

## ОБЩАЯ ТЕОРИЯ ИЗМЕРЕНИЙ

УДК 621.396.6.019.3

**Б. В. КАРПЮК, В. В. МАЛИНИН**

*(Новосибирск)*

### ОПРЕДЕЛЕНИЕ ПОГРЕШНОСТЕЙ ВЫХОДНЫХ ХАРАКТЕРИСТИК И ДОПУСКОВ ПАРАМЕТРОВ ЭЛЕМЕНТОВ ИЗМЕРИТЕЛЬНЫХ СИСТЕМ

*(Обзор методов)*

В статье рассматриваются методы определения погрешностей выходных характеристик систем по известным погрешностям параметров элементов и методы определения допусков параметров элементов по заданным допускам выходных характеристик.

Обеспечение надежности работы измерительных систем неразрывно связано с обеспечением требуемой точности измерений, выполняемых этими системами. Здесь можно сослаться на слова академика А. И. Берга: «Надежность контрольно-измерительных приборов определяется длительным сохранением точности их показаний» [1]. Сохранение точности измерительных систем в первую очередь зависит от правильного выбора допусков и стабильности параметров элементов, входящих в систему. Опыт эксплуатации контрольно-измерительных приборов и систем показывает, что их отказы большей частью обусловлены изменениями параметров элементов за допустимые пределы, т. е. постепенными отказами элементов. Очевидно, что определение погрешностей выходных характеристик и допусков параметров элементов весьма актуально и важно при проектировании надежных измерительных систем [2—7].

Учет начальных производственных разбросов параметров элементов и постепенных отказов при анализе и синтезе надежных систем требует решения целого ряда задач. В настоящей статье рассматриваются методы решения лишь двух из них, которые возникают на первых этапах проектирования систем и связаны с расчетом так называемой начальной производственной надежности [8]. Под этим термином подразумевается вероятность сохранения требуемой точности в момент времени, следующий непосредственно после процесса изготовления системы, т. е. при расчете начальной производственной надежности учитывается лишь производственный разброс параметров элементов, но не учитываются их изменения, вызываемые старением элементов и изменением условий эксплуатации. При этом параметры элементов рассматриваются как случайные величины, а не как случайные функции времени, температуры, влажности и др.

Упомянутые две задачи можно сформулировать следующим образом:

1-я задача. Определение вероятных (или допустимых) значений выходных характеристик системы по известным вероятным (или допустимым) значениям параметров элементов.

2-я задача. Определение допусков параметров элементов по заданному допуску выходных характеристик.

Первая задача возникает главным образом при анализе систем, вторая — при синтезе. В настоящее время наиболее подробно разработаны методы решения первой задачи. Большинство из них основано на составлении уравнений, связывающих выходные характеристики системы (их допустимые значения или погрешности) с параметрами элементов (их допустимыми значениями или погрешностями). Разнообразие методов решения первой задачи обусловлено различными видами представления связей (аналитических, графических, с помощью моделей) между параметрами элементов и выходными характеристиками и видами представления погрешностей (детерминированных или вероятностных), а также различными способами решения уравнений связи и определения их коэффициентов.

Сначала будут рассмотрены наиболее распространенные методы решения первой задачи, а затем — второй. Авторы не ставили перед собой цель дать достаточно подробное описание каждого из рассматриваемых методов, а ограничились кратким изложением сути методов, обсуждением их достоинств и недостатков и ссылками на литературу, в которой эти методы изложены более подробно. Основная цель настоящего обзора — дать в сжатом виде представление о современном состоянии методики определения допусков. Приведенная в конце обзора библиография содержит основные работы в этой области, но не претендует на исчерпывающую полноту.

#### МЕТОД ХУДШЕГО СЛУЧАЯ

Наибольшее распространение в практике определения допусков получили методы, состоящие в том, что параметрам элементов системы приписываются коэффициенты влияния\* (КВ), характеризующие степень влияния погрешностей параметров элементов на погрешности характеристик системы. Метод худшего случая предполагает представление погрешности характеристики в виде суммы произведений КВ и соответствующих погрешностей параметров элементов (уравнение погрешностей):

$$\delta_j = \sum_{i=1}^n b_{ji} \delta_i; \quad j = 1, 2, \dots, N; \quad i = 1, 2, \dots, n, \quad (1)$$

где  $\delta_j$  — погрешность  $j$ -й характеристики системы;  
 $b_{ji}$  — коэффициент влияния погрешности параметра  $i$ -го элемента на погрешность  $j$ -й характеристики;  
 $\delta_i$  — погрешность параметра  $i$ -го элемента системы;  
 $N$  — количество характеристик системы;  
 $n$  — количество элементов системы.

Для решения первой задачи достаточно в уравнение погрешностей подставить предельные значения погрешностей параметров элементов.

\* Иногда их называют коэффициентами положения.

Метод худшего случая, предполагающий неблагоприятное сочетание предельных значений погрешностей параметров элементов, применяется с давних пор. Доказывается, что надежность нерезервированной системы, рассчитанной на худший случай, выше надежности системы, рассчитанной другим методом [9]. Некоторые авторы, модернизируя метод худшего случая, пренебрегают малыми величинами КВ (например,  $КВ < 0,2$  [10]). Утверждается, что метод худшего случая благоразумно применять при расчете цифровых систем [10—12].

