

В. М. МУТТЕР

(Ленинград)

**АНАЛИЗ ПОГРЕШНОСТЕЙ
ЦИФРОВОГО ЗВЕЗДОБРАЗНОГО ДЕЛИТЕЛЯ,
ОБУСЛОВЛЕННЫХ РАЗБРОСОМ ОСТАТОЧНЫХ ПАРАМЕТРОВ
ОТКРЫТЫХ ТРАНЗИСТОРОВ**

Анализируется погрешность цифрового звездообразного делителя напряжения, обусловленная разбросом остаточных э. д. с. и сопротивлений открытых транзисторов в переключателях.

Как показано в [1], погрешность цифрового звездообразного делителя напряжения из-за остаточных параметров транзисторных ключей может быть теоретически сведена к нулю при условии, что в каждом переключателе параметры обоих транзисторов равны.

В реальном транзисторном переключателе параметры транзистора, связанного с заземленной шиной, могут отличаться от параметров транзистора, связанного с незаземленной шиной. Это приводит к тому, что переключатель в зависимости от его состояния будет оказывать различное влияние на коммутируемую цепь. Поэтому погрешность цифрового делителя по шкале будет изменяться по более сложному закону, чем найдено в [1].

В данной работе анализируется погрешность звездообразного делителя напряжения, обусловленная разбросом остаточных параметров открытых транзисторов.

В звездообразных делителях напряжения для величины опорного напряжения U_0 и коммутируемых сопротивлений R_i справедливы соотношения: $U_0 \gg e_i$; $R_i \gg r_i$, где e_i и r_i — соответственно остаточные э. д. с. и сопротивление открытого транзистора в i -м переключателе, поэтому при анализе можно использовать принцип суперпозиции, пренебрегая составляющими погрешности из-за взаимного влияния e_i и r_i , как величинами второго порядка малости.

Тогда абсолютные погрешности коэффициента передачи $\Delta \mu_e$ и $\Delta \mu_r$, обусловленные соответственно остаточными э. д. с. и остаточными сопротивлениями, будут равны [1, 2]:

$$\begin{aligned} \Delta \mu_e &= \frac{R_{\text{вых}}}{U_0} \sum \left| \dot{e}_{ia} \frac{1}{R_i} x_i + \dot{e}_{ib} \frac{1}{R_i} (1 - x_i) \right| = \\ &= \frac{1}{U_0} \sum \left| \dot{e}_{ia} a_i x_i + \dot{e}_{ib} a_i (1 - x_i) \right|; \end{aligned} \quad (1)$$

$$\begin{aligned} \Delta \mu_r &= (1 - \mu) \sum \frac{r_{ia}}{R_i} a_i x_i - \mu \sum \frac{r_{ib}}{R_i} a_i (1 - x_i) = \\ &= G_{\text{вых}} \left[(1 - \mu) \sum r_{ia} a_i^2 x_i - \mu \sum r_{ib} a_i^2 (1 - x_i) \right], \end{aligned} \quad (2)$$

где $R_{\text{вых}} = 1 : G_{\text{вых}} = 1 : \left(\frac{1}{R_m} + \sum \frac{1}{R_i} \right)$ — выходное сопротивление делителя; R_m — масштабное сопротивление; x_i — i -й коэффициент включения, принимающий значения 0 или 1; $a_i = R_{\text{вых}} : R_i$ — i -й весовой коэффициент кода; $\mu = \sum a_i x_i$ — коэффициент передачи делителя.

Суммирование производится от $i=1$ до $i=n$ (n — число переключателей в делителе). Для простоты пределы суммирования опущены. Индексами b и a обозначены остаточные параметры транзисторов, связанных с заземленной шиной b и незаземленной шиной a . Точка над символом показывает, что необходимо учитывать знак э. д. с. Абсолютная величина будет обозначаться символом без точки.

Необходимым и достаточным условием постоянства $\Delta \mu_e$ является равенство [1]

$$\dot{e}_{ia} = \dot{e}_{ib}, \quad (3)$$

которое может быть выполнено только в переключателях с транзисторами одинакового типа проводимости.

Если

$$r_{ia} = r_{ib} = r_i, \quad (4)$$

то

$$\Delta \mu_r = G_{\text{вых}} \sum r_i (x_i - \mu) a_i^2 = \sum \frac{r_i}{R_i} (x_i - \mu) a_i,$$

т. е. погрешность делителя, обусловленная r_i , эквивалентна погрешности из-за неточности изготовления переключаемого сопротивления (r_i/R_i эквивалентно $\Delta R_i/R_i$) [3].

