

ИЗМЕРИТЕЛЬНЫЕ ПРОМЕЖУТОЧНЫЕ ПРЕОБРАЗОВАТЕЛИ

УДК 621.316.8.011.4+181.5

М. И. КУДРЯШОВ

(Новосибирск)

РАСЧЕТ СОБСТВЕННОЙ ЕМКОСТИ МИКРОСХЕМЫ ТОНКОПЛЕНОЧНОГО ДЕЛИТЕЛЯ НАПРЯЖЕНИЯ

Методом Хоу получены формулы для технического расчета потенциальных коэффициентов в общих уравнениях Максвелла для зарядов и потенциалов системы тонкопленочных проводников. На конкретных примерах показывается достаточно высокая точность расчета емкости с помощью полученных выражений.

При конструировании пленочных делителей напряжения особенно для цифровых приборов переменного тока возникает актуальная задача оценки величины собственных реактивных параметров микросхемы до ее изготовления. В настоящее время методика расчета емкости системы из четырех и более проводников в виде тонких пленок на диэлектрической подложке в литературе отсутствует. Однако известно, что в теории проводной связи [1], а также антенно-фидерных устройств [2] для решения подобных задач широко применяется метод Хоу, который, по-видимому, является пока единственным для расчета емкости систем из многих проводников. Правда, в [1, 2] приводятся формулы потенциальных коэффициентов для проводников круглого поперечного сечения. Кроме того, при выводе формул, как правило, полагают, что расстояние между проводниками значительно превосходит радиус провода. В связи с этим несомненный практический интерес представляет выяснение применимости метода Хоу для расчета емкости системы близлежащих пленочных проводников в микросхемах. Материал настоящей работы и относится к решению данного вопроса.

Известно [3], что система из n проводников, имеющих потенциалы $\varphi_1, \varphi_2, \varphi_3, \dots, \varphi_n$ и заряды $q_1, q_2, q_3, \dots, q_n$, описывается уравнениями Максвелла, которые кратко можно записать в матричной форме

$$\begin{pmatrix} \varphi_1 \\ \varphi_2 \\ \varphi_3 \\ \dots \\ \varphi_n \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} \alpha_{11} & \alpha_{12} & \alpha_{13} & \dots & \alpha_{1n} \\ \alpha_{21} & \alpha_{22} & \alpha_{23} & \dots & \alpha_{2n} \\ \alpha_{31} & \alpha_{32} & \alpha_{33} & \dots & \alpha_{3n} \\ \dots & \dots & \dots & \dots & \dots \\ \alpha_{n1} & \alpha_{n2} & \alpha_{n3} & \dots & \alpha_{nn} \end{pmatrix} \cdot \begin{pmatrix} q_1 \\ q_2 \\ q_3 \\ \dots \\ q_n \end{pmatrix} \quad (1)$$

Вторая матрица в (1) является матрицей потенциальных коэффициентов, элементы главной диагонали которой называются собственными потенциальными коэффициентами, а остальные элементы — взаимными потенциальными коэффициентами.

Расчет собственных потенциальных коэффициентов

Расположим координатные оси на пленке, согласно рис. 1. Тогда потенциал, создаваемый зарядами в некоторой точке элемента dx_2 оси ox_2 , будет равен

$$\varphi' = \frac{1}{4\pi\epsilon} \int_S \frac{\sigma dS}{r}, \quad (2)$$

где $\sigma = \frac{q}{S}$ — поверхностная плотность зарядов;

q — заряд пленки;

S — вся поверхность пленки;

r — расстояние от рассматриваемой точки оси ox_2 до элемента площади dS .

Среднее значение потенциала вдоль всей оси ox_2 равно

$$\psi = \frac{1}{l} \int_l \varphi' dx_2 = \frac{q}{4\pi\epsilon l S} \int_l \int_S \frac{dS dx_2}{r}. \quad (3)$$

Переходя от интегрирования по площади к интегрированию по координатам, выражение (3) можно переписать следующим образом:

$$\psi = \frac{q}{\pi\epsilon l S} \int_0^l \int_0^l \int_0^a \frac{dx_2 dx_1 dy}{\sqrt{(x_2 - x_1)^2 + y^2}}. \quad (4)$$

После интегрирования (4) по y решение может быть записано либо в форме обратной тригонометрической функции, либо в форме логарифмической функции. Если для вычисления собственного потенциального коэффициента принять за основу логарифмическую форму, то в результате последующего двукратного интегрирования в окончательном выражении появляется член в виде логарифма отрицательного числа, что приводит к неопределенности решения. Поэтому для вычисления собственного потенциального коэффициента приемлемой оказалась обратная тригонометрическая форма.