Однако, начиная примерно с 30-х годов [13—15] и по настоящее время почти во всех работах о допусках метод худшего случая критикуется. Отмечается, что этот метод совершенно не соответствует реальной действительности, так как вероятность предполагаемого события очень мала и уменьшается с ростом количества элементов в системе [16—21]. Этот метод расчета влечет усложнение и удорожание систем (например, приходится учитывать значительное возрастание потребляемой системой мощности при неблагоприятном сочетании предельных погрешностей [5, 22, 23]), повышает вероятность перемежающихся отказов и удорожает эксплуатацию [24].

В работах [5, 25] предлагаются методы проектирования надежных устройств, в которых расчет на худший случай используется в качестве первого этапа полного расчета.

### ВЕРОЯТНОСТНЫЙ МЕТОД

Отличие вероятностного метода от предыдущего заключается в том, что уравнение (1) рассматривается в вероятностном виде. Часто при этом предполагается нормальное распределение и взаимная независимость погрешностей параметров элементов, а погрешности представляются в виде дисперсий [11, 16, 26—29]:

$$\sigma_j^2 = \sum_{i=1}^n b_{ji} \sigma_i^2, \quad (2)$$

где  $\sigma_j$  — стандартное отклонение  $j$ -й характеристики системы;

$\sigma_i$  — стандартное отклонение параметра  $i$ -го элемента системы.

Посмотрим, насколько целесообразны и обоснованы приведенные выше предположения.

Ряд свойств нормального закона, в частности устойчивость [15], обеспечивает его преимущественное применение в точностных расчетах. Возможность пользоваться интегралом Лапласа и его разновидностями значительно облегчает расчеты допусков с учетом надежности систем [15, 28, 30—37].

В ряде работ выводятся зависимости между погрешностями параметров элементов и надежностью систем, исходя из предположения нормального распределения погрешностей [8, 27, 38]. Была произведена оценка близости эмпирических распределений погрешностей параметров некоторых деталей массового производства к нормальному закону по критерию Колмогорова, показавшая высокую степень их соответствия [39].

Однако наблюдается много случаев, когда предположение о нормальном законе распределения погрешностей не подтверждается. Например, распределение погрешностей большинства параметров транзисторов заметно отличается от нормального. Разброс параметров и срок службы фотоспротивлений соответствуют логарифмически нормальному закону

[40]. Можно показать, что распределение характеристики, функция которой представлена произведением нормально распределенных величин, также подчиняется нормально логарифмическому закону. Вообще при различных обстоятельствах распределение погрешностей у различных элементов может принимать самые разнообразные формы [15, 21, 31, 41—43]. Поэтому в некоторых работах рассматриваются коэффициенты, введение которых в уравнение погрешностей позволяет учитывать отличие эмпирических распределений от нормального [15, 31, 44, 45]. Композиции наиболее часто встречающихся в практике законов распределения можно аппроксимировать при помощи нормальных законов и их линейных комбинаций [8, 46]. С точностью, достаточной для инженерных применений, можно вычислять характеристики аномальных распределений через характеристики нормальных [8]. Предлагается также пользоваться распределением типа А, которое является обобщением нормального распределения [47].

Предположение о взаимной независимости погрешностей параметров элементов также далеко не всегда допустимо. В первую очередь это относится к системам с зависимыми источниками (электронными лампами, транзисторами и т. д.). Взаимосвязь между погрешностями параметров элементов и погрешностями параметров зависимых источников состоит в том, что при изменении параметров элементов меняется режим работы зависимого источника и, следовательно, его параметры [31].

Существенное значение имеет взаимосвязь между внутренними параметрами зависимых источников. Сильная коррелятивная связь наблюдается между параметрами  $h_{11}$  и  $\beta$  транзисторов (положительная) [48] и  $S$  и  $R_i$  электронных ламп (отрицательная) [31, 49]. Подробно коррелятивная связь между параметрами электронных ламп в различных режимах работы рассматривается в работах В. П. Куклева и Г. И. Аркина. Корреляционная связь может существовать между характеристиками системы, если функции характеристик содержат общие аргументы — параметры элементов [50]. Но имеются примеры, когда точность расчета надежности без учета корреляционных связей вполне удовлетворительна [51].

Вероятностный метод, будучи формально не сложнее метода худшего случая, является более гибким, хотя требует больше исходной информации о параметрах элементов.

### ОПРЕДЕЛЕНИЕ КОЭФФИЦИЕНТОВ ВЛИЯНИЯ

Как видно из уравнений погрешностей (1) и (2), общим для описанных выше двух методов является необходимость определения коэффициентов влияния  $b_{ji}$ . Рассмотрим способы их определения.

Большинство авторов принимают в качестве КВ коэффициенты Тейлора линейной части разложения аналитического выражения характеристики [15, 31, 52—54 и др.]. При этом предполагается достаточная малость и сравнительная однородность значений погрешностей параметров элементов. Некоторые общие свойства таких КВ сформулированы в [55]. Следует отметить, что ни в одной из работ, рассматриваемых в настоящем обзоре, не доказывается разложимость характеристик в ряд Тейлора.

Поскольку априорное нахождение КВ часто связано с дифференцированием сложных функций, а также потому, что аналитическое выражение характеристик нередко неизвестно, предлагаются эмпирические способы нахождения частных производных первого порядка. В ряде

работ в качестве таких производных рассматривается отношение приращения значения характеристики к вызвавшему его приращению параметра исследуемого элемента [11, 56—58]. Но такой способ пригоден только для определения наиболее влияющих параметров, так как при исследовании слабовлияющих параметров значительно повышаются требования к точности измерений [31]. Кроме того, практически весьма сложно установить все параметры элементов на номинальном уровне и трудно имитировать изменение параметров зависимых источников [57, 59]. Можно отметить только работу [11], где разработан способ имитации изменения параметров транзистора.