Таким образом, при выполнении условий (3) и (4) суммарная погрешность делителя $\Delta \mu = \Delta \mu_e + \Delta \mu_r$ является систематической погрешностью и с помощью соответствующих регулировок [1] может быть сделана сколь угодно малой. В реальных условиях равенства (3) и (4) не выполняются даже для однотипных транзисторов из-за технологического разброса их остаточных параметров.

Как показывают результаты многочисленных измерений [4, 5], обработанные методами математической статистики остаточные параметры e_i и r_i для партии однотипных транзисторов могут рассматриваться как случайные величины с нормальным законом распределения, характеризующиеся математическими ожиданиями $m(e_i)$ и $m(r_i)$ и дисперсиями $\sigma^2(e_i)$, $\sigma^2(r_i)$. Так как случайные величины $e_{1a}, e_{2a}, \dots, e_{na}, e_{1b}, \dots, e_{nb}$ и $r_{1a}, r_{2a}, \dots, r_{na}, r_{1b}, \dots, r_{nb}$ являются независимыми, то функции $\Delta \mu_e = f(e_i)$ и $\Delta \mu_r = f(r_i)$, как их линейные комбинации (1) и (2), подчиняются также нормальному закону распределения и имеют математические ожидания $m(\Delta \mu_e)$, $m(\Delta \mu_r)$ и дисперсии $\sigma^2(\Delta \mu_e)$, $\sigma^2(\Delta \mu_r)$.

Следовательно, погрешность звездообразного делителя напряжения, обусловленная остаточными параметрами открытых транзисторов e_i и r_i , имеет две составляющие — систематическую, равную $m(\Delta \mu) = m \times$

$\times (\Delta \mu_e) + m (\Delta \mu_r)$, и случайную, определяемую разбросом параметров транзисторов в одном и том же переключателе. Первая составляющая $m (\Delta \mu)$ может быть скомпенсирована, а вторая — должна рассматриваться как центрированная случайная помеха с мощностью $\sigma^2 (\Delta \mu)$.

Предполагая, что транзисторы в переключателях однотипны, рассмотрим различные способы выделения в $\Delta \mu_e$ и $\Delta \mu_r$ систематических составляющих $\Delta \mu'_e$ и $\Delta \mu'_r$ с тем, чтобы после их компенсации обеспечить минимум погрешности из-за нескомпенсированной части эквивалентной помехи.

КОМПЕНСАЦИЯ НАИБОЛЕЕ ВЕРОЯТНЫХ ЗНАЧЕНИЙ e_i и r_i (МАТЕМАТИЧЕСКОГО ОЖИДАНИЯ $\Delta \mu$)

Представим случайные величины e_i и r_i в виде

$$e_i = e_0 + \Delta e_i; \quad r_i = r_0 + \Delta r_i,$$

где

$$e_0 = m (e_i); \quad r_0 = m (r_i); \quad \Delta e_i = e_i - m (e_i); \quad \Delta r_i = r_i - m (r_i).$$

Тогда систематическая составляющая погрешности может быть найдена из выражения

$$\Delta \mu'_1 = m (\Delta \mu_e) + m (\Delta \mu_r) = \frac{m (e_i)}{U_0} + \sum \frac{m (r_i)}{R_i} (x_i - \mu) a_i.$$

После введения компенсационного напряжения $U_k = -m (e_i)$ и уменьшения сопротивлений R_i на величину $m (r_i)$ влияние $\Delta \mu'_1$ будет устранено и погрешность делителя окажется равной

$$\Delta \mu_1 = \Delta \mu_{1e} + \Delta \mu_{1r},$$

где

$$\Delta \mu_{1e} = \frac{1}{U_0} \sum [\Delta e_{ia} a_i x_i + \Delta e_{ib} a_i (1 - x_i)];$$

$$\Delta \mu_{1r} = G_{\text{вых}} \left[(1 - \mu) \sum \Delta r_{ia} a_i^2 - \mu \sum \Delta r_{ib} a_i^2 (1 - x_i) \right].$$

