

С. М. КАЗАКОВ, К. Б. КАРАНДЕЕВ, К. М. СОБОЛЕВСКИЙ

(Новосибирск)

## К ТЕОРИИ КВАЗИУРАВНОВЕШЕННЫХ ЭЛЕКТРОИЗМЕРИТЕЛЬНЫХ ЦЕПЕЙ

Квазиуравновешенные электроизмерительные цепи [1] занимают все более прочное место в измерительной практике, что обусловлено их пристойкой, высокой надежностью и хорошими эксплуатационными характеристиками. Кроме того, последние работы (см., например, [2]) показали, что квазиуравновешенные цепи могут быть достаточно точными. Все это привело к поискам новых схемных решений, которые обеспечили бы как более широкие функциональные возможности цепей, так и наилучшие их метрологические характеристики. Указанные поиски ведутся на базе дальнейшего развития теории квазиуравновешенных электроизмерительных цепей, нашедшего выражение в создании основ синтеза цепей при заданной конфигурации и заданном режиме измерения [3, 4], в разработке обобщенных методов анализа чувствительности и погрешности [5, 6], в исследовании возможностей решения задач синтеза средствами вычислительной техники [7, 8] и в других результатах (см., например, [9, 10]). Однако некоторые аспекты теории квазиуравновешенных цепей до сих пор остались вне рассмотрения.

Одним из них является вопрос о влиянии входного сопротивления указателя квазиуравновесия на точность приведения цепи в измерительное состояние. Способ уменьшения этой погрешности путем согласования входной цепи указателя с параметрами измерительной цепи [2], к сожалению, разработан только применительно к определенному типу мостовых цепей и не позволяет полностью исключить указанную погрешность, если входное сопротивление указателя имеет активный характер. Поэтому очевидно, что поиск таких цепей, в которых погрешность от неидеальности входных параметров указателя была бы исключена полностью, продолжает оставаться актуальной задачей синтеза квазиуравновешенных цепей.

Нет пока также достаточно простой методики графического анализа двухэлементных последовательных цепочек с проводимостями и параллельных цепочек с сопротивлениями. Как известно, методы графического анализа, к настоящему времени весьма обстоятельно разработанные для двухэлементных последовательных цепочек с сопротивлениями и параллельных цепочек с проводимостями (см., например, [11—13]), как правило, существенно облегчают исследование и построение электроизмерительных цепей уравновешивания, в особенности — квазиуравновешенных.

Рассмотрением этих вопросов и займемся в настоящей статье. При этом изложим прежде всего некоторые общие положения, которые использованы в статье при анализе влияния входного сопротивления указателя на квазиравновесие цепи, а также могут оказаться удобными при изучении других характеристик квазиуравновешенных цепей.

## ОБЩИЕ ВОПРОСЫ ТЕОРИИ ЭЛЕКТРОИЗМЕРИТЕЛЬНЫХ ЦЕПЕЙ

Как известно, на основе теоремы об эквивалентной э. д. с. выражение для э. д. с.  $\dot{E}_s$ , включение которой между некоторыми полюсами  $j'i''$  цепи эквивалентно подключению к этим полюсам сопротивления  $Z_\Delta$ , можно записать в следующем виде [14]:

$$\dot{E}_s = \dot{E}_{s\infty} \frac{\lambda_i^Z}{1 + \lambda_i^Z}, \quad (1)$$

где  $\dot{E}_{s\infty}$  — эквивалентная э. д. с. при  $Z_\Delta = \infty$  (т. е. напряжение между полюсами  $i'i''$  до подключения  $Z_\Delta$ );  
 $\lambda_i^Z = \frac{Z_\Delta}{Z_{ii}}$  — коэффициент согласования сопротивлений;  
 $Z_{ii}$  — входное сопротивление цепи по отношению к полюсам  $i'i''$  до подключения  $Z_\Delta$ .

Кроме того, согласно принципу наложения, изменение напряжения  $\Delta U_j$  между полюсами  $j'j''$  цепи, вызванное действием э. д. с.  $\dot{E}_i$ , включенной между полюсами  $i'i''$ , выражается как произведение  $\dot{E}_i$  на коэффициент  $K_{ij}^U$  передачи напряжения от полюсов  $i'i''$  к полюсам  $j'j''$ :

$$\Delta U_j = \dot{E}_i K_{ij}. \quad (2)$$

Выражения (1) и (2) можно непосредственно использовать при рассмотрении цепей с указателями напряжения. Естественно, что при использовании токовых указателей было бы удобнее пользоваться соответствующими соотношениями, связывающими токи в цепи. С этой целью сформулируем сначала принцип компенсации тока.

