АКАДЕМИЯ НАУК СССР
СИБИРСКОЕ ОТДЕЛЕНИЕ
АВТОМЕТРИЯ

№ 4 1966

УДК 621.317.44

Б. М. РОГАЧЕВСКИЙ
(Новосибирск)

О НЕЧЕТНЫХ ГАРМОНИКАХ Э. Д. С. НА ВЫХОДЕ МАГНИТОМОДУЛЯЦИОННЫХ ДАТЧИКОВ

Исследуется вопрос о зависимости нечетных гармоник на выходе полуэлемента ММД от величины возбуждающего и измеряемого магнитных полей. Приводится обоснование использования простого метода количественной оценки требуемой избирательности системы для выделения полезного сигнала второй гармоники при заданной величине измеряемого поля и неидентичности характеристик магнитных материалов двух сердечников ММД.

Магнитомодуляционные датчики (ММД) нашли широкое применение в устройствах, предназначенных для измерения слабых постоянных и низкочастотных переменных магнитных полей. К преимуществам ММД по сравнению с другими приемниками магнитного поля следует отнести высокую чувствительность, независимость ее от частоты измеряемого поля (в области инфразвуковых частот), удовлетворяющий многим требованиям практики порог чувствительности и сравнительно небольшие размеры. Однако при разработке устройств с использованием ММД возникает ряд трудностей, препятствующих получению порога чувствительности, близкого к уровню собственных шумов датчика. В частности, значительные затруднения связаны с подавлением остаточного напряжения нечетных гармоник на выходе ММД.

Обычно для уменьшения напряжения нечетных гармоник используется дифференциальное включение двух полуэлементов ММД. Но даже и в этом случае в силу неидентичности характеристик полуэлементов датчиков остаточное напряжение нечетных гармоник может в 10^3—10^6 раз превышать полезный сигнал второй или любой четной гармоники [1].

Для подавления нечетных гармоник в используемых на практике устройствах применяются дополнительно LC и RC избирательные цепи, включаемые между выходом ММД и входом детекторной системы. Однако реальные схемы избирательных цепей, настроенных, например, на вторую гармонику, не позволяют полностью избавиться от остаточного напряжения нечетных гармоник.

Кроме приведенных методов уменьшения влияния нечетных гармоник, широко используется метод синхронного детектирования. Идеальный синхронный детектор позволяет полностью исключить нечетные гармоники на выходе системы. Но в силу ряда причин выходное напряжение реального синхронного детектора будет обусловлено также и нечетными гармониками [2].

Поскольку перечисленные выше способы выделения полезного сигнала второй гармоники не могут обеспечить полного подавления нечетных гармоник, то в ряде случаев, особенно при измерении весьма слабых магнитных полей, напряжение на выходе измерительной системы, обусловленное э. д. с. нечетных гармоник, будет больше напряжения полезного сигнала, т. е.

$$\sum_{n=1}^{\infty} K_{f2n-1} K_{\text{д}2n-1} \Delta E_{2n-1} > K_{f_2} K_{\text{д}_2} E_2,$$

где K_{f2n-1} — коэффициент усиления избирательной системы по нечетным гармоникам;

$K_{\text{д}2n-1}$ — коэффициент передачи детектора по нечетным гармоникам;

ΔE_{2n-1} — амплитуда нечетных гармоник остаточного напряжения;

K_{f_2} — коэффициент усиления избирательной системы по второй гармонике;

$K_{\text{д}_2}$ — коэффициент передачи детектора по второй гармонике;

E_2 — амплитуда второй гармоники.

Как видно из приведенного неравенства, для обеспечения возможности выделения полезного сигнала необходимо уменьшать либо $K_{f2n-1} K_{\text{д}2n-1}$, либо ΔE_{2n-1}. Уменьшение $K_{f2n-1} K_{\text{д}2n-1}$ связано со значительным усложнением схем избирательной и детекторной систем, что приводит к увеличению габаритов и снижению надежности измерительных устройств, использующих в качестве первичного преобразователя ММД. Снижение величины остаточного напряжения нечетных гармоник ΔE_{2n-1} на выходе ММД, полуэлементы которого включены по дифференциальной схеме,— весьма эффективный путь и особенно необходимый в том случае, когда большая величина ΔE_{2n-1} может вызвать, вследствие нелинейных искажений, появление ложных четных гармоник на выходе первого каскада усиления.

Для того, чтобы оценить возможность уменьшения остаточного напряжения нечетных гармоник, целесообразно исследовать зависимость э. д. с. нечетных гармоник на выходе ММД от величины возбуждающего и измеряемого магнитных полей.