Итак, результат интегрирования (4) по y запишем в виде

$$\psi = \frac{q}{\pi\epsilon l S} \int_0^l \int_0^l \text{Arsh} \frac{a}{x_2 - x_1} dx_2 dx_1. \quad (5)$$

Для решения (5) используем промежуточную замену переменной $\frac{a}{x_2 - x_1} = x$. После интегрирования по x_1 получаем

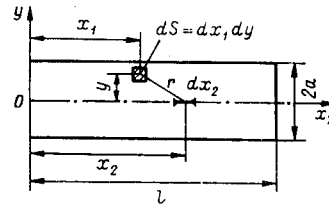


Рис. 1.

$$\varphi = \frac{q}{\pi \varepsilon l S} \left[- \int_0^l (x_2 - l) \operatorname{Arsh} \frac{a}{x_2 - l} dx_2 - \int_0^l a \ln (x_2 - l + \sqrt{(x_2 - l)^2 + a^2}) dx_2 + \right. \\ \left. + \int_0^l x_2 \operatorname{Arsh} \frac{a}{x_2} dx_2 + \int_0^l a \ln (x_2 + \sqrt{x_2^2 + a^2}) dx_2 \right]. \quad (6)$$

Нетрудно показать, что каждый из интегралов, входящих в (6), равен:

$$\int_0^l (x_2 - l) \operatorname{Arsh} \frac{a}{x_2 - l} dx_2 = \frac{a^2}{2} - \frac{l^2}{2} \operatorname{Arsh} \left(\frac{a}{-l} \right) - \frac{a}{2} \sqrt{l^2 + a^2}; \quad (7)$$

$$\int_0^l a \ln (x_2 - l + \sqrt{(x_2 - l)^2 + a^2}) dx_2 = -a^2 + \\ + al \ln (-l + \sqrt{l^2 + a^2}) + a \sqrt{l^2 + a^2}; \quad (8)$$

$$\int_0^l x_2 \operatorname{Arsh} \frac{a}{x_2} dx_2 = \frac{l^2}{2} \operatorname{Arsh} \frac{a}{l} + \frac{a}{2} \sqrt{l^2 + a^2} - \frac{a^2}{2}; \quad (9)$$

$$\int_0^l a \ln (x_2 + \sqrt{x_2^2 + a^2}) dx_2 = al \ln (l + \sqrt{l^2 + a^2}) - a \sqrt{l^2 + a^2} + a^2. \quad (10)$$

Подставляя (7)–(10) в (6), получим

$$\varphi = \frac{q}{\pi \varepsilon l S} \left(al \ln \frac{\sqrt{l^2 + a^2} + l}{\sqrt{l^2 + a^2} - l} - a \sqrt{l^2 + a^2} + a^2 \right). \quad (11)$$

Собственный потенциальный коэффициент равен

$$\alpha_{11} = \frac{\varphi}{q} = \frac{al \ln \frac{\sqrt{l^2 + a^2} + l}{\sqrt{l^2 + a^2} - l} - a \sqrt{l^2 + a^2} + a^2}{\pi \varepsilon l S}. \quad (12)$$

Выражение (12) можно переписать так:

$$\alpha_{11} = \frac{al \ln \left(\sqrt{1 + \frac{a^2}{l^2}} + 1 \middle/ \sqrt{1 + \frac{a^2}{l^2}} - 1 \right) - al \sqrt{1 + \frac{a^2}{l^2}} + a^2}{\pi \varepsilon l S}. \quad (13)$$

Если $a \ll l$, то, разлагая квадратный корень в степенной ряд и пренебрегая членами со степенями больше первой ввиду их малости, получим

$$\alpha_{11} = \frac{al \ln \left(\frac{4l^2}{a^2} + 1 \right) - al \left(1 + \frac{a^2}{2l^2} \right) + a^2}{\pi \varepsilon l S}. \quad (14)$$

Практически почти всегда выполняется условие $\frac{a}{l} < \frac{1}{4}$. Нетрудно заметить, что наибольшая погрешность от аппроксимации возникает в выражении $\left(\sqrt{1 + \frac{a^2}{l^2}} - 1\right)$ равенства (13). Для $\frac{a}{l} = \frac{1}{4}$ она составляет около 1,5%, что во многих случаях может оказаться еще допустимым. Если $\frac{a^2}{2l^2} \ll 1 \ll \frac{4l^2}{a^2}$, то выражение (14) можно упростить:

$$\alpha_{11} = \frac{al \left(2 \ln \frac{2l}{a} - 1\right) + a^2}{\pi \varepsilon l S}. \quad (15)$$

Расчет взаимных потенциальных коэффициентов

Рассмотрим лишь случай параллельного расположения пленок (рис. 2). Расчет взаимного потенциального коэффициента α_{12} будем вести в порядке, аналогичном расчету α_{11} .