Более совершенным следует считать способ преобразованных систем, когда исследуемая система используется для решения уравнений, причем это касается не только счетно-решающих [60, 61], но и любых электрических и механических систем [62, 63]. Способ преобразованных систем позволяет физически реализовать КВ или находить их, пользуясь матричным исчислением и зная только принципиальную схему исследуемой системы. Для расчета КВ в сложных системах привлекается вычислительная техника [64, 65].

Кроме КВ параметров элементов в некоторых работах рассматриваются интегральные КВ. При этом для определения КВ зависимого источника в макете системы с номинальными значениями параметров элементов производится смена большого числа электронных ламп (транзисторов) и измеряются значения характеристик. В результате статистической обработки определяется величина квадрата произведения КВ лампы (транзистора) на стандартное отклонение лампы (транзистора), причем раздельно сомножители не рассматриваются [57, 66]. К интегральным КВ также относятся: КВ блока системы [63]; КВ, представляющие собой коэффициенты передачи участков системы и их комбинации [67, 68]; КВ, характеризующие влияние одного вида погрешностей всех параметров элементов одновременно на характеристики системы [65].

Можно отметить еще несколько разновидностей КВ: КВ параметров элементов на параметры зависимых источников [31, 69]; КВ в комплексной области [63]; коэффициент статистической чувствительности, характеризующий влияние погрешности параметра элемента на статистические свойства характеристик [63]; КВ для случая систем с большими погрешностями параметров элементов [29, 70, 71].

По поводу больших погрешностей имеются два мнения. Одни считают, что если допускаются большие погрешности параметров элементов, то определение КВ можно проводить приближенно [72, 73]. Других не удовлетворяют оценки погрешностей характеристик с помощью только линейной части ряда Тейлора. Предлагается уточнять такие оценки путем учета членов ряда более высокого порядка [62, 63, 74]. А. Е. Мараховским предложен способ эмпирического определения чистых и смешанных частных производных любого порядка, основанный на многократных измерениях отклонений характеристик при искусственном изменении параметров элементов. В работе [25] для определения уточненных значений частных производных предлагается формула, в которую подставляются 8 значений характеристики при 8 значениях параметра исследуемого элемента. Естественно, что при подобных измерениях устанавливаются номинальные значения параметров всех элементов, кроме исследуемого.

Однако уточнение путем учета производных того или иного порядка обычно не обосновывается, производится интуитивно и не всегда приводит к желаемым результатам. Поэтому для уточнения оценок погрешностей характеристик предлагается пользоваться КВ, которые учитывают

все члены ряда Тейлора. Способ их определения предложен В. И. Пампу-ро [70, 71, 75, 76].

Говоря о КВ, нельзя забывать, что их значения непостоянны. В системах с реактивными элементами КВ являются функциями частоты измеряемого сигнала, а в системах с адаптацией — функциями времени. КВ, являющиеся функциями времени, записываются в операторной форме [63]. При расчете погрешностей и фазочастотных характеристик КВ определяются для нескольких фиксированных частот или в виде графиков [31]. В работе Г. И. Аркина показано, что любое изменение, приводящее к уменьшению наклона частотной характеристики, обуславливает (при новых значениях характеристики) меньшее влияние погрешностей параметров элементов на погрешность характеристики. Погрешности частотных и фазовых характеристик можно определять при помощи Ф-нограмм [27]. Конечно, при изменении параметров элементов в результате старения изменяются и значения КВ. Однако в схемах, где изменения параметров элементов невелики, значения КВ обычно считаются неизменными.

### МЕТОДЫ ВАРИАЦИОННОГО АНАЛИЗА

Вариационный анализ используется для решения первой задачи, в основном, при анализе электрических цепей, причем часто используется при этом матричное исчисление. В основе матричного метода лежит оперирование двумя матрицами — матрицей номиналов, элементами которой являются номинальные значения параметров элементов, и матрицей приращений, элементами которой являются приращения (погрешности) параметров элементов исследуемой системы. Большое значение в этом методе придается двум теоремам вариационного анализа цепей: теореме Поливанова для систем, состоящих из двухполюсников [77], и обобщенной теореме вариации для систем с многополюсниками [78]. Согласно этим теоремам, пользуясь матричным исчислением, можно определить изменения тока, напряжения или проводимости в какой-либо ветви при изменении параметров элементов в нескольких ветвях системы. Вторая теорема является более общей и поэтому наряду с обобщенными методами анализа цепей используется в ряде работ, посвященных вариационному анализу [79—83]. Матричный метод позволяет проводить исследование вариаций и в системах с нелинейными элементами [84, 85].

В [86, 87] предлагается вычислять матричным методом чувствительность полюсов и нулей линейных конечных функций динамических систем с сосредоточенными параметрами к изменению значений параметров элементов системы.

Пользуясь матричным методом, авторы всех приведенных работ предпочитают рассматривать детерминированные погрешности, что не способствует тесному приобщению данного метода к расчету надежности систем.

В другом методе вариационного анализа, назовем его индуктивным методом, для упрощения расчета сложных систем аналитическое выражение характеристики представляется как комбинация элементарных функций (сумма, произведение, частное и т. д. двух-трех случайных аргументов). Затем по параметрам распределения элементарных функций находятся параметры распределения функции характеристики.

В [88], исходя из предположения нормального распределения параметров элементов, находятся параметры распределения суммы (разности), произведения и частного двух случайных комплексных величин.

В [89] находятся параметры распределения случайной величины в дробной степени, а в [90] выводятся формулы для плотности вероятности частного двух сумм случайных величин, распределенных: а) нормально и б) равномерно.