Вполне очевидно, что принцип компенсации тока заключается в том, что замена любой проводимости в цепи задающим током, равным по величине протекающему по данной проводимости току и направленным в сторону, противоположную падению напряжения на данной проводимости, не вызывает изменения токов и напряжений в цепи.

На указанной основе можно сформулировать следующую теорему об эквивалентном задающем токе: Введение проводимости  $Y_\Delta$  в ветвь  $i$  вызывает такое же изменение напряжений и токов во всех ветвях цепи, как введение в эту ветвь задающего тока  $\dot{I}_s$ , равного

$$\dot{I}_s = \dot{I}_{s\infty} \frac{\lambda_i^Y}{1 + \lambda_i^Y}, \quad (3)$$

где  $\dot{I}_{s\infty}$  — эквивалентный задающий ток при  $Y_\Delta = \infty$  (т. е. ток в ветви  $i$  до введения  $Y_\Delta$ );  
 $\lambda_i^Y = \frac{Y_\Delta}{Y_{ii}}$  — коэффициент согласования проводимостей;

$Y_{ii}$  — входная проводимость цепи по отношению к полюсам размыкания  $i'i''$  ветви  $i$  до введения  $Y_\Delta$ .

*Доказательство.* Напряжение между полюсами  $i'i''$  при  $Y_\Delta = 0$ , т. е. при разомкнутом ключе  $K$  (рис. 1, а), обозначим через  $U_0$ . После замыкания ключа (см. рис. 1, б) напряжение  $U$  между теми же полюсами в соответствии с принципом компенсации тока будет равно (см. рис. 1, в)

$$U = -\frac{I_3}{Y_\Delta}. \quad (4)$$

Используя принцип наложения, это же напряжение можно представить как

$$U = U_0 + U_\Delta, \quad (5)$$

где  $U_\Delta$  — напряжение, вызываемое между полюсами  $i'i''$  током  $I_3$  и равное

$$U_\Delta = -\frac{I_3}{Y_{ii}}. \quad (6)$$

Подставляя (4) и (6) в выражение (5), получим

$$-\frac{I_3}{Y_\Delta} = U_0 + \frac{I_3}{Y_{ii}},$$

откуда

$$I_3 = -U_0 \frac{Y_\Delta Y_{ii}}{Y_\Delta + Y_{ii}}. \quad (7)$$

Поскольку  $U_0 = -\frac{I_3 \infty}{Y_{ii}}$  (что легко найти из (7), подставив  $Y_\Delta = \infty$ ), то выражение (7) приобретает вид (3), что и требовалось доказать.

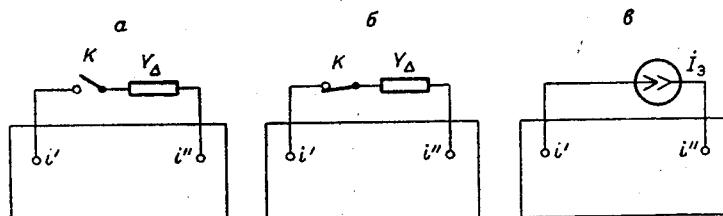


Рис. 1.

Аналогично коэффициенту передачи напряжения  $K_{ij}^U$  можно ввести понятие коэффициента передачи тока  $K_{ij}^I$  от ветви  $i$  к ветви  $j$ . При этом получим следующее выражение для измерения тока  $\Delta I_j$  в ветви  $j$  цепи, вызванного действием задающего тока  $I_i$  в ветви  $i$ :

$$\Delta I_j = I_i K_{ij}^I. \quad (8)$$

## О ВЛИЯНИИ ВХОДНОГО СОПРОТИВЛЕНИЯ УКАЗАТЕЛЯ КВАЗИРАВНОВЕСИЯ НА ТОЧНОСТЬ ПРИВЕДЕНИЯ ЦЕПИ В ИЗМЕРИТЕЛЬНОЕ СОСТОЯНИЕ

Идентичность структур выражений (1), (2) и (3), (8) указывает на то, что влияние входных параметров указателя на квазиравновесие цепи целесообразно рассмотреть, характеризуя цепь обобщенными активными величинами  $\dot{A}$ . При этом следует использовать соотношения:

$$\dot{A}_s = \dot{A}_{\infty} \approx \frac{\lambda}{1 + \lambda}; \quad (9)$$

$$\Delta \dot{A}_j = \dot{A}_i K_{ij}, \quad (10)$$

где  $\dot{A}$  — напряжение или ток;

$\lambda$  — коэффициент согласования сопротивлений или проводимостей;

$K_{ij}$  — коэффициент передачи напряжения или тока.