Ширина полосы погрешностей $\overline{\Delta \mu_1}$ и относительная информационная погрешность γ_1 соответственно равны [6]:

$$\overline{\Delta \mu_1} = \sqrt{(\overline{\Delta \mu_{1e}})^2 + (\overline{\Delta \mu_{1r}})^2}; \quad \gamma_1 = \sqrt{\gamma_{1e}^2 + \gamma_{1r}^2},$$

где

$$\overline{\Delta \mu_{1e}} = k_{\text{ш}} \sigma_{1e}; \quad \overline{\Delta \mu_{1r}} = k_{\text{ш}} \sigma_{1r}; \quad \gamma_{1e} = \frac{\overline{\Delta \mu_{1e}}}{2\mu}; \quad \gamma_{1r} = \frac{\overline{\Delta \mu_{1r}}}{2\mu};$$

$k_{\text{ш}} = \frac{1}{4,14}$ — коэффициент Шеннона, учитывающий нормальный закон распределения e_i и r_i ;

В данном случае

$$\sigma_{1e} = \frac{\sigma(e_i)}{U_0} \sqrt{\sum a_i^2}; \quad \sigma_{1r} = \frac{\sigma(r_i)}{R_{\text{ВЫХ}}} \sqrt{\sum (x_i - \mu)^2 a_i^4}.$$

КОМПЕНСАЦИЯ ОСТАТОЧНЫХ ПАРАМЕТРОВ ТРАНЗИСТОРОВ, СВЯЗАННЫХ С ЗАЗЕМЛЕННОЙ ШИНОЙ *b*

Скомпенсируем значение $\Delta \mu = \Delta \mu_e$ при подключении всех сопротивлений к «земле», т. е. в точке $\mu=0$ (погрешность $\Delta \mu_r$ в этой точке равна нулю), и уменьшим сопротивление R_i на r_{ib} . Тогда

$$\Delta \mu'_2 = \frac{1}{U_0} \sum e_{ib} a_i + \sum \frac{r_{ib}}{R_i} (x_i - \mu) a_i = 0$$

и погрешность делителя будет равна

$$\Delta \mu_2 = \Delta \mu_{2e} + \Delta \mu_{2r} = \frac{1}{U_0} \sum \Delta e_{iab} a_i x_i + G_{\text{ВЫХ}} (1 - \mu) \sum \Delta r_{iab} a_i^2 x_i,$$

где

$$\Delta e_{iab} = e_{ia} - e_{ib}; \quad \Delta r_{iab} = r_{ia} - r_{ib}.$$

Ширина полосы погрешностей $\Delta \mu_2$ и относительная информационная погрешность γ_2 будут определяться через среднеквадратические отклонения:

$$\sigma_{2e} = \frac{\sigma(e_i)}{U_0} \sqrt{2 \sum a_i^2 x_i}; \quad \sigma_{2r} = (1 - \mu) \frac{\sigma(r_i)}{R_{\text{ВЫХ}}} \sqrt{2 \sum a_i^4 x_i}. \quad (5)$$

КОМПЕНСАЦИЯ ОСТАТОЧНЫХ ПАРАМЕТРОВ ТРАНЗИСТОРОВ, СВЯЗАННЫХ С НЕЗАЗЕМЛЕННОЙ ШИНОЙ *a*

Скомпенсируем $\Delta \mu = \Delta \mu_e$ в точке $\mu_{\text{max}}=1$ (погрешность $\Delta \mu_r$ в этой точке равна нулю) и уменьшим сопротивление R_i на r_{ia} . Тогда

$$\Delta \mu'_3 = \frac{1}{U_0} \sum e_{ia} a_i + \sum \frac{r_{ia}}{R_i} (x_i - \mu) a_i = 0;$$

$$\Delta \mu_3 = \Delta \mu_{3e} + \Delta \mu_{3r} = \frac{1}{U_0} \sum \Delta e_{iba} a_i (1 - x_i) + G_{\text{ВЫХ}} \mu \sum \Delta r_{iba} a_i^2 (1 - x_i),$$

где

$$\Delta e_{iba} = e_{ib} - e_{ia}; \quad \Delta r_{iba} = r_{ib} - r_{ia}.$$

Отсюда

$$\gamma_{3e} = \frac{K_{ш}}{2\mu} \frac{\sigma(e_i)}{U_0} \sqrt{2 \sum a_i^2 (1 - x_i)} ;$$

... $\frac{K_{ш}}{R_{вых}} \frac{\sigma(r_i)}{U_0} \sqrt{2 \sum a_i^2 (1 - x_i)}$... в десятичных точках шкалы (в одной декаде) для дополняющихся двоично-десятичных кодов. Из таблицы видно, что как $\tilde{\gamma}_e$, так и $\tilde{\gamma}_r$ будут наименьшими при втором способе компенсации $\Delta\mu'$ (эквивалентные схемы делителей при компенсации остаточных э. д. с. и сопротивлений рис. 1 и 2), причем наиболее выгодным является код 2421.