Разновидностью предыдущего метода является графический метод. С помощью этого метода на основании графических построений в комплексной области удобно исследовать влияние погрешностей параметров элементов на характеристики систем.

Область рассеяния комплексных параметров элементов можно представить в виде прямоугольников (в частном случае в виде отрезков прямых). Зная координаты этих прямоугольников, можно определить координаты прямоугольников рассеяния элементарных функций [88, 90]. Для определения координат прямоугольника, эквивалентного произведению большого числа прямоугольников, разработана программа для ЭВМ [90].

Поскольку представление поля рассеяния параметров элементов в виде эллипса (в случае их нормального распределения) является более точным по сравнению с прямоугольной формой, дается критерий сравнения этих двух форм полей рассеяния [89].

Если элементарная функция представляет собой частное двух случайных величин или случайную величину в дробной степени, то для построения ее поля рассеяния пользуются конформным отображением [88, 89].

Конформным отображением целесообразно также пользоваться тогда, когда нужно проследить за изменением характеристики в зависимости от изменения одного из параметров элементов или требуется определить ряд семейств характеристик, соответствующих различным величинам этого параметра [82].

В работе Л. Р. Григоровича конформное отображение используется для нахождения характеристики при измененных параметрах элементов по известному аналитическому выражению характеристики при номинальных значениях параметров элементов.

Существуют также реальные предпосылки для решения первой задачи с привлечением теории графов. Однако работ, непосредственно относящихся к этому вопросу, авторы пока не обнаружили.

## МЕТОДЫ МОДЕЛИРОВАНИЯ

Суть моделирования состоит в том, что параметры элементов в математической или физической модели исследуемой системы изменяются различным образом и соответствующие значения характеристик фиксируются. В результате испытаний находится математическое ожидание и дисперсия характеристики или область работоспособности системы, что представляет собой решение первой задачи. Затем отыскиваются номинальные значения и значения допусков параметров элементов, при которых значения характеристик находятся в окрестности «центра тяжести» найденной или заданной области работоспособности [25, 59]. Этим решается задача об отыскании номинальных значений параметров элементов, обеспечивающих минимальную чувствительность характеристик системы к изменениям параметров элементов, и сформулированная ранее вторая задача. Здесь следует отметить, что при проектировании надежных устройств, методом моделирования в особенности, все чаще применяются вычислительные машины. Почти всегда они используются не для собственно проектирования, а для анализа схем, причем чаще всего

анализ представляет собой перебор различных значений параметров элементов с тем, чтобы найти наиболее приемлемые их значения. Некоторые вопросы современного состояния техники проектирования надежных устройств при помощи вычислительных машин и перспективы ее развития освещены в работах [91—94].

Из методов моделирования наиболее совершенным является метод статистических испытаний. Этот метод заключается в построении модели проектируемого устройства, обладающей всеми нужными свойствами, но реализуемой с помощью вычислительных средств [95]. Параметры элементов в модели изменяются случайным образом согласно предполагаемому закону распределения параметров элементов. Число рассматриваемых ситуаций при этом уже для несложных систем достигает десятков тысяч [66, 96], поэтому для проведения статистических испытаний привлекаются ЭВМ [7, 97]. Иногда в этих целях используются специальные испытательные стенды [66], но только при расчете сравнительно несложных систем. Свойства рассматриваемого способа делают его особенно удобным для реализации на цифровых вычислительных машинах как универсальных, так и специализированных. Изменение параметров элементов при этом имитируется датчиками случайных чисел [98]. Благодаря большому числу однотипных операций, производимых в процессе моделирования, этот способ является помехоустойчивым к случайным сбоям машины [95]. Поскольку известные трудности вызывает необходимость иметь данные о действительном распределении параметров элементов, в [25] предлагается компромиссное решение. Компромисс заключается в замене неизвестного реального распределения прямоугольным, пределами которого являются предельные значения параметра, используемые при расчете способом худшего случая.

При расчете методом статистических испытаний практически без ограничений учитываются все известные условия работы исследуемой системы, которые трудно или невозможно учесть при расчете другими методами. Сложность исследуемой схемы также практически неограничена. Расчет производится без физического макетирования в короткие сроки. Фактически большую часть времени поглощает составление машинной программы. В силу того, что математическая модель при этом наиболее точно соответствует реальной системе, результаты расчета более точны по сравнению с другими способами. Возможность моделирования случайных процессов позволяет производить расчет надежности исследуемых устройств. Доказательству преимуществ способа статистических испытаний по сравнению с другими способами посвящена работа [99].

Другим методом является метод матричных испытаний. Метод отличается от предыдущего тем, что в физической модели осуществляется перебор ситуаций в соответствии с «неслучайной» программой (матрицей). Элементами матрицы являются представители квантов, на которые разбиваются диапазоны изменений параметров элементов. В качестве представителя кванта выбирается значение параметра элемента, соответствующее середине кванта. Если в процессе испытаний фиксируется отказ исследуемого устройства при значении параметра  $i$ -го элемента, равно некоторому представителю кванта, то остальные значения параметра  $i$ -го элемента в пределах этого кванта не рассматриваются. Все это позволяет значительно сократить число испытываемых ситуаций. Для проведения матричных испытаний требуется автоматизированный испытательный стенд совместно с вычислительными устройствами, которые задают закон изменения параметров элементов [59, 100, 101]. Метод матричных испытаний позволяет обходиться без мощных вычислительных машин, требует меньше исходной информации.



