \tau, \pi^{**})$:

$$\frac{\partial p}{\partial\tau}=(1-\pi_0)(\lambda-\pi_0^2g^2)\frac{\partial p}{\partial\pi_0}+\frac{1}{2}g^2\pi_0^2(1-\pi_0)^2\frac{\partial^2 p}{\partial\pi_0^2}. \qquad (26)$$

Граничные и начальные условия этого уравнения соответствуют следующим особенностям процесса $\pi(t)$:

1) «прилипание» на границе $\pi(t)=\pi^{**}$:

$$p(\pi^{**}, \tau, \pi^{**})=1;$$

2) невозможность мгновенных «перескоков»:

$$p(\pi_0, 0, \pi^{**})=0, \text{ если } \pi_0\neq\pi^{**}.$$

Нас интересует лишь вычисление вероятности ложной тревоги α, поэтому нет надобности решать уравнение в частных производных (26). Действительно, уравнение (24) (с учетом начального условия) можно толковать как преобразование Лапласа $p_\lambda(\cdot)$ от $p(\cdot)$ при аргументе преобразования, равном λ:

$$\alpha=p_\lambda(\pi_0, \pi^{**}).$$

Для определения $p_\lambda(\cdot)$ достаточно решить обыкновенное дифференциальное уравнение

$$\lambda p_\lambda=(1-\pi_0)(\lambda-\pi_0^2g^2)\frac{dp_\lambda}{d\pi_0}+\frac{1}{2}g^2\pi_0^2(1-\pi_0)^2\frac{d^2p_\lambda}{d\pi_0^2}. \qquad (27)$$

Начальные условия этого уравнения получаются из граничных условий уравнения (26):

$$p_\lambda(\pi^{**}, \pi^{**})=1.$$

Решение уравнения (27) становится очевидным из записи

$$\lambda p_\lambda-\lambda(1-\pi_0)\frac{dp_\lambda}{d\pi_0}=-\frac{g^2}{2}\pi_0^2(1-\pi_0)^2\frac{dp_\lambda}{d\pi_0}\left[p_\lambda-(1-\pi_0)\frac{dp_\lambda}{d\pi_0}\right],$$

откуда $p_\lambda=\dfrac{1-\pi^{**}}{1-\pi_0}$.

Приравнивая p_λ к α, находим уровень π^{**}, по достижении которого апостериорной вероятностью $\pi(t)$ устройство надо забраковать:

$$\pi^{**} = 1 - \alpha(1 - \pi_0), \tag{28}$$

где π_0 — вероятность наличия разладки (отказа) в момент начала эксплуатации технического устройства; чаще всего допустимо считать $\pi_0=0$.

Покажем, какой может быть «чувствительность» предлагаемого метода раннего обнаружения отказов. Характеристикой влияния отказа на измеряемый параметр является величина g, т. е. отношение скачка значения параметра при разладке к среднеквадратической погрешности (16). Уловить скачок при $\frac{a_1 - a_0}{\sigma^*} < 1$ без применения специального математического аппарата обработки данных эксплуатационных измерений нельзя. Оценим, каким будет в этом случае среднее запаздывание τ определения момента отказа технического устройства, если отказы редки ($\lambda \to 0$), ложные забракования можно считать допустимыми ($\alpha \to 1$), но задано среднее время T от начала эксплуатации до момента ложного забракования:

$$T = \frac{1-\alpha}{\lambda}. \tag{29}$$

Такая постановка задачи оправдана при поиске отказов, могущих привести к весьма тяжелым последствиям. Если снятие с эксплуатации происходит по достижении апостериорной вероятностью уровня π^{**}, то средние потери определяются по формуле (11)

$$\rho = \alpha + (1-\alpha)\tau c.$$

Другое выражение для средних потерь получим, принимая в (21) $\pi = \pi_0 = 0$, $\pi^* = \pi^{**} = 1 - \alpha$. Это дает возможность оценить среднее запаздывание τ в подаче сигнала о разладке с помощью формулы:

$$\tau = \frac{1}{(1-\alpha g^2}\int\limits_{1/1-\alpha}^{\infty}\frac{e^{\Lambda z}(z-1)^{\Lambda}}{z^2}\int\limits_{z}^{\infty}\frac{e^{-\Lambda u}\,u du}{(u-1)^{2+\Lambda}}\,dz. \tag{30}$$

Из этой формулы при $\lambda \to 0$, $1-\alpha \to 0$ получим

$$\tau = \frac{1}{g^2}\left[e^b\int\limits_{b}^{\infty}e^{-z}\frac{dz}{z} - 1 + b\int\limits_{0}^{\infty}e^{-bz}\frac{\ln(1+z)}{z}\,dz\right], \tag{31}$$

где $b = \frac{\lambda}{g^2(1-\alpha)} = \frac{1}{g^2 T}$.

При достаточно больших значениях T (т. е. когда можно считать, что $b \to 0$), использовав первые два члена разложения в ряд интегральной показательной функции $\int e^z \frac{dz}{z}$, получим несложную формулу для среднего запаздывания в подаче сигнала о разладке

$$\tau(T) = \frac{1}{g^2}\left[\ln g^2 T - 1{,}577 + 0\left(\frac{1}{g^2 T}\right)\right]. \tag{32}$$

По имеющейся статистике, получаемой с предприятий, занятых ремонтом технических устройств, можно определить величину T — наработку, приходящуюся на одно досрочно снятое с эксплуатации техническое устройство, в котором при подробной дефектации причина снятия с эксплуатации не подтвердилась. Для одного из технических устройств, параметры которого проверяются через интервал наработки $\Delta t = 5$ *ч*, на одно необоснованно забракованное устройство приходится в настоящее время примерно $T = 3000$ *ч* работы. Допустимое с точки зрения применения этого устройства запаздывание $\tau = 10$ *ч*, что соответствует обнаружению скрытого дефекта по одному-трем результатам измерения, получается в том случае, если разладка приводит к изменению параметров в 1,3 раза меньшему, чем средний их разброс в процессе эксплуатации. В случае наличия корреляционных связей между измерениями «чувствительность» резко повышается. Для рассматриваемого технического устройства реальная корреляционная функция результатов измерений хорошо аппроксимируется экспонентой с показателем $\gamma = 0{,}007$ 1/*ч*. На пятидесятом часу работы такого устройства со средним запаздыванием 10 *ч* можно заметить столь малые дефекты, которые вызовут изменение параметров в 5 раз меньшее, чем средний разброс.

Изложенный выше математический аппарат позволяет по весьма скудной информации обнаруживать отклонения от нормы в работе технических устройств, которые возникают в процессе эксплуатации, т. е. дает возможность не только различать состояния, но и улавливать момент их изменения.

ЛИТЕРАТУРА

1. М. В. Савенков. О прогнозе изменения параметров технических устройств по данным их неточных измерений в процессе эксплуатации.— Автоматический контроль и методы электрических измерений (Труды VI конференции), т. I. Новосибирск, РИО СО АН СССР, 1966.
2. А. Н. Ширяев. О стохастических уравнениях в теории условных марковских процессов (резюме доклада).— Теория вероятностей и ее применения, 1966, т. XI, № 1.
3. А. Н. Ширяев. Некоторые точные формулы в задаче о разладке.— Теория вероятностей и ее применения, 1965, т. X, № 2.
4. В. С. Михалевич. Байэсовський вибір між двумя гіпотезами про середнэ значення нормального процесу.— Вісник Київського унів., 1958, т. 1, № 1.

Поступила в редакцию
16 сентября 1966 г.