На рис. 3 и 4 показано изменение ширины полос погрешностей $\Delta\mu_{2e}$ и $\Delta\mu_{2r}$ по шкале (кривые 1 и 2) для делителя в коде 2421.

Погрешность из-за разброса остаточных параметров транзисторных ключей может быть существенно уменьшена при подборе транзисторов в пары по величине остаточных параметров. Так как составляющие,

	μ	0,1	0,2	0,3	0,4	0,5	0,6	0,7	0,8	0,1)
$\tilde{\gamma}_{1e}$	2421	5,00	2,50	1,67	1,25	1,00	0,83	0,71	0,62	0,55
	5211	5,56	2,78	1,86	1,39	1,11	0,93	0,80	0,70	0,62
	4311	5,20	2,60	1,73	1,30	1,04	0,87	0,74	0,65	0,58
	3321	4,80	2,40	1,60	1,20	0,96	0,80	0,69	0,60	0,53
$\tilde{\gamma}_{2e}$	2421	1,41	1,41	1,05	1,00	0,85	1,05	0,93	0,87	0,79
	5211	1,41	1,41	1,05	0,87	1,41	1,20	1,09	0,97	0,88
	4311	1,41	1,00	1,41	1,41	1,17	1,00	1,01	0,90	0,82
	3321	1,41	1,41	1,41	1,12	1,02	1,00	0,88	0,83	0,75
$\tilde{\gamma}_{3e}$	2421	6,93	3,24	2,11	1,46	1,13	0,53	0,40	0,18	—
	5211	7,75	3,67	2,40	1,77	0,69	0,53	0,29	0,18	—
	4311	7,21	3,54	2,00	1,17	0,89	0,71	0,29	0,18	—
	3321	6,63	3,08	1,77	1,27	0,89	0,53	0,40	0,18	—
$\tilde{\gamma}_{1r} \cdot 10^{-1}$	2421	1,92	2,30	1,91	1,81	1,70	1,17	0,81	0,44	0,19
	5211	2,69	2,97	2,68	2,58	2,54	1,72	1,09	0,64	0,28
	4311	2,05	1,92	2,64	2,57	1,84	1,40	0,80	0,47	0,20
	3321	1,61	2,05	2,32	1,68	1,34	0,94	0,68	0,35	0,15
$\tilde{\gamma}_{2r} \cdot 10^{-1}$	2421	1,27	2,26	1,36	1,20	0,81	1,56	1,01	0,60	0,27
	5211	1,27	2,26	1,36	0,90	3,53	2,35	1,53	0,90	0,40
	4311	1,27	0,80	2,96	3,38	2,27	1,51	1,11	0,65	0,29
	3321	1,27	2,26	2,96	1,92	1,39	1,20	0,77	0,47	0,21
$\tilde{\gamma}_{3r} \cdot 10^{-1}$	2421	2,40	2,34	2,33	2,27	2,27	0,58	0,57	0,14	—
	5211	3,58	3,54	3,54	3,54	0,60	0,58	0,20	0,14	—
	4311	2,60	2,60	2,27	1,29	1,28	1,27	0,20	0,14	—
	3321	1,89	1,81	1,40	1,39	1,28	0,58	0,57	0,14	—

обусловленные e_i и r_i , суммируются с учетом веса R_i , в младших декадах транзисторы можно использовать без подбора (практически начиная с третьей декады).

Пусть транзисторы подобраны в пары так, что

$$|e_{ia} - e_{ib}| = \Delta e_{iab} \leq h_e \sigma(e_i) \text{ и } |r_{ia} - r_{ib}| = \Delta r_{iab} \leq h_r \sigma(r_i),$$

где $h_e < 1$ и $h_r < 1$ — коэффициенты подбора, показывающие, какую часть от $\sigma(e_i)$ и $\sigma(r_i)$ составляет разброс Δe_{iab} и Δr_{iab} у подобранных транзисторов.

