АКАДЕМИЯ НАУК СССР
СИБИРСКОЕ ОТДЕЛЕНИЕ
АВТОМЕТРИЯ

№ 6 1966

ИЗМЕРИТЕЛЬНЫЕ ИНФОРМАЦИОННЫЕ СИСТЕМЫ

УДК 621.317.019.03—52

С. П. ГЛОВАЦКАЯ, Г. А. ШЕВЦОВ, Е. М. ШЕРЕМЕТ
(Львов)

по внезапным и постепенным отказам, основанн...
двух систем из множества.

Использование обычных методов резервирования для повышения надежности автоматических измерительных систем одновременно по внезапным и постепенным отказам затруднительно.

Резервирование замещением, весьма эффективное при внезапных отказах, при постепенных отказах практически неприменимо из-за трудностей обнаружения приборов, параметры которых вышли за пределы допуска.

Постоянное резервирование эффективно при постепенных отказах, если параметры рабочего и резервного устройств коррелированы слабо. Внезапные отказы при постоянном резерве обычно приводят к изменениям выходных параметров системы, выходящим за пределы допусков.

Надежность измерительных устройств обусловливается главным образом допусковыми (постепенными) отказами, но в сложных системах нередки также внезапные отказы. Поэтому возникает вопрос о разработке методов резервирования, эффективных как при постепенных, так и при внезапных отказах.

При наличии рабочей и нескольких резервных систем выявление отказавшей системы наиболее удобно проводить методом сравнения выходных величин этих систем.

В [1, 2] рассмотрена резервированная система, состоящая из трех каналов — одного рабочего и двух резервных (рис. 1).

Схемы сравнения B выбирают из трех каналов A два канала, имеющие примерно одинаковые значения выходных параметров, и один из этих каналов включают в рабочую цепь. Такой метод резервирования при внезапных отказах является достаточно эффективным. При абсолютно надежных схемах сравнения и переключающих устройств вероятность безотказной работы системы определяется формулой

$$P = 3p^2 - 2p^3, \tag{1}$$

где p — вероятность безотказной работы одного канала (рис. 2, кривая 1).

Можно было бы предположить, что данный метод окажется эффективным и при постепенных отказах. Однако проведенный авторами анализ показывает, что при постепенных отказах эффект резервирования очень невелик.

На ~~рис. 2~~ изображена зависимость $P(p)$ (кривая *2*) для случая трех некоррелированных величин с равномерной плотностью распределения. При других распределениях результат примерно тот же.

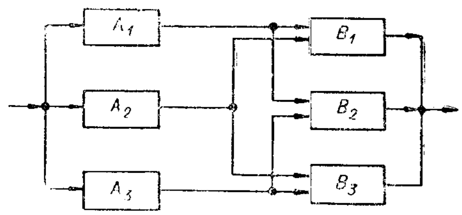

Рис. 1.

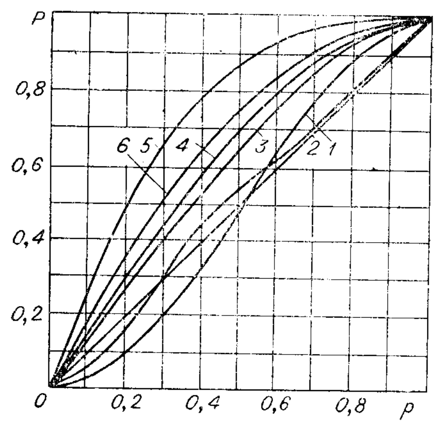

Рис. 2.

Существенный выигрыш в надежности по постепенным отказам может быть получен, если схемы сравнения используются только для обнаружения канала, в котором произошел внезапный отказ (выходной параметр существенно отличается от параметров двух других каналов), а в качестве выходной используется величина, пропорциональная сумме выходных величин двух оставшихся каналов. В этом случае выходная величина системы будет пропорциональна сумме $Y=a(X_1+X_2)$, а дисперсия — $D_y = a^2\left(D_{x_1} + D_{x_2} + 2r\sqrt{D_{x_1} D_{x_2}}\right)$, где r — коэффициент корреляции между величинами X_1 и X_2.