Пусть измерительная цепь описывается функцией  $w = \frac{\dot{A}_i}{\dot{A}_j}$ . Входное сопротивление указателя напряжения  $Z_y$  и входная проводимость токового указателя  $Y_y$  в идеальном случае равны бесконечности, в связи с чем указатель отмечает квазиравновесие цепи, характеризуемое заданным соотношением между выходными активными величинами цепи  $A_i$  и  $A_j$ , которые равны соответственно  $\dot{A}_i = \dot{A}_{i\infty}$  и  $\dot{A}_j = \dot{A}_{j\infty}$ . При подключении же к цепи реального указателя, имеющего конечную величину входного сопротивления, указанное выше заданное соотношение отмечается уже для других значений активных величин  $\dot{A}_i$  и  $\dot{A}_j$ , а именно:  $\dot{A}_i = \dot{A}_{iy}$  и  $\dot{A}_j = \dot{A}_{jy}$ , зависящих от  $Z_y$  и  $Y_y$ . Погрешность приведения цепи в измерительное состояние, обусловленную конечностью  $Z_y$  и  $Y_y$ , можно записать следующим образом:

а) для векторного режима измерения ( $w = \bar{w}_0$ )

$$\delta_y^w = \frac{w_\infty - \bar{w}_0}{w_0}, \quad (11)$$

где

$$w_\infty = \frac{\dot{A}_{i\infty}}{\dot{A}_{j\infty}} = f(\bar{w}_0);$$

б) для модульного режима измерения ( $|w| = w_0$ )

$$\delta_y^{|w|} = \frac{|w_\infty| - w_0}{w_0}; \quad (12)$$

в) для фазового режима измерения ( $\arg w = \Theta_0$ )

$$\delta_y^\Theta = \frac{\Theta_\infty - \Theta_0}{\Theta_0}, \quad (13)$$

где

$$\Theta_\infty = \arg w_\infty;$$

г) для компонентного режима измерения  $[Re(w) = u_0]$  или  $Im(w) = v_0]$

$$\delta_y^u = \frac{u_\infty - u_0}{u_0} \quad (14)$$

или соответственно

$$\delta_y^v = \frac{v_\infty - v_0}{v_0},$$

где

$$u_\infty = \operatorname{Re}(w_\infty);$$

$$v_\infty = \operatorname{Im}(w_\infty).$$

Квазиравновесие измерительной цепи, как известно, может быть установлено следующими двумя способами:

а) входные цепи указателя (или других приборов, выполняющих его функции) подключены к измерительной цепи одновременно;

б) входные цепи указателя (или других соответствующих ему приборов) подключаются к измерительной цепи поочередно. При этом может быть использован, в частности, указатель с одной входной цепью.

Найдем для обоих указанных случаев величину  $w_\infty$ , входящую в выражения (11) — (14), определив сначала соотношения между активными величинами  $\dot{A}_{iy}$ ,  $\dot{A}_{jy}$  и  $\dot{A}_{iy\infty}$ ,  $\dot{A}_{jy\infty}$ .

При одновременном подключении к измерительной цепи обеих входных цепей указателя в соответствии с выражением (9) имеем:

$$\dot{A}_{iy} = \dot{A}_{iy\infty} \frac{\lambda_i}{1+\lambda_i}; \quad (15)$$

$$\dot{A}_{jy} = \dot{A}_{jy\infty} \frac{\lambda_j}{1+\lambda_j},$$

где  $\dot{A}_{iy\infty}$  — величина  $\dot{A}_i$  на выходе  $i$  цепи с указателем, подключенным только к выходу  $j$ ;

$\dot{A}_{jy\infty}$  — величина  $\dot{A}_j$  на выходе  $j$  цепи с указателем, подключенным только к выходу  $i$ .