Исследованию э. д. с. нечетных гармоник на выходе полуэлемента ММД в случае измерения постоянных магнитных полей и посвящена настоящая работа.

Проводимый ниже анализ базируется на общепринятой аппроксимации средней кривой намагничивания материала сердечника функцией $B = b \operatorname{arc\,tg} \alpha H$, где b и α — коэффициенты, определяемые по экспериментально снятой кривой намагничивания одним из известных методов [3].

Известно [4], что при синусоидальном поле возбуждения $H_b = H_m \sin \omega t$ э. д. с. нечетных гармоник на выходе полуэлемента ММД определяется из выражения

$$e_{2n-1} = -Sw \omega b (-1)^{n-1} 2\rho^{2n-1} \sin (2n-1) \psi \cos (2n-1) \omega t, \quad (1)$$

где S — сечение сердечника в $м^2$;

w — число витков измерительной обмотки;

ω — частота возбуждающего поля в *гц;*

$$\rho = \frac{1}{\alpha H_m \sin\psi}\left[1 - \sqrt{1 + (\alpha H_m)^2 \sin^2\psi}\,\right];$$

H_m — амплитуда поля возбуждения в $a/м$;

$$\sin\psi = \pm\frac{1}{\sqrt{2}}\left[\eta + \sqrt{\eta^2 + \frac{4}{(\alpha H_m)^2}}\,\right]^{1/2}; \quad \eta = 1 - \frac{H_0^2}{H_m^2} - \frac{1}{(\alpha H_m)^2};$$

H_0 — величина измеряемого поля в $a/м$.

Выражение (1) является исходным для исследования вопроса о нечетных гармониках на выходе полуэлемента ММД.

Вначале рассмотрим зависимость нечетных гармоник от относительной величины амплитуды поля возбуждения αH_m^* при $H_0=0$. В этом случае, подставляя в (1) $H_0=0$, получим

$$e_{2n-1} = 2Sw\,\omega\,b\left[\frac{\sqrt{1+(\alpha H_m)^2}-1}{\alpha H_m}\right]^{2n-1}\cos(2n-1)\,\omega t, \tag{2}$$

так как

$$\sin\psi = 1; \quad \rho = -\frac{\sqrt{1+(\alpha H_m)^2}-1}{\alpha H_m}.$$

Из (2) следует, что для вычисления амплитуд высших нечетных гармоник может быть использовано следующее рекуррентное соотношение:

$$E_{2n+1} = E_{2n-1}\left[\frac{\sqrt{1+(\alpha H_m)^2}-1}{\alpha H_m}\right]^2. \tag{3}$$

В соответствии с (2) и (3) были рассчитаны кривые зависимости э. д. с. нечетных гармоник от αH_m (рис. 1). Из графиков видно, что с ростом поля возбуждения амплитуда любой нечетной гармоники увеличивается, а разница между ними уменьшается.

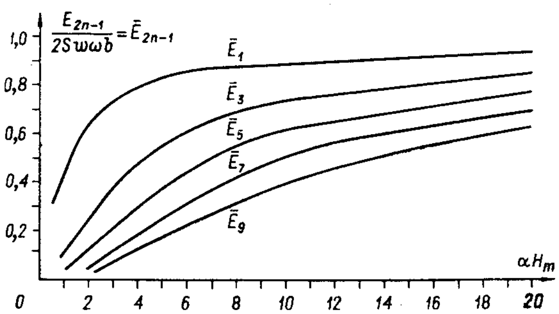

Рис. 1.

В то же время для значений $\alpha H_m < 0{,}1$ (для практически линейного участка кривой намагничивания) э. д. с. первой гармоники может быть определена по формуле

$$E_1 = 2Sw\,\omega\,b\,\alpha H_m, \tag{4}$$

а всеми высшими гармониками при этом можно пренебречь.

Теперь рассмотрим нечетные гармоники на выходе полуэлемента ММД, когда измеряемое магнитное поле пренебрежимо мало по срав-

---

* Использование относительных величин αH_m (α в $м/a$) вместо абсолютных H_m обусловлено стремлением не ограничиваться конкретным материалом сердечника и его размерами.