Потенциал, создаваемый зарядами верхней пленки в некоторой точке элемента dx_2 оси ox_2 , выражается формулой (2) с той лишь разницей, что вместо r необходимо подставлять R (см. рис. 2). Среднее значение потенциала вдоль всей оси ox_2 тоже определяется формулой (3), если вместо r подставить R . При выбранной системе координат средний потенциал вдоль оси ox_2 можно найти по формуле, аналогичной (4):

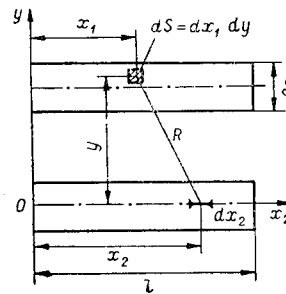


Рис. 2.

$$\varphi = \frac{q}{2\pi \varepsilon l S} \int_0^l \int_0^l \int_{\zeta}^{\beta} \frac{dx_2 dx_1 dy}{\sqrt{(x_2 - x_1)^2 + y^2}}, \quad (16)$$

где $\zeta = D - a$; $\beta = D + a$.

Решая (16), получим

$$\begin{aligned} \alpha_{12} = \frac{1}{2\pi \varepsilon l S} & \left(\beta^2 - \zeta^2 - \beta \sqrt{l^2 + \beta^2} + \zeta \sqrt{l^2 + \zeta^2} - \right. \\ & - l^2 \ln \frac{\zeta + \sqrt{l^2 + \zeta^2}}{\beta + \sqrt{l^2 + \beta^2}} + \beta l \ln \frac{\sqrt{l^2 + \beta^2} + l}{\sqrt{l^2 + \beta^2} - l} + \\ & \left. + \zeta l \ln \frac{\sqrt{l^2 + \zeta^2} - l}{\sqrt{l^2 + \zeta^2} + l} \right). \quad (17) \end{aligned}$$

В тех случаях, когда $\beta \ll l$, очевидно, вместо (17) можно также получить приближенную формулу. Однако данное условие на практике выполняется довольно редко, поэтому не имеет смысла приводить эту формулу.

Если делитель выполняется из резистивных пленок различной толщины, но одинаковой ширины и длины, то все собственные потенциальные коэффициенты в (1) тоже равны. Полученные выражения прове-

рялись экспериментально на моделях, так как в микросхемах делители обладают малыми собственными емкостями. К тому же на моделях погрешность из-за влияния емкостей проводников, соединяющих пленки, получается пренебрежимо малой. В качестве модели использовались ленточные проводники, имеющие: $l=100$ мм; $2a=5$ мм; $D=7,5$ мм.

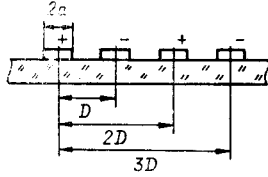


Рис. 3.

Например, для модели делителя из четырех пленок, соединенных между собой, как на рис. 3, учитывая, что в данном случае имеют место равенства $\alpha_{11}=\alpha_{22}=\alpha_{33}=\alpha_{44}$, $\alpha_{12}=\alpha_{21}=\alpha_{23}=\alpha_{32}=\alpha_{34}=\alpha_{43}$, $\alpha_{13}=\alpha_{24}=\alpha_{31}=\alpha_{42}$, уравнения Максвелла можно представить в виде

$$\begin{cases} \varphi_1 \\ -\varphi_2 \\ \varphi_3 \\ -\varphi_4 \end{cases} = \begin{vmatrix} x_{11} & \alpha_{12} & \alpha_{13} & \alpha_{14} \\ x_{12} & \alpha_{11} & \alpha_{12} & \alpha_{13} \\ x_{13} & \alpha_{12} & \alpha_{11} & \alpha_{12} \\ \alpha_{14} & \alpha_{13} & \alpha_{12} & \alpha_{11} \end{vmatrix} \cdot \begin{cases} q \\ -q \\ q \\ -q \end{cases} \quad \text{или}$$

$$\begin{cases} \varphi_1 \\ -\varphi_2 \\ \varphi_3 \\ -\varphi_4 \end{cases} = \begin{vmatrix} \alpha_{11} & -\alpha_{12} & \alpha_{13} & -\alpha_{14} \\ \alpha_{12} & -\alpha_{11} & \alpha_{12} & -\alpha_{13} \\ \alpha_{13} & -\alpha_{12} & \alpha_{11} & -\alpha_{12} \\ \alpha_{14} & -\alpha_{13} & \alpha_{12} & -\alpha_{11} \end{vmatrix} \cdot \begin{cases} q \\ q \\ q \\ q \end{cases}$$