В случае отсутствия корреляции ($r=0$) этот метод приводит к уменьшению вероятности выхода за пределы допуска, так как

$$\frac{\sigma_y}{Y} = \frac{1}{\sqrt{2}}\,\frac{\sigma_x}{X}, \text{ где } \sigma_x = \sqrt{D_x}; \quad \sigma_y = \sqrt{D_y}.$$

На рис. 2 приведена зависимость вероятности безотказной работы системы P в функции вероятности безотказной работы одного канала p для величин X_1 и X_2, распределенных по нормальному закону при $r=0$ (кривая *3*).

Если законы распределения выходных величин таковы, что вероятности выхода за пределы допуска как в сторону увеличения, так и в сторону уменьшения одинаковы, то существенный выигрыш в надежности по постепенным отказам может быть получен при выборе канала со средним значением выходной величины.

Предположим, что три выходные величины X_1, X_2 и X_3 удовлетворяют неравенству $X_1<X_2<X_3$. В этом случае условная вероятность того, что величина X_2 будет лежать в пределах допуска, определится формулой

$$P\left(a < X_2 < b / X_1 < X_2 < X_3\right) = \int\limits_a^b \left[\int\limits_{-\infty}^{X_2} \int\limits_{X_2}^{\infty} f\left(X_1, X_2, X_3\right) dX_1\, dX_3\right] dX_2, \tag{2}$$

где a и b — пределы допуска;

$f(X_1, X_2, X_3)$ — функция распределения системы трех случайных величин.

Такая же вероятность нахождения величины X_2 в пределе допуска будет в том случае, если $X_3<X_2<X_1$.

Учитывая, что средней величиной может быть любая из трех, получим окончательно вероятность того, что выбранная выходная величина лежит в пределах допуска:

$$P(a < X_{\text{ср}} < b) = P = 6 \int_a^b \left[\int_{-\infty}^{X_3} \int_{X_3}^{\infty} f(X_1, X_2, X_3)\, dX_1\, dX_2 \right] dX_3. \quad (3)$$

Если величины X_1, X_2 и X_3 независимы, то формула (3) принимает вид

$$P = 6 \int_a^b f(X_3) \left[\int_{-\infty}^{X_3} f(X_1)\, dX_1 \int_{X_3}^{\infty} f(X_2)\, dX_2 \right] dX_3. \quad (4)$$

Пусть законы распределения всех трех величин одинаковы:

$$f(X_1)=f(X_2)=f(X_3)=f(X).$$

Обозначив $\int_{-\infty}^{X} f(X)\, dX = F(X)$, получим

$$P = 6 \int_a^b f(X) F(X) [1 - F(X)]\, dX = 3 [F^2(b) - F^2(a)] - 2 [F^3(b) - F^3(a)]. \quad (5)$$

Предположим, что отклонения величины X за пределы допуска в сторону увеличения и уменьшения равновероятны:

$$P(X<a)=P(X>b),$$

или

$$F(a)=1-F(b). \quad (6)$$

Учитывая зависимость (6), можем записать

$$P = \frac{3}{2} p - \frac{1}{2} p^3, \quad (7)$$

где $P=F(b)-F(a)$ — вероятность нахождения в допуске выходной величины каждого из каналов.

Формула (7) показывает, что в случае независимости величин X_1, X_2, X_3 и выполнения условия (6) выбор величины со средним значением дает по постепенным отказам весьма существенный выигрыш в надежности (см. рис. 2, кривая *4*).

Если вероятности отклонений величин за пределы допуска в сторону увеличения и уменьшения неодинаковы, то выбор средней величины дает меньший выигрыш в надежности, чем это следует из формулы (7). Предельным может считаться односторонний допуск, при котором

$$P(X<a)=0 \text{ или } P(X>b)=0. \tag{8}$$

В этом случае из общего выражения (5) находим

$$P=3p^2-2p^3. \tag{9}$$

Сравнивая (9) с (1), видим, что выигрыш в надежности по постепенным отказам при одностороннем допуске равен выигрышу в надежности по внезапным отказам.