В технической литературе, особенно ведомственной, уделено много места еще одному методу моделирования — методу граничных испытаний. При использовании метода граничных испытаний изменения параметров элементов проводятся экспериментально в физической модели, а результаты измерений характеристик в виде области работоспособности системы представляются графически. Допустимое изменение параметров элементов определяется в зависимости от одного из параметров системы, который называется параметром граничных испытаний [24, 59, 102, 103]. Методом граничных испытаний обычно исследуются несложные устройства [104, 105]. Для проведения испытаний используются сравнительно простые специальные стенды [106].

### МЕТОДЫ РЕШЕНИЯ ВТОРОЙ ЗАДАЧИ

В общем случае значения выходных характеристик, обеспечивающих работоспособность измерительной системы, образуют многомерную область работоспособности. Выход точки, определяющей состояние системы, за границы этой области рассматривается как отказ. Решить вторую задачу — значит определить координаты (значения параметров элементов) центра области работоспособности. Вторая задача требует привлечения математических способов решения неопределенных систем уравнений типа (1) или (2), так как число уравнений погрешности  $N$ , равное числу характеристик измерительной системы, обычно меньше числа параметров элементов  $n$ . Решение второй задачи при этом сводится к отысканию относительного экстремума. Экстремализируемой функцией, как правило, выбирается функция стоимости измерительной системы от допусков на параметры элементов [107—109]. Различные функции стоимости рассматриваются в работах [28, 59, 109—112]. Например, в [110] функция стоимости имеет следующий вид:

$$S = \sum_{i=1}^N f_i(\delta_i), \quad (3)$$

где  $f_i(\delta_i)$  — зависимость стоимости элемента измерительной системы от погрешностей его параметра.

В свою очередь,

$$f_i(\delta_i) = \frac{d_i}{\delta_i - u_i} + t_i, \quad (4)$$

где  $d_i, u_i, t_i$  — постоянные.

В общем теоретическом плане решение задач на относительный экстремум подробно освещено в [113]. Сравнительно просто задача оптимизации допусков решается методом неопределенных множителей Лагранжа [28, 59, 114]. Более совершенным следует считать решение второй задачи при помощи методов программирования на ЭВМ [111, 115]. С этой же целью можно использовать опыт решения задач об оптимизации кратности резервирования [116—118].

Описанные выше методы моделирования также используются при решении второй задачи. При этом область работоспособности считается заданной и отыскиваются значения параметров элементов, при которых значения выходных характеристик находятся в центре области работоспособности.

Рассмотрим еще несколько частных случаев. Решение второй задачи не составляет труда, если исследуемое устройство состоит из элементов с одинаковыми допусками на их параметры [119] или одинаковыми считаются произведения к. в. и соответствующих погрешностей [120], что допускается только при расчете некоторых участков измерительных систем. В первом случае значение  $\delta_i$  находится из выражения

$$\delta_i = \frac{\delta_j}{\sum b_{ji}}, \quad (5)$$

где  $\delta_1 = \delta_2 = \dots = \delta_i = \dots = \delta_n$ , а во втором случае — из выражения

$$b_{ji} \delta_i = \frac{\delta_j}{n}, \quad (6)$$

где

$$b_{j1} \delta_1 = b_{j2} \delta_2 = \dots = b_{ji} \delta_i = \dots = b_{jn} \delta_n.$$

Если отсутствуют подобные упрощающие условия, но количество реально возможных решений невелико, то расчет допусков на параметры элементов ведется интуитивно последовательными приближениями [31, 53].

В заключение следует отметить, что методы решения первой и второй задач, рассмотренные в настоящем обзоре, при наличии дополнительной информации можно использовать и для определения собственной надежности (т. е. не только начальной производственной надежности) измерительных систем.

#### ЛИТЕРАТУРА

1. А. И. Берг. Кибернетика и надежность. М., «Знание», 1963.
2. В. Г. Цейтлин. К вопросу надежности измерительных устройств.— Измерительная техника, 1966, № 3.
3. Н. Н. Соловьев. О допусках на «старение» и параметрах надежности для компонентов комплексных изделий связи.— Электросвязь, 1965, № 5.
4. К. А. Иыуду. Некоторые пути повышения надежности устройств дискретного действия.— В сб. «Электроизмерительные цифровые приборы». М., ЦИТИЭП, 1961.
5. P. W. Becker, R. E. Waгг. Reliability vs Component Tolerances in Micro-electronic Circuits.— Proc. of the IEEE, 1963, № 9.
6. Я. А. Рипс. Прогнозирование эксплуатационной надежности.— В сб. «Надежность радиоэлектронной аппаратуры». М., «Советское радио», 1960.
7. А. Е. Мараховский. Метод анализа надежности радиоустройств с использованием электронных вычислительных машин. Лекция 21. Киев, «Знание», 1965.
8. Я. А. Рипс. Начальная производственная надежность устройств.— Автоматика и телемеханика, 1959, т. XX, № 6.
9. С. А. Combs. On the Reliability of a Worst Case Designed Nonredundant Circuit.— IEEE Transactions on Reliability, 1963, № 4.
10. R. C. Burns, A. D. Lawson. Quantized Probability Circuit Design Principles Applied to Linear Circuits.— IEEE Transactions on Reliability, 1964, № 2.
11. S. Klapp. Empirical Parameter Variation Analysis for Electronic Circuits.— IEEE International Convention Record, 1963, № 6.
12. J. G. Curtis. How Important are Resistor Tolerances.— Electronic Design, 1963, № 7.
13. W. J. Ettinger, W. Bartky. Basis for Determining Manufacturing Tolerances.— The Machinist, 1933, № 36.
14. В. А. Бражников. Методика расчета допусков. М., Оборонгиз, 1941.
15. Н. А. Бородачев. Обоснование методики расчета допусков и ошибок кинематических цепей, ч. 1. М.—Л., Изд-во АН СССР, 1943.
16. Р. М. Абдрашитов, Н. И. Гребенников, Н. С. Райбман. Точностные расчеты в счетном машиностроении. М., Машгиз, 1961.