Средний потенциал системы прямых проводников (см. рис. 3, знак +) выражается

$$\varphi_{\text{пр}} = \frac{\varphi_1 + \varphi_3}{2} = \frac{2\alpha_{11} - 3\alpha_{12} + 2\alpha_{13} - \alpha_{14}}{2} q,$$

а средний потенциал системы обратных проводников (см. рис. 3, знак -)

$$\varphi_{\text{обр}} = \frac{-\varphi_2 - \varphi_4}{2} = \frac{-2\alpha_{11} + 3\alpha_{12} - 2\alpha_{13} + \alpha_{14}}{2} q.$$

Разность потенциалов имеет вид $U = \varphi_{\text{пр}} - \varphi_{\text{обр}} = (2\alpha_{11} - 3\alpha_{12} + 2\alpha_{13} - \alpha_{14}) q$. Заряд системы равен $Q = \frac{nq}{2} = 2q$,

где n — общее число всех прямых и обратных проводников.

Электрическую емкость системы определим как

$$C = \frac{Q}{U} = \frac{2q}{(2\alpha_{11} - 3\alpha_{12} + 2\alpha_{13} - \alpha_{14})q} = \frac{1}{\alpha_{11} - \frac{3}{2}\alpha_{12} + \alpha_{13} - \frac{\alpha_{14}}{2}}.$$

При выбранных геометрических размерах модели расчетная емкость в воздухе равна $4,2$ пф, измеренная же прибором Е12—1, она получилась равной $4,23$ пф. Величина емкости, рассчитанная с помощью данного метода для двух пленок, расположенных на расстоянии $D=7,5$ мм, довольно точно согласуется с результатами расчета по формулам, приведенным, например, в [4, 5].

В большинстве практических случаев α_{11} и α_{12} так же, как и α_{13} и α_{14} и т. д., одного порядка, а их разница имеет порядок на единицу меньше. Следовательно, для вычисления емкости с погрешностью, например 10%, погрешность расчета потенциальных коэффициентов должна составлять примерно 1%, в чем нетрудно убедиться. Поскольку пленки наносятся на диэлектрическую подложку, имеющую диэлектрическую проницаемость $\epsilon > \epsilon_0$, то, очевидно, при расчетах необходимо учитывать влияние подложки. Это может быть сделано различными способами. Например, при сравнимых ϵ и ϵ_0 в формулы можно подставлять некоторую среднюю диэлектрическую проницаемость [4], равную

$$\epsilon_{\text{ср}} = \frac{\epsilon + \epsilon_0}{2}.$$

Практически точно можно учесть влияние подложки, если сначала измерить емкость модели пленок на подложке C_M , а затем на воздухе C_0 :

$$\epsilon_{\text{ср}} = \frac{C_M}{C_0}.$$

С помощью методов конформных преобразований можно аналитическим путем довольно точно учесть влияние подложки на емкость системы пленок.

Выводы

Итак, метод Хоу может быть с успехом применен как для расчета собственной емкости микросхемы тонкопленочного делителя напряжения, так и для расчета емкости системы тонкопленочных проводников в различных пленочных схемах.

Точность расчета при этом получается практически вполне достаточной.

В заключение выражаю благодарность за ценные замечания канд. техн. наук А. И. Ильенкову.

ЛИТЕРАТУРА

1. В. Клейн. Теория взаимного влияния в линиях связи. М., Изд-во иностр. лит., 1959.
2. С. И. Надененко. Антенны. М., Связьиздат, 1959.
3. П. Л. Калантаров, Л. Р. Нейман. Теоретические основы электротехники. М.—Л., Госэнергоиздат, 1951.
4. Л. М. Кононович. Расчет паразитных емкостей при печатном монтаже радиоаппаратуры.—Радиотехника, 1956, т. 11, № 8.
5. В. М. Беляков, Р. И. Кравцова, М. Г. Раппопорт. Таблицы эллиптических интегралов, т. 2. М., Изд-во АН СССР, 1963.

Поступила в редакцию
4 марта 1966 г.