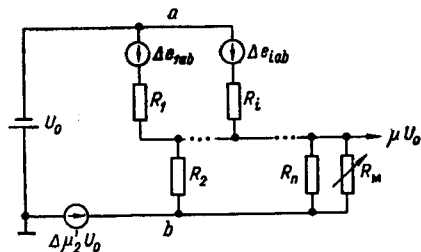


Рис. 1.

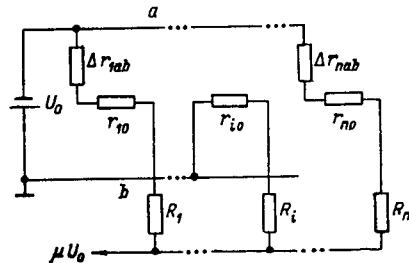


Рис. 2.

При достаточно малых h_e и h_r можно считать, что случайные величины Δe_{iab} и Δr_{iab} распределены равномерно [7], т. е.

$$\sigma(\Delta e_{iab}) = \frac{h_e}{2\sqrt{3}} \sigma(e_i); \quad \sigma(\Delta r_{iab}) = \frac{h_r}{2\sqrt{3}} \sigma(r_i).$$

Тогда получим:

$$\Delta \bar{\mu}_e = k_e \sigma_e; \quad \Delta \bar{\mu}_r = k_r \sigma_r; \quad \gamma_e = \frac{1}{2\mu} \Delta \bar{\mu}_e; \quad \gamma_r = \frac{1}{2\mu} \Delta \bar{\mu}_r,$$

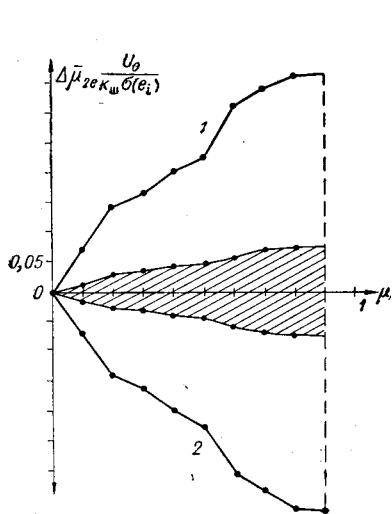


Рис. 3.

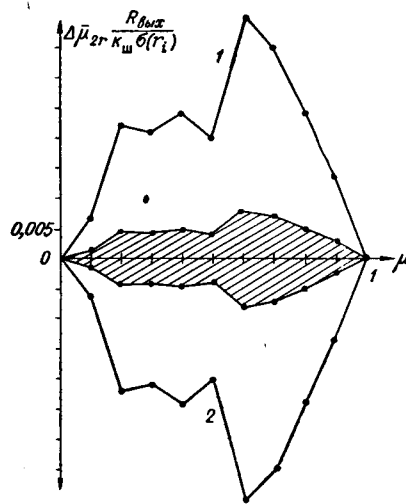


Рис. 4.

где

$$\sigma_e = \frac{h_e}{2\sqrt{3}} \frac{\sigma(e_i)}{U_0} \sqrt{2 \sum a_i^2 x_i}; \quad \sigma_r = \frac{h_r}{2\sqrt{3}} \frac{\sigma(r_i)}{R_{\text{вых}}} (1 - \mu) \sqrt{2 \sum a_i^4 x_i}; \quad (6)$$

k_e и k_r — коэффициенты, зависящие от закона распределения композиций, составленных из Δe_i и Δr_i с учетом их веса. В данном случае ввиду большого числа составляющих можно принять нормальный закон распределения и считать, что $k_e = k_r = k_{\text{ш}}$.

Сравнивая (6) с (5), видим, что подбор транзисторов в пары по величине остаточных параметров с коэффициентами подбора h_e и h_r позволяет снизить γ_e и γ_r в рабочем диапазоне, а следовательно, и уменьшить мощность эквивалентной случайной помехи соответственно в $\frac{2\sqrt{3}}{h_e}$ и $\frac{2\sqrt{3}}{h_r}$ раз.

На рис. 3 и 4 штриховкой выделены полосы погрешностей $\Delta \mu_e$ и $\Delta \mu_r$ после подбора транзисторов в пары $\left(\frac{h_e}{2\sqrt{3}} = \frac{1}{5}; \frac{h_r}{2\sqrt{3}} = \frac{1}{5} \right)$.