нению с полем возбуждения, т. е. $H_0 \ll H_m$. Это наиболее характерный случай, так как обычно ММД применяется для измерения весьма слабых магнитных полей. Учитывая, что $H_0 \ll H_m$, выражение (1) можно значительно упростить. Для этого разложим $\sin\psi$ в ряд Маклорена и, пренебрегая членами ряда, начиная с третьего, будем иметь

$$\sin\psi = \pm\left[1 - \frac{1}{2}\frac{(\alpha H_0)^2}{1+(\alpha H_m)^2}\right]$$

или

$$\psi = \arccos\frac{\alpha H_0}{\sqrt{1+(\alpha H_m)^2}}\sqrt{1-\frac{(\alpha H_0)^2}{4\left[1+(\alpha H_m)^2\right]}} \approx \arccos\frac{\alpha H_0}{\sqrt{1+(\alpha H_m)^2}}. \tag{5}$$

Подставляя (5) в (1), получим выражение для э. д. с. нечетных гармоник на выходе полуэлемента ММД при $H_0 \ll H_m$

$$e_{2n-1} = -(-1)^{n-1}\, 2Sw\,\omega\, b\left[\frac{\sqrt{1+(\alpha H_m)^2}-1}{\alpha H_m}\right]^{2n-1} \times$$

$$\times \sin(2n-1)\arccos\frac{\alpha H_0}{\sqrt{1+(\alpha H_m)^2}}\cos(2n-1)\,\omega t. \tag{6}$$

Как известно [5],

$$\sin(2n-1)\arccos\frac{\alpha H_0}{\sqrt{1+(\alpha H_m)^2}} = U_{2n-1}\left[\frac{\alpha H_0}{\sqrt{+(\alpha H_m)^2}}\right],$$

где $U_{2n-1}\left[\frac{\alpha H_0}{\sqrt{1+(\alpha H_m)^2}}\right]$ — функция Чебышева второго рода.

Разлагая эту функцию в ряд, пренебрегая членами, начиная с $\frac{(\alpha H_0)^4}{[1+(\alpha H_m)^2]^2}$ и подставляя ее в (6), получим следующее выражение:

$$e_{2n-1} = 2Sw\,\omega\, b\left[\frac{\sqrt{1+(\alpha H_m)^2}-1}{\alpha H_m}\right]^{2n-1} \times$$

$$\times\left[1 - 2n(n-1)\frac{(\alpha H_0)^2}{1+(\alpha H_m)^2}\right]\cos(2n-1)\,\omega t \tag{7}$$

Сравнение (2) и (7) показывает, что наличие постоянного магнитного поля вызывает уменьшение э. д. с. нечетных гармоник, причем с ростом номера гармоники это уменьшение более значительно. Изменение амплитуды э. д. с. нечетных гармоник, обусловленное постоянным магнитным полем αH_0, можно определить как разность выражений (2) и (7)

$$\Delta E_{2n-1} = -4Sw\,\omega\, bn(n-1)\frac{(\alpha H_0)^2}{1+(\alpha H_m)^2}\left[\frac{\sqrt{1+(\alpha H_m)^2}-1}{\alpha H_m}\right]^{2n-1}. \tag{8}$$

Из соотношений (8) и (7) видно, что e_{2n-1} и ΔE_{2n-1} являются нелинейными функциями измеряемого поля αH_0.

Целесообразно несколько подробнее остановиться на анализе чувствительности полуэлемента ММД по нечетным гармоникам к измеряемому полю. Этот анализ позволит обосновать возможность использования более простого (по сравнению с (7)) выражения (2) для исследования влияния неидентичности характеристик полуэлементов ММД на величину остаточного напряжения нечетных гармоник.

Чувствительность полуэлемента ММД по нечетным гармоникам к относительному значению постоянного поля αH_0 будет равна

$$G_{2n-1} = \frac{de_{2n-1}}{d(\alpha H_0)} = -8Sw\,\omega\, b\,\alpha\, H_0 n\,(n-1)\frac{1}{1+(\alpha H_m)^2}\times$$

$$\times\left[\frac{\sqrt{1+(\alpha H_m)^2}-1}{\alpha H_m}\right]^{2n-1} \qquad (9)$$

и пропорциональна относительной величине измеряемого поля αH_0. Анализ (9) показывает, что при некоторой величине αH_m G_{2n-1} имеет максимальное значение. Выражение для поля возбуждения, при котором G_{2n-1} достигает максимума, может быть определено путем решения биквадратного уравнения, полученного из $\frac{dG_{2n-1}}{d(\alpha H_m)} = 0$, и имеет вид

$$\alpha H_{m\,(\max)} = \frac{2n-1}{2}\sqrt{\frac{1+\sqrt{1+\frac{16}{(2n-1)^2}}}{2}}\,. \qquad (10)$$

Как следует из (10), с ростом номера гармоники $\alpha H_{m(\max)}$ стремится к величине