Величины  $\dot{A}_{iy\infty}$  и  $\dot{A}_{jy\infty}$  можно найти, используя принцип наложения:

$$\begin{aligned} \dot{A}_{iy\infty} &= \dot{A}_{i\infty} + \Delta \dot{A}_i; \\ \dot{A}_{jy\infty} &= \dot{A}_{j\infty} + \Delta \dot{A}_j, \end{aligned} \quad (16)$$

где  $\Delta \dot{A}_i$  — изменение величины  $\dot{A}_i$  на выходе  $i$  цепи без указателя, вызванное подключением указателя ко входу  $j$  и в соответствии с (9) и (10) определяемое из выражения

$$\Delta \dot{A}_i = \left( \dot{A}_{j\infty} \frac{\lambda_j}{1+\lambda_j} - \dot{A}_{j\infty} \right) K_{ji} = - \dot{A}_{j\infty} \frac{K_{ji}}{1+\lambda_j}; \quad (17)$$

$\Delta \dot{A}_j$  — изменение величины  $\dot{A}_j$  на выходе  $j$  цепи без указателя, вызванное подключением указателя ко входу  $i$  и определяемое выражением

$$\Delta \dot{A}_j = \left( \dot{A}_{i\infty} \frac{\lambda_i}{1+\lambda_i} - \dot{A}_{i\infty} \right) K_{ij} = - \dot{A}_{i\infty} \frac{K_{ij}}{1+\lambda_i}. \quad (18)$$

Подставив выражения (16)–(18) в (15), получим:

$$\dot{A}_{iy} = \dot{A}_{i\infty} \frac{\lambda_i}{1+\lambda_i} \left( 1 - \frac{\dot{A}_{j\infty}}{\dot{A}_{i\infty}} \frac{K_{ji}}{1+\lambda_j} \right);$$

$$\dot{A}_{jy} = \dot{A}_{j\infty} \frac{\lambda_j}{1+\lambda_j} \left( 1 - \frac{\dot{A}_{i\infty}}{\dot{A}_{j\infty}} \frac{K_{ij}}{1+\lambda_i} \right).$$

Решив эти уравнения относительно  $w_\infty = \frac{\dot{A}_{i\infty}}{\dot{A}_{j\infty}}$ , найдем

$$w_\infty = \frac{\frac{\dot{A}_{iy}}{\dot{A}_{jy}} (1 + \lambda_i) + \frac{\lambda_i}{\lambda_j} K_{ji}}{\frac{\dot{A}_{iy}}{\dot{A}_{jy}} K_{ij} + \frac{\lambda_i}{\lambda_j} (1 + \lambda_j)}. \quad (19)$$

При поочередном подключении входов указателя к измерительной цепи величины  $\dot{A}_{iy}$  и  $\dot{A}_{jy}$  определяются, согласно (9), из выражений:

$$\dot{A}_{iy} = \dot{A}_{i\infty} \frac{\lambda_i}{1+\lambda_i};$$

$$\dot{A}_{jy} = \dot{A}_{j\infty} \frac{\lambda_j}{1+\lambda_j}.$$

Решив указанные уравнения относительно  $w_\infty = \frac{\dot{A}_{i\infty}}{\dot{A}_{j\infty}}$ , найдем

$$w_\infty = \frac{\dot{A}_{iy}}{\dot{A}_{jy}} \frac{\lambda_j}{\lambda_i} \frac{1 + \lambda_i}{1 + \lambda_j}. \quad (20)$$

Рассмотрим возможность минимизации погрешностей, выраженных формулами (11)–(14) с учетом (19) или (20).

Для квазиуравновешенных электрических цепей с одновременным подключением обоих входов указателя погрешность  $\delta_y^w$  в векторном режиме измерения в соответствии с (11) равна

$$\delta_y^w = \frac{(1 + \lambda_i - \bar{w}_0 K_{ij}) - \frac{\lambda_i}{\lambda_j} \left( 1 + \lambda_j - \frac{K_{ji}}{\bar{w}_0} \right)}{\bar{w}_0 K_{ij} + \frac{\lambda_i}{\lambda_j} (1 + \lambda_j)}.$$

Из приведенного выражения видно, что  $\delta_y^w$  можно уменьшать подбором соответствующих членов в числителе и даже свести к нулю, если выбрать  $\lambda_i = \lambda_j$  и  $(\bar{w}_0)^2 = \frac{K_{ji}}{K_{ij}}$ . Однако реализация этих условий возможна лишь для некоторых простейших цепей, практическое применение которых вряд ли целесообразно.

Анализируя погрешности приведения цепи в измерительные состояния для модульного, фазового и компонентного режимов, легко убедиться в том, что для уменьшения  $\delta_y$  необходимо выполнять определенные

ваются.