17. В. П. Коротков, Б. А. Тайц. Основы метрологии и точности механизмов приборов. М., Машгиз 1961.
18. Е. М. Добрынин, Пан Чжун-Чжен. Вопросы динамической точности приборов автоматического контроля размеров. М., Машгиз, 1963.
19. Х. Б. Кордонский. Приложения теории вероятностей в инженерном деле. М.—Л., Физматгиз, 1963.
20. Z. Hellerman, M. P. Racite. Reliability Techniques for Electronic Circuit Design.— IRE Trans. on RQC, 1958, № 14.
21. Р. Майлс. Допуски в радиоаппаратуре серийного производства.— В сб. «Малогабаритная радиоаппаратура». М., Изд-во иностр. лит., 1954.
22. J. Suran. Circuit Considerations Relating to Microelectronics.— Proc. IRE, 1961, № 2.
23. J. Suran. Effect of Circuit Design on System Reliability.— IRE Transactions on RQC, 1961, № 1.
24. N. H. Taylor. Designing for Reliability.— Proc. of the IRE, 1957, № 6.
25. W. Hochwald, K. F. McQuade, H. S. Scheffler. Computers Simulation and Analysis Techniques.— Microelectronics and Reliability, 1966, № 2.
26. П. П. Синицын. Основы взаимозаменяемости и технических измерений. М., Оборонгиз, 1959.
27. А. Д. Епифанов. Надежность автоматических систем. М., «Машиностроение», 1964.
28. L. Fjalowski. Optyczne tolerancie wykonawcze.— Pomiarzy Automatyka Kontrola, 1965, № 3.
29. В. И. Пампуро. Вопросы прогнозирования постепенных отказов радиоэлектронной аппаратуры. Лекция 9. Киев, «Знание», 1965.
30. Д. Ллойд, М. Липов. Надежность, М., «Советское радио», 1964.
31. Расчет электрических допусков радиоэлектронной аппаратуры. Под ред. В. П. Гусева, А. В. Фомина. М., «Советское радио», 1963.
32. R. E. Beckwith. Tolerance Limits for the Cascaded Elements.— IRE Transactions on RQC, 1962, № 2.
33. Н. А. Бородачев. Основные вопросы теории точности производства. М., Изд-во АН СССР, 1950.
34. Б. А. Вигман, Б. Б. Дунаев. Определение точности допусковых контрольно-измерительных устройств.— Измерительная техника, 1963, № 1.
35. Б. Б. Дунаев, Б. А. Вигман. Обеспечение гарантируемого допуска и определение допустимых систематических ошибок измерения. Лекция 31. Киев, «Знание», 1965.
36. Б. Б. Дунаев. Вероятностно-точностный анализ производства. Лекция 35. Киев, «Знание», 1966.
37. А. В. Фомин. Расчет электрических допусков на параметры радионизделий, учитывающий влияние температуры, влаги и старения. Лекция 11. Киев, «Знание», 1965.
38. В. А. Луцкий. Расчет надежности и эффективности радиоэлектронной аппаратуры. Киев, Изд-во АН УССР, 1963.
39. А. В. Фомин. Повышение надежности модульной и микромодульной радиоаппаратуры путем рационального выбора электрических допусков.— Передовой научно-технический и производственный опыт, № 35—63—454/4. М., ГОСИНТИ, 1963.
40. Н. И. Тюшкевич. О разбросе параметров, стабильности и сроке службы фотоспротивлений типа ФСК.— Автоматика и телемеханика, 1966, № 2.
41. H. Reiche. Resistor Tolerances.— Microelectronics and Reliability, 1966, № 2.
42. Я. Б. Шор. Статистические методы анализа и контроля качества и надежности. М., «Советское радио», 1962.
43. Б. Е. Рабинович. Исследования по методике оценки погрешности измерений. М., Стандартгиздат, 1962.
44. И. Г. Фрилендер. Расчет допусков для размеров, определяющих физико-механические характеристики деталей и механизмов.— В кн. «Взаимозаменяемость, точность и методы измерения в машиностроении». М., Машгиз, 1958.
45. П. И. Буловский, А. Н. Лукичев. Функциональная заменяемость приборов и задачи ее развития.— Стандарты и качество, 1966, № 6.
46. К. А. Иыуду. Метод разложения для расчета схемной надежности.— Труды Ленингр. политехн. ин-та, № 256, 1965.
47. А. К. Кутай, Т. З. Файнштейн. Оценка качества продукции и процессов изготовления с помощью обобщенного закона распределения типа А.— Стандарты и качество, 1966, № 6.
48. С. А. Сорокин. Анализ влияния разброса параметров ППП на выходные характеристики некоторых функциональных узлов.— Изв. ЛЭТИ, 1966, вып. 56. ч. II.
49. Г. Ш. Шапиро, Л. В. Передерий. Исследование серийноспособности и стабильности схем вычитания и триггера.— XXI Всесоюзная научная сессия, посвященная 72-летию изобретения радио А. С. Поповым. Секция надежности. М., 1965.

