

А. П. ДЕМЬЯНОВСКИЙ, А. И. ФЕФЕР
(Москва)

ОЦЕНКА ВЕЛИЧИНЫ ТЕПЛОВЫХ ШУМОВ НЬУТОНОМЕТРОВ И ИХ ВЛИЯНИЕ НА ПОГРЕШНОСТИ ОДНОЙ ИЗ ИНЕРЦИАЛЬНЫХ СИСТЕМ

Исследуется зависимость пороговой чувствительности ньютонометра от его основных параметров (массы чувствительного элемента и частоты собственных колебаний прибора), а также показывается выбор последних для одной из схем инерциальной навигации и ориентации.

Уравнение движения чувствительного элемента линейного ньютонометра в относительной системе координат описывается линейным дифференциальным уравнением второго порядка

$$\ddot{y} + 2h\dot{y} + \omega_0^2 y = \frac{1}{m} [F(t) + G(t)]; \quad (1)$$

в случае маятникового ньютонометра

$$\ddot{\varphi} + 2h\dot{\varphi} + \omega_0^2 \varphi = \frac{l}{J} [F(t) + G(t)], \quad (2)$$

где y, φ — отклонение чувствительного элемента (показание) соответственно линейного и маятникового ньютонометров;
 $F(t)$ — проекция на измерительную ось случайной силы, обусловленной молекулярным движением окружающей среды;
 $G(t)$ — сумма сил инерции и притяжения Земли, действующих на чувствительный элемент ньютонометра в направлении его измерительной оси;
 l — расстояние от центра тяжести чувствительного элемента маятникового ньютонометра до оси его подвеса;
 J — момент инерции чувствительного элемента маятникового ньютонометра относительно оси подвеса, равный

$$J = m(\rho^2 + l^2);$$

ρ — радиус инерции чувствительного элемента относительно оси, параллельной оси подвеса и проходящей через его центр тяжести.

Для определения перемещения чувствительного элемента вследствие действия силы $F(t)$ воспользуемся положением статистической физики [1, 2], которое заключается в том, что система, находящаяся в состоянии стационарного теплового движения, обладает на каждую независимую координату средней энергией, равной $\frac{kT}{2}$, где $k = 1,41 \cdot 10^{-19} \text{ э} \cdot \text{см} / \text{°К}$ — постоянная Больцмана; T — абсолютная температура.

Тогда в соответствии с законом равнораспределения [1]

$$\frac{C_1 \bar{y}^2}{2} = \frac{C_2 \bar{\varphi}^2}{2} = \frac{kT}{2}, \quad (3)$$

где C_1, C_2 — жесткости подвеса чувствительного элемента соответственно линейного и маятникового ньютонометров;

$\frac{\bar{y}^2}{2}, \frac{\bar{\varphi}^2}{2}$ — средние квадраты отклонения чувствительного элемента соответственно линейного и маятникового ньютонометров.

Статическое отклонение чувствительного элемента ньютонометра под действием постоянного ускорения \ddot{x} будет равно

$$y \text{ (или } \varphi) = \frac{m}{C_1} \text{ (или } \frac{ml}{C_2}) \ddot{x}. \quad (4)$$

Пусть q — отношение сигнального отклонения чувствительного элемента ньютонометра. Величина q устанавливается в зависимости от требования к прибору.

Найдем умноженную на коэффициент запаса q минимальную величину ускорения $q \ddot{x}_{\min}$, которую можно измерить ньютонометром, исходя из того, что \ddot{x}_{\min} вызывает отклонение чувствительного элемента прибора, равное $\sqrt{\bar{y}^2}$ или $\sqrt{\bar{\varphi}^2}$.

Решая уравнения (3) и (4), найдем минимальную величину ускорения, измеряемую линейным ньютонометром:

$$\ddot{x}_{\min} = q \omega_0 \sqrt{kT} \frac{1}{\sqrt{m}}. \quad (5)$$

В случае маятникового ньютонометра имеем

$$\ddot{x}_{\min} = q \omega_0 \sqrt{kT} \frac{1}{\sqrt{m}} \sqrt{\frac{\rho^2}{l^2} + 1}. \quad (6)$$