Для квазиуравновешенных электроизмерительных цепей с поочередным подключением входов указателя погрешность  $\delta_y$ , полученная подстановкой (22) в (11)–(14), равна соответственно:  
в векторном режиме

$$\delta_y^w = \frac{\lambda_j - \lambda_i}{\lambda_i(1 + \lambda_j)}, \quad (21)$$

в модульном режиме

$$\delta_y^{|\omega|} = -\frac{|\lambda_j||1 + \lambda_i| - |\lambda_i||1 + \lambda_j|}{|\lambda_i||1 + \lambda_j|}; \quad (22)$$

в фазовом режиме

$$\delta_y^\theta = \frac{\arg \frac{\lambda_j}{\lambda_i} + \arg \frac{1 + \lambda_i}{1 + \lambda_j}}{\Theta_0}; \quad (23)$$

в компонентном режиме

$$\delta_y^u = \frac{\frac{|\lambda_j(1 + \lambda_i)|}{|\lambda_i(1 + \lambda_j)|} \cos \left[ \arg \frac{\dot{A}_{iy}}{\dot{A}_{jy}} + \arg \frac{\lambda_j(1 + \lambda_i)}{\lambda_i(1 + \lambda_j)} \right] - \cos \left( \arg \frac{\dot{A}_{iy}}{\dot{A}_{jy}} \right)}{\cos \left( \arg \frac{\dot{A}_{iy}}{\dot{A}_{jy}} \right)} \quad (24)$$

или

$$\delta_y^v = \frac{\frac{|\lambda_j(1 + \lambda_i)|}{|\lambda_i(1 + \lambda_j)|} \sin \left[ \arg \frac{\dot{A}_{iy}}{\dot{A}_{jy}} + \arg \frac{\lambda_j(1 + \lambda_i)}{\lambda_i(1 + \lambda_j)} \right] - \sin \left( \arg \frac{\dot{A}_{iy}}{\dot{A}_{jy}} \right)}{\sin \left( \arg \frac{\dot{A}_{iy}}{\dot{A}_{jy}} \right)}.$$

Из выражений (21)–(24) видно, что равенство

$$\lambda_i = \lambda_j \quad (25)$$

является в этих случаях достаточным условием исключения влияния входных параметров указателя на точность приведения цепи в измерительное состояние.

Для цепей с указателями напряжения условие (25) следует трактовать как

$$\frac{Z_{ly}}{Z_{ii}} = \frac{Z_{jy}}{Z_{jj}};$$

в частности, при использовании указателей с одной входной целью

$$Z_{ii} = Z_{jj}.$$

Для цепей с токовыми указателями условие (25) имеет вид

$$\frac{Y_{iy}}{Y_{ii}} = \frac{Y_{jy}}{Y_{jj}};$$

в частности, при использовании указателей с одной входной цепью

$$Y_{ii} = Y_{jj}.$$

Для цепей, измерительные состояния которых характеризуются отношением напряжения к току или наоборот, условие (25) приобретает вид

$$\frac{Z_{iy}}{Z_{ii}} = \frac{Y_{jy}}{Y_{jj}}, \text{ или } \frac{Y_{iy}}{Y_{ii}} = \frac{Z_{jy}}{Z_{jj}}.$$

Простейшим примером, иллюстрирующим возможность исключения влияния входного сопротивления указателя на точность приведения цепи в измерительное состояние, может служить квазиуравновешенный измеритель тангенса угла потерь комплексных проводимостей, содержащий исследуемую и образцовую проводимости, которые подключены последовательно к источнику напряжения с пренебрежимо малым внутренним сопротивлением, и коммутационный нулевой фазовый детектор, вход которого соединен с выводами исследуемой и образцовой проводимостей; состояние квазиуравновесия цепи достигается изменением активной составляющей образцовой комплексной проводимости. До сих пор подобные устройства в измерительной практике не применялись, поскольку считалось, что шунтирование плеч измерительной цепи указателем квазиуравновесия вносит большую погрешность в результат измерения.