50. Д. Н. Колесников. К учету корреляции в методике расчета надежности при перемежающихся отказах.— Изв. ЛЭТИ, 1966, вып. 56, ч. 1.
51. А. А. Бессонов. Методика расчета надежности автоматических систем без учета корреляционных связей.— ИВУЗ, Приборостроение, 1966, № 2.
52. В. Н. Мильштейн. Общий метод оценки малых изменений в электрических цепях с помощью эквивалентных схем.— Электричество, 1950, № 5.
53. А. Д. Фролов. Узлы радиоаппаратуры. М.—Л., «Энергия», 1964.
54. Автоматизация радиоизмерений. Под ред. В. П. Балашова. М., «Советское радио», 1966.
55. С. С. Петров. Расчет коэффициентов влияния первичных погрешностей электрических цепей методом эквивалентных преобразований.— Автоматика и вычислительная техника (Рига), 1965, № 11.
56. М. М. Кемпинский. Проектирование механизмов измерительных приборов. М., Машгиз, 1959.
57. А. Е. Мараховский, А. П. Кончаловский. Экспериментальное определение коэффициентов влияния при анализе параметрической серийнопригодности фантастрона.— Изв. ЛЭТИ, 1966, вып. 56, ч. II.
58. С. Т. Цуккерман. Точные механизмы. М., Оборонгиз, 1941.
59. Б. В. Васильев, Б. А. Козлов, Л. Г. Ткаченко. Надежность и эффективность радиоэлектронных устройств. М., «Советское радио», 1964.
60. Р. Томович, У. Карплюс. Быстродействующие аналоговые вычислительные машины. М., «Мир», 1964.
61. М. Л. Быховский. Точность электрических счетно-решающих цепей.— Изв. АН СССР, ОТН, 1948, № 8.
62. М. Л. Быховский. Основы динамической точности электрических и механических цепей. М., изд-во АН СССР, 1958.
63. М. Л. Быховский. Чувствительность и динамическая точность систем управления.— В сб. «Техническая кибернетика». М., МИЭМ, 1965.
64. С. С. Петров. Матричный метод анализа точности электрических цепей по заданным первичным погрешностям.— Автоматика и вычислительная техника (Рига), 1965, № 9.
65. Р. А. Мирный, О. Ф. Радудкий. Статистический анализ допустимой точности элементов цифрово-аналогового преобразователя.— Автоматический контроль и методы электрических измерений. (Труды VI конференции 1964 г.), т. I. Новосибирск, «Наука», 1966.
66. Ю. С. Сахаров. Метод выбора параметров функциональных узлов для обеспечения их повышенной надежности.— Изв. ЛЭТИ, 1966, вып. 56, ч. 1.
67. В. И. Соболев. Структурный анализ статистических приборов с компенсационным преобразователем. Приборостроение, 1964, № 11.
68. Ш. Ю. Исмаилов, А. М. Смоляров. О погрешностях многоэлементных автоматических приборов с линейной шкалой.— ИВУЗ, Приборостроение, 1966, № 3.
69. А. А. Ризкин. Основы теории усилительных схем. М., «Советское радио», 1958.
70. В. И. Пампуло. Определение приращений выходного параметра схемы для малых и больших приращений параметров элементов. Лекция 4. Киев, КДНТП, 1965.
71. В. И. Пампуло. Функциональный анализ погрешности приборов при больших приращениях параметров элементов.— Автометрия, 1966, № 5.
72. П. П. Месяцев. Введение в теорию проектирования и производства радиоаппаратуры. М., «Высшая школа», 1961.
73. П. П. Месяцев. Надежность производства электронно-вычислительных машин. М., Машгиз, 1963.
74. Е. С. Вентцель. Теория вероятностей. М., «Наука», 1964.
75. В. И. Пампуло. Теоремы приращений функций при вариации аргументов.— В кн. «Математическое моделирование и теория электрических цепей». Киев, «Наукова думка», 1965.
76. В. И. Пампуло. Вариация параметров систем. Электросвязь, 1966, № 7.
77. К. М. Поливанов. Теорема вариации для параметров электрической цепи.— Электричество, 1947, № 7.
78. В. П. Сигорский. Методы анализа электрических схем с многополюсниками. Киев, Изд-во АН УССР, 1958.
79. Б. Н. Дудкевич. Расчет электроизмерительных цепей по минимальной погрешности. Автореф. канд. дисс. Новосибирск, 1966.
80. М. Д. Штерк. К анализу схем на транзисторах обобщенным методом контурных токов.— Радиотехника, 1965, № 11.
81. В. П. Сигорский. Анализ электронных схем. Киев, Гостехиздат, УССР, 1963.
82. Л. Я. Нагорный. Анализ и расчет усилительных схем. Киев, Гостехиздат УССР, 1963.
83. П. П. Месяцев. К вопросу расчета допусков электрических цепей электронных вычислительных машин.— Вычислительная техника. Сб. № 5. М. «Машиностроение», 1966.