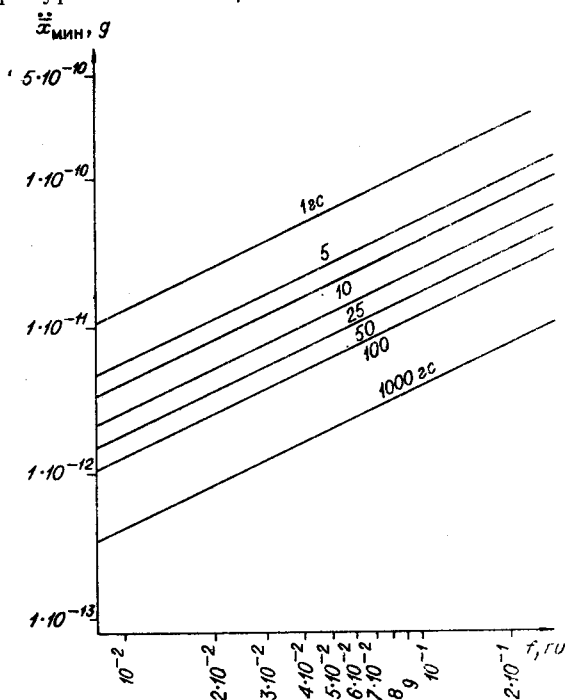
Полученный результат — см. уравнения (5) и (6) — требует некоторого пояснения. Среда оказывает противоположные воздействия на чувствительный элемент ньютонометра. С одной стороны, среда возмущает его, а с другой — демпфирует колебания чувствительного элемента, возникающие вследствие этого возмущения.

Уравнение (5) связывает \ddot{x}_{\min} с основными параметрами ньютонометра — частотой ω_0 и массой m чувствительного элемента. Первый параметр определяет динамические качества ньютонометра, второй — его вес и совместно с первым параметром потребляемую прибором мощность.

На рисунке приведены значения минимальной чувствительности линейных ньютометров в зависимости от частоты собственных колебаний. В целях удобства расчетов графики построены для различных весов mg чувствительного элемента, где g — ускорение силы тяжести. Данные приведены для температуры $+20^\circ\text{C}$ и $q=1$.

Уравнение (6) отличается от (5) только множителем $\sqrt{\frac{p^2}{l^2} + 1}$. Следовательно, чувствительность маятникового ньютометра хуже линейного в $\sqrt{\frac{p^2}{l^2} + 1}$ раз. Учитывая это обстоятельство, можно при выборе параметров маятникового ньютометра использовать графики, составленные для линейных ньютометров.

Для иллюстрации полученных результатов определим параметры ньютометра для системы ориентации спутника, летящего на высоте 500 км. Углы ориентации спутника в орбитальной системе координат должны определяться с погрешностью не более 1 угл. мин [3]. Отклонению спутника в орбитальной системе координат на 1 угл. мин при расстоянии между ньютометрами на спутнике, равном 2 м, соответствует изменение силы тяжести $10^{-10} g$. Тогда с помощью графика для частоты собственных колебаний ньютометра $f=0,2$ гц по значению $\ddot{x}=10^{-10} g$ находим, что $mg=7$ гс, откуда $m=7$ г.



ВЫВОДЫ

Погрешности ньютометров, вызванные тепловыми шумами, зависят от двух параметров — массы чувствительного элемента и частоты собственных колебаний. Причем при одинаковых весах чувствительных элементов и частотах собственных колебаний маятникового и линейного ньютометров последний всегда имеет более высокую пороговую чувствительность.

При индикаторном определении угла стабилизации спутника в орбитальной системе координат методом измерения градиента гравитационного поля Земли тепловые шумы ньютометра и измеряемые силы имеют один порядок, поэтому выбор параметров ньютометра следует производить, исходя из величины его тепловых шумов.

Авторы пользуются случаем выразить благодарность канд. техн. наук Н. П. Буканову за постоянное внимание к данной работе и ценные советы, а также канд. физ.-мат. наук В. Д. Андрееву за полезные замечания, сделанные им при обсуждении постановки задачи.

ЛИТЕРАТУРА

1. Ван Дер Зил. Флуктуации в радиотехнике и физике. М.—Л., Госэнергоиздат, 1958.
2. В. Л. Лебедев. Случайные процессы в электрических и механических системах. М., Физматгиз, 1958.
3. H. L. Taylor. Satellite Orientation by Inertial Techniques.— Journal of the Aerospace Sciences, 1961, v. 28, № 6.

*Поступила в редакцию
25 ноября 1965 г.,
окончательный вариант —
17 января 1966 г.*