В качестве второго примера рассмотрим известный квазиуравновешенный мост с трансформаторными плечами отношения и образцовым конденсатором в плече сравнения, предназначенный для измерения емкостной составляющей комплексных сопротивлений. Для приведения такой мостовой цепи в приближенное полуравновесие можно использовать квадратурный детектор, подключенный к измерительной диагонали и плечу отношения [15]; при этом, однако, неидеальность входных сопротивлений детектора приводит к погрешности измерения. Эту погрешность можно исключить, если указанное полуравновесие отмечать с помощью амплитудного детектора, на вход которого периодически подаются напряжения между узлом, общим для исследуемого и образцового сопротивлений, и выводами на трансформаторных плечах отношения, расположенными симметрично относительно узла их соединения [16]. Действительно, поскольку при малом активном сопротивлении трансформаторных плеч отношения, что на практике выполняется довольно просто, входные сопротивления мостовой цепи относительно узлов подключения детектора равны, то в соответствии с приведенными выше выкладками входное сопротивление детектора на точность измерения влиять не будет. Проанализировав известные способы приведения рассматриваемой мостовой цепи в точное полуравновесие, легко увидеть, что условию (25) удовлетворяют только два. По первому способу полуравновесие необходимо отмечать с помощью квадратурного детектора, вход которого подключается периодически к измерительной диагонали и плечу сравнения мостовой цепи. При втором способе, основанном на модуляции витков в плече отношения мостовой цепи, смежном с исследуемым комплексным сопротивлением, полуравновесие отмечается с

помощью амплитудного детектора, подключенного к измерительной диагонали мостовой цепи [16].

Следует отметить, что выполнение условия (25) позволяет не только исключить влияние входного сопротивления указателя квазиравновесия на точность приведения цепи в измерительное состояние, но и согласовывать измерительную цепь и указатель квазиравновесия по мощности.

Подводя итог вышеизложенному, нетрудно прийти к выводу, что значительный резерв повышения точности раздельного измерения составляющих комплексных параметров квазиравновешенными цепями заложен в исключении влияния входного сопротивления указателя на квазиравновесие цепи путем использования коммутационных указателей квазиравновесия или определенной модуляции в измерительной цепи. Необходимым и достаточным условием исключения влияния входного сопротивления указателя на квазиравновесие цепи является при этом равенство входных сопротивлений измерительной цепи относительно узлов подключения указателя в оба полупериода коммутации или модуляции. Предварительный анализ показывает, что это условие выполняется довольно просто.

### О ГРАФИЧЕСКОМ АНАЛИЗЕ ДВУХЭЛЕМЕНТНЫХ ЦЕПОЧЕК С КОМПЛЕКСНЫМИ СОПРОТИВЛЕНИЯМИ ИЛИ ПРОВОДИМОСТЯМИ

Рассмотрим сначала векторные диаграммы напряжений для двухэлементных последовательных цепочек с комплексными проводимостями (рис. 2, а).

Напряжения на участках цепочки соответственно равны:

$$\dot{U}_{ac} = \dot{U}_{ab} \frac{Y_2}{Y_1 + Y_2};$$

$$\dot{U}_{cb} = \dot{U}_{ab} \frac{Y_1}{Y_1 + Y_2},$$

где

$$Y_1 = q_1 \pm jb_1;$$

$$Y_2 = q_2 \pm jb_2.$$

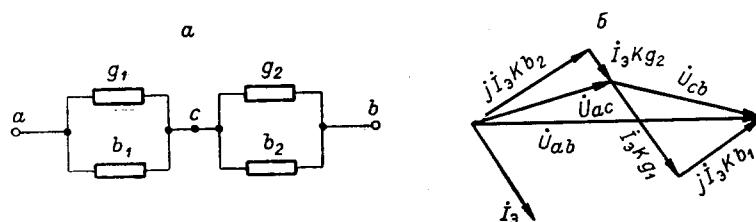


Рис. 2.

Умножив числитель и знаменатель этих выражений на единичный коэффициент  $K$ , имеющий размерность  $\text{ом}^2$ , получим:

$$\dot{U}_{ac} = \frac{\dot{U}_{ab}}{K(Y_1 + K Y_2)} K Y_2;$$

$$\dot{U}_{cb} = \frac{\dot{U}_{ab}}{K(Y_1 + K Y_2)} K Y_1.$$

Отсюда видно, что данную цепь можно заменить другой, эквивалентной ей по напряжениям, с параметрами:

$$Z_{19} = K Y_2; Z_{29} = K Y_1,$$

где  $Z_{19} = R_{19} \pm jX_{19}; Z_{29} = R_{29} \pm jX_{29}$

Необходимо отметить, что по эквивалентной цепочке протекает ток

$$I_9 = \frac{\dot{U}_{ab}}{Z_{19} + Z_{29}} = \frac{\dot{U}_{ab}}{K(Y_1 + Y_2)},$$

не равный току, протекающему по исходной цепи.

Такая замена двухэлементной последовательной цепочки с комплексными проводимостями двухэлементной последовательной цепью с комплексными сопротивлениями позволяет построить на диаграмме (см. рис. 2, б) составляющие векторов напряжений  $\dot{U}_{ac}$  и  $\dot{U}_{cb}$ , пропорциональные составляющим комплексных проводимостей исходной цепи.