Для выработки практических рекомендаций по подбору транзисторов оценим влияние составляющих $\Delta \mu_e$ и $\Delta \mu_r$ на суммарную погрешность делителя при реальных значениях разброса остаточных параметров транзисторов.

Пусть $\sigma(e_i) = 70$ мкв и $\sigma(r_i) = 0,6$ ом (у транзисторов типа ПЗО [4, 5]. Величина U_0 лежит обычно в пределах 1—10 в, а $R_{\text{вых}}$ равно 10—50 ком. В этом случае при коде 2421 имеем:

$$0,01 \% \leq \gamma_{2e} \leq 0,001 \% \quad (\text{в точке } \mu=0,1);$$

$$0,0015 \% \leq \gamma_{2r} \leq 0,00003 \% \quad (\text{в точке } \mu=0,2),$$

т. е. погрешность из-за разброса r_i при указанных значениях параметров почти на порядок меньше, чем погрешность от разброса e_i . Это и определяет целесообразность подбора транзисторов в первую очередь по величине остаточных э. д. с. Во всяком случае по заданным величинам U_0 , $R_{\text{вых}}$, $\sigma(e_i)$, $\sigma(r_i)$ и коду можно определить, по какому из остаточных параметров выгоднее подбирать транзисторные пары.

Практически подбор можно осуществлять следующим образом. Транзисторы разбиваются на группы по величине e_i так, чтобы $|e_k - e_i| \leq h_e \sigma(e_i)$ (e_k — номинальное значение э. д. с. в k -й группе), а затем внутри группы подбираются по ближайшему значению r_i в пары. В условиях серийного производства составленные из таких пар транзисторные переключатели целесообразно выполнять в виде отдельных модулей, указывая на них коэффициент подбора или номер декады.

ВЫВОДЫ

Погрешность цифрового звездообразного делителя напряжения с транзисторными ключами имеет две составляющие — систематическую и случайную. Первая из них может быть скомпенсирована, а вторая

должна рассматриваться как эквивалентная случайная помеха с мощностью, определяемой разбросом остаточных параметров транзисторов.

Минимум относительной информационной погрешности делителя, обусловленной остаточными э. д. с. e_i , обеспечивается компенсацией систематической составляющей в нулевой точке шкалы. Для снижения влияния остаточных сопротивлений r_i следует коммутируемые сопротивления уменьшать на величину r_i транзисторов, подключенных к земле.

Лучшим кодом с точки зрения уменьшения относительной погрешности γ является код 2421.

Подбор транзисторов в пары позволяет уменьшить γ из-за разброса e_i и r_i . При этом сперва следует подбирать транзисторы в группы по величине e_i , а затем уже в каждой группе пары с ближайшими значениями r_i .

Транзисторы для переключателей младших декад, практически начиная с третьей, можно использовать без подбора.

ЛИТЕРАТУРА

1. В. М. Муттер. Анализ погрешностей звездообразного потенциометра, вызываемых неидеальностью ключей.— *Автометрия*, 1966, № 2.
2. К. А. Нетребенко. Цифровые автоматические компенсаторы. М.—Л., Госэнергоиздат, 1961.
3. В. Ф. Семенов. Анализ погрешностей дискретных параллельных делителей.— Доклады научно-технической конференции по итогам научно-исследовательских работ за 1964—1965 гг. Подсекция электроизмерительной техники. М., МЭИ, 1965.
4. М. М. Ладыженский. Транзисторные переключатели малых напряжений. ЛДНТП, 1965.
5. М. М. Ладыженский. Исследование и сравнительный анализ транзисторных ключей с различными принципами управления.— *Автометрия*, 1965, № 4.
6. П. В. Новицкий. Некоторые вопросы информационной теории измерительных устройств. Автореф. докт. дисс. Л., ЛПИ, 1965.
7. В. С. Пугачев. Теория случайных функций и ее применение в задачах автоматического управления. М., Физматгиз, 1962.

*Поступила в редакцию
6 июня 1966 г.,
окончательный вариант —
9 сентября 1966 г.*

V. M. Mutter

ANALYSIS OF DIGITAL STAR-SHAPED DIVIDER ERRORS DUE TO JITTER IN RESIDUAL PARAMETERS OF DISCLOSED TRANSISTORS

Digital star-shaped voltage divider error due to jitter in residual e. m. f. s and in resistances of disclosed transistors of commutators is analysed.