84. М. И. Левин. Методы расчета электроизмерительных схем.— Электричество, 1947, № 7.
85. А. А. Львович. О методе расчета вариаций параметров нелинейных многополюсников.— Радиотехника, 1958, № 8.
86. Z. P. Huelsmann. Matrix Analysis of Network Sensitivities.— Proc. Elect. Cont., 1963, v. 19.
87. G. Martinelli. On the Matrix Analysis of Network Sensitivities.— Proc. of the IEEE, 1966, № 1.
88. A. Plucinska. Wyznaczenie pola rozrzutu funkcji wymiernej zmiennych zespolonych.— Archiwum elektrotechniki, 1963, № 4.
89. A. Plucinska. Wyznaczenie pola rozrzutu funkcji wymiernej zmiennych losowych zespolonych oraz  $\sqrt[k]{z}$  — Archiwum elektrotechniki, 1964, № 2.
90. J. Pohorzelska, J. Bankowski. Prostokat zastepczy iloczynu prostokatnych pol rozrzutu.— Archiwum elektrotechniki, 1963, № 4.
91. S. R. Sedore. Computers and Circuit Design.— Electronic Design, 1966, № 1.
92. Designing Circuits.— Electronics, 1966, № 3.
93. Computer Service Offered for Design and Circuit Analysis.— Electronic Design, 1965, № 21.
94. Б. Н. Дендобренько, Б. П. Папушкин. Использование электронной вычислительной техники для решения конструкторских задач, связанных с повышением надежности радиоэлектронной техники.— Изв. ЛЭТИ, 1966, вып. 56, ч. III.
95. Метод статистических испытаний. Под ред. Ю. А. Шрейдера. СМБ. М., Физматгиз, 1962.
96. L. A. Hellerman. Computer Application to Reliable Circuit Design.— IRE Trans. on RQC, 1962, № 1.
97. А. Е. Мараховский. Анализ параметрической серийнопригодности и надежности схем методом статистических испытаний.— В сб. «Вопросы технического прогресса в радиотехнике и электросвязи». Киев, 1965.
98. М. П. Бобнев. Генерирование случайных сигналов и измерение их параметров. М.—Л., «Энергия», 1966.
99. В. И. Сифоров, Р. М. Туркельтауб. Некоторые вопросы анализа точности схем радиоэлектронной аппаратуры.— Радиотехника, 1966, № 5.
100. А. М. Половко. Основы теории надежности. М., «Наука», 1964.
101. В. С. Кузнецов. Определение надежности к неполным отказам и оптимизация параметров схем по результатам матричных испытаний.— Изв. ЛЭТИ, 1966, вып. 56, ч. III.
102. А. Е. Мараховский. Методика проведения граничных испытаний. Киев, «Знание», 1965.
103. Н. Ф. Воллернер. Наладка, регулировка и контроль радиоэлектронной аппаратуры. Киев, Гостехиздат УССР, 1961.
104. Л. В. Головинский, Е. М. Шеремет. Повышение надежности некоторых импульсных схем измерительных устройств.— Измерительная техника, 1965, № 1.
105. Л. В. Головинский, Е. М. Шеремет. Об учете постепенных отказов переключающей ячейки на туннельном диоде.— Измерительная техника, 1965, № 9.
106. И. С. Гуревич. Графо-аналитический способ граничных испытаний типовых элементов вычислительных машин.— II Ленинградская научно-техническая конференция по повышению надежности, долговечности и качества промышленных изделий. Л., 1962.
107. Г. Г. Баранов. О выборе допусков, обеспечивающих заданную точность механизмов и наименьшую стоимость их изготовления.— Труды института машиноведения СССР, вып. II. М., 1957.
108. F. M. McGinnis. Space Age Accuracy and Reliability.— ISA Journal, 1965, № 1.
109. A. M. Breipohl. A Unique Allocation of Required Component Reliability.— Proc. 7th Nat. Sympos. on RQC, 1961.
110. E. Wolniewicz. Ermittlung optimaler Toleranzen in Massreichen.— Acta IMEKO, I, Budapest, 1964.
111. С. С. Брудник, И. Ф. Кусов, В. А. Таран. Машинный метод оптимизации допусков на параметры устройства при условии обеспечения заданной надежности и минимизация стоимости производства и эксплуатации.— Приборостроение, 1965, № 4.
112. В. А. Попов, Ю. В. Трыков. Обеспечение надежности элементов и устройств дискретного действия с учетом технико-экономических критериев.— Изв. ЛЭТИ, 1966, вып. 56, ч. I.
113. А. Я. Дубовицкий, А. А. Милютин. Задачи на экстремум при наличии ограничений.— Журнал вычислительной математики и математической физики, 1965, № 3.

114. Б. В. Карпюк, В. В. Калинин. Выбор допусков сопротивлений параллельных делителей.— Автометрия, 1966, № 6.
115. А. А. Алатырцев. Применение метода линейного программирования для решения задач теории надежности.— Стандартизация, 1963, № 5.
116. Х. Л. Смолицкий, П. А. Чукарев. К вопросу об оптимизации резервирования.— Изв. АН СССР, ОТН, Энергетика и автоматика, 1959, № 4.
117. А. П. Райкин. Оптимизация избыточности при наличии ограничений (Обзор).— Автоматика и телемеханика 1965, т. XXVI, № 2.
118. О. В. Алексеев, В. И. Якушев. Об алгоритме оптимального резервирования аппаратуры.— Изв. АН СССР, Техническая кибернетика, 1964, № 3.
119. Н. Корре. To what Extent do Tolerances in Resistive Elements Affect Attenuator Accuracy?— Instrument Practice, 1965, № 3.
120. В. Е. Обухов. Допустимые нестабильности параметров источника питания и уровень отбраковки параметронов для мажоритарных схем. Семинар: Вопросы теории математических электронных цифровых машин. Киев, 1965.

*Поступила в редакцию  
21 сентября 1966 г.*

---

**B. V. Karpyuk, V. V. Malinin**

**DETERMINATION OF OUTPUT CHARACTERISTIC ERRORS  
AND OF PARAMETERS TOLERANCES OF MEASURING ELEMENTS:  
SURVEY OF METHODS**

Techniques of estimation of system error versus elements errors and of design of elements tolerances against system tolerance are considered.

---