Если заранее известно, что выходная величина может отклоняться только в одну сторону (односторонний допуск), то целесообразно выбирать канал не со средним, а с крайним значением этой величины.

Для случая трех каналов вероятность нахождения величин X в допуске можно выразить формулами:

$$P\,(X_{\max}>b)=3\int\limits_{b}^{\infty}\left[\int\limits_{-\infty}^{X_3}\int\limits_{-\infty}^{X_3} f\,(X_1,\,X_2,\,X_3)\,d\,X_1\,d\,X_2\right]d\,X_3; \tag{10}$$

$$P\,(X_{\min}<a)=3\int\limits_{-\infty}^{a}\left[\int\limits_{X_3}^{\infty}\int\limits_{X_3}^{\infty} f\,(X_1,\,X_2,\,X_3)\,d\,X_1\,d\,X_2\right]d\,X_3. \tag{11}$$

Для случая независимых величин из уравнений (10) и (11) получим

$$P=3p-3p^2+p^3 \text{ (см. рис. 2, кривая } 5). \tag{12}$$

При одностороннем допуске можно ограничиться схемой с двумя каналами. В этом случае при независимых величинах Y_1 и Y_2 надежность системы по постепенным отказам будет равна

$$P=2p-p^2 \text{ (см. рис. 2, кривая } 6). \tag{13}$$

Для дальнейшего увеличения надежности системы как при двухстороннем, так и при одностороннем допусках можно производить выбор из большего количества каналов, чем три. При этом для двухстороннего допуска, когда отклонение за его пределы в сторону увеличения и уменьшения равновероятны [условие (6)], целесообразно выбирать нечетное количество каналов $n=2m+1$. (Для четного n повышение надежности такое же, как и для $n-1$.)

Можно показать, что при независимых выходных величинах всех каналов и нечетном их числе

$$P\,(a<X_{\text{ср}}<b)=P=(2m)\,!\,(2m+1)\times$$

$$\times\sum_{i=0}^{m}\frac{[F\,(b)]^{m+1+i}\,[1-F\,(b)]^{m-i}-[F\,(a)]^{m+1+i}\,[1-F\,(a)]^{m-}}{(m-i)\,!\,(m+1+i)\,!}. \tag{14}$$

При выполнении условия (6) уравнение (14) принимает вид

$$P=\frac{(2m)\,!\,(2m+1)}{2^{2m+1}}\sum_{i=0}^{m}\frac{(1-p^2)^{m-i}\,[(1+p)^{2i+1}-(1-p)^{2i+1}]}{(m-i)\,!\,(m+1+i)\,!}. \tag{15}$$

При одностороннем допуске и выборе канала с максимальным или минимальным значением выходной величины надежность системы определяется выражением

$$P = 1 - (1 - p)^n, \tag{16}$$

т. е. надежность по постепенным отказам увеличивается в такой же степени, как при обычном резервировании замещением.

Формулы (14) — (16) получены для случая независимых выходных величин всех каналов. При положительной корреляции между этими величинами выигрыш в надежности будет меньше. В пределе, когда все коэффициенты корреляции равны $+1$, система будет иметь такую же надежность, как один нерезервированный канал.

ЛИТЕРАТУРА

1. Н. А. Шишонок, В. Ф. Репкин, Л. Л. Барвинский. Основы теории надежности и эксплуатации радиоэлектронной техники. М., изд-во «Советское радио», 1964.
2. Г. А. Шевцов, Е. М. Шеремет, В. А. Дубицкий. Резервирование схем путем выборки из множества.— Измерительная техника, 1966, № 1.

Поступила в редакцию
4 мая 1966 г.

[illegible] тогда [illegible] может [illegible] подхода