Двухэлементная параллельная цепь дуальна двухэлементной последовательной цепи. Поэтому методика построения векторной диаграммы токов для двухэлементной параллельной цепочки с комплексными сопротивлениями подобна описанной выше. Очевидно, что заданная цепь с комплексными сопротивлениями может быть заменена эквивалентной ей по току цепью с комплексными проводимостями, причем комплексная проводимость первой ветви эквивалентной цепочки пропорциональна комплексному сопротивлению второй ветви исходной цепи, а комплексная проводимость второй ветви эквивалентной цепочки — комплексному сопротивлению первой ветви исходной цепи:

$$Y_{19} = K Z_2;$$

$$Y_{29} = K Z_1,$$

где  $K$  — единичный коэффициент, имеющий размерность  $c\text{im}^2$ ;

$$Y_{19} = g_{19} \pm j b_{19};$$

$$Y_{29} = q_{29} \pm j b_{29};$$

$$Z_1 = R_1 \pm j X_1;$$

$$Z_2 = R_2 \pm j X_2.$$

После указанной замены диаграмма токов строится обычным образом.

На рис. 3, а и б изображены двухэлементная параллельная цепь с комплексными сопротивлениями и ее векторная диаграмма токов, где  $\dot{U}_9$  — напряжение на эквивалентной цепочке, равное

$$\dot{U}_9 = \frac{I_0}{Y_{19} + Y_{29}} = \frac{I_0}{K(Z_1 + Z_2)}.$$

Таким образом, между двухэлементными цепочками с комплексными сопротивлениями и такими же цепочками с комплексными проводимостями существует строгое взаимное соответствие. Следует заметить,

что для последовательных цепочек это соответствие уже отмечалось и ранее и использовалось при аналитическом исследовании мостовых цепей [13].

Указанное соответствие отражает своеобразный принцип «дуальности»

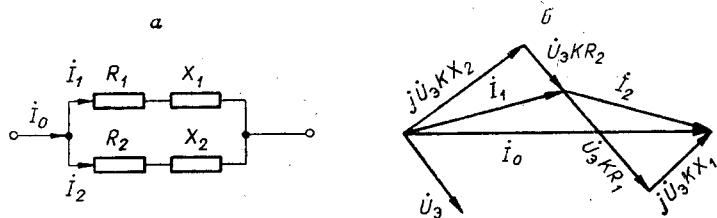


Рис. 3.

«двуэлементная последовательная цепь с комплексными проводимостями (сопротивлениями) любого характера может быть заменена эквивалентной ей по распределению напряжений двухэлементной последовательной цепью с комплексными сопротивлениями (проводимостями), каждое (каждая) из которых равно (равна) соответственно комплексной проводимости (комплексному сопротивлению) смежного участка исходной цепи, умноженной (умноженному) на единичный размерный коэффициент  $K=1 \text{ ом}^2$  ( $K=1 \text{ сим}^2$ );

а) для ветвей

двуэлементная последовательная цепь с комплексными проводимостями (сопротивлениями) любого характера может быть заменена эквивалентной ей по распределению напряжений двухэлементной последовательной цепью с комплексными сопротивлениями (проводимостями), каждое (каждая) из которых равно (равна) соответственно комплексной проводимости (комплексному сопротивлению) смежного участка исходной цепи, умноженной (умноженному) на единичный размерный коэффициент  $K=1 \text{ ом}^2$  ( $K=1 \text{ сим}^2$ );

б) для участков

двуэлементная параллельная цепь с комплексными сопротивлениями (проводимостями) любого характера может быть заменена эквивалентной ей по распределению токов двухэлементной параллельной цепью с комплексными проводимостями (сопротивлениями), каждая (каждое) из которых равна (равно) соответственно комплексному сопротивлению (комплексной проводимости) смежной ветви исходной цепи, умноженному (умноженной) на единичный размерный коэффициент  $K=1 \text{ сим}^2$  ( $K=1 \text{ ом}^2$ ).

Очевидно, что сформулированный принцип «двуальности» позволяет существенно упростить графический анализ квазиуравновешенных цепей, содержащих ветви в виде последовательного соединения двух комплексных проводимостей или участки в виде параллельного соединения двух комплексных сопротивлений. В равной степени указанный принцип оказывается полезным и при синтезе квазиуравновешенных цепей. Он позволяет распространить закономерности, установленные для участков (ветвей) с комплексными сопротивлениями, на участки (ветви) с комплексными проводимостями. Для иллюстрации последнего возвратимся к рассмотренному выше квазиуравновешенному мосту с трансформаторными плечами отношения и образцовым конденсатором в плече сравнения, предназначенному для измерения емкостной составляющей комплексных сопротивлений. На основе этого моста, не прибегая к каким-либо аналитическим выражениям, легко построить квазиуравновешенный мост для измерения индуктивной составляющей комплексной проводимости. Действительно, заменив в исходной цепи в соответствии с принципом «двуальности» исследуемое комплексное сопротивление емкостного характера образцовой индуктивностью, а образцовую емкость — комплексной проводимостью индуктивного характера, непосредственно получим искомую квазиуравновешенную цепь.

## ВЫВОДЫ

Полное исключение влияния входного сопротивления указателя квазиравновесия на точность приведения цепи в измерительное состояние может быть достигнуто путем использования коммутационных указателей квазиравновесия или определенной модуляции в измерительной цепи. Необходимым и достаточным условием является при этом равенство входных сопротивлений измерительной цепи относительно узлов подключения указателя в оба полупериода коммутации или модуляции.

Строгое взаимное соответствие, существующее между двухэлементными цепочками с комплексными сопротивлениями и такими же цепочками с комплексными проводимостями, отражает своеобразный принцип «дualности» ветвей и участков цепей уравновешивания. Руководствуясь этим принципом, можно существенно упростить графический анализ и синтез квазиуравновешенных цепей, содержащих участки или ветви с комплексными сопротивлениями или проводимостями.

## ЛИТЕРАТУРА

1. К. Б. Карапеев, Г. А. Штамбергер. Квазізвіноважені мости змінного струму. Київ, Вид-во АН УССР, 1960.
2. Б. Н. Панков, К. М. Соболевский. О повышении точности квазиуравновешенных мостовых цепей.—Автометрия, 1965, № 4.
3. К. М. Соболевский. Основы синтеза квазиуравновешенных цепей для раздельного измерения составляющих комплексных величин.—Автоматический контроль и методы электрических измерений (Труды IV конференции), т. I. Новосибирск, РИО СО АН СССР, 1964.
4. К. М. Соболевский, В. А. Красиленко. Об одной задаче синтеза квазиуравновешенных мостовых цепей.—Измерительная техника, 1965, № 4.
5. К. М. Соболевский. Обобщенный метод анализа чувствительности электроизмерительных цепей уравновешивания.—Автометрия, 1965, № 6.
6. К. М. Соболевский, В. А. Красиленко. К анализу погрешностей измерительных цепей уравновешивания.—Изв. СО АН СССР, 1965, вып. 1, № 2.
7. В. И. Обухов. Исследование системы автоматического контроля химического процесса с использованием квазиуравновешенного моста. Автореф. канд. дисс. Минск, 1962.
8. Т. А. Журавлева, К. Б. Карапеев, Г. А. Штамбергер. Применение ЭВМ для выбора структур квазиуравновешенных мостов, обеспечивающих раздельное измерение компонент комплексных сопротивлений.—ИВУЗ, Приборостроение, 1965, № 3.
9. Б. Н. Дудкевич, Т. А. Журавлева. Об условиях раздельного измерения составляющих комплексного сопротивления.—Автометрия, 1965, № 5.
10. Т. А. Журавлева, Г. А. Штамбергер. Обобщенные круговые диаграммы мостовых цепей переменного тока.—Автометрия, 1965, № 5.
11. К. Б. Карапеев. Мостовые методы измерения. Киев, Гостехиздат УССР, 1953.
12. А. Д. Нестеренко. Основные методы расчета электроизмерительных цепей уравновешивания. Киев, Изд-во АН УССР, 1953.
13. К. Б. Карапеев, Г. А. Штамбергер. Обобщенная теория мостовых цепей переменного тока. Новосибирск, Изд-во СО АН СССР, 1961.
14. М. И. Левин. Электрические измерения.—Элементы теории электрических измерительных цепей (конспект лекций). М., МЭИ, 1965.
15. Ф. Б. Гриневич. Автоматические мосты переменного тока. Новосибирск, РИО СО АН СССР, 1964.
16. М. А. Ахмаметьев, С. М. Казаков. Об одном способе построения автоматических мостов для измерения емкости и тангенса угла потерь в непрерывном диапазоне частот.—Всесоюзная межвузовская конференция по автоматическим измерениям комплексных величин переменного тока. Тезисы докладов. Баку, 1966.

Поступила в редакцию  
30 января 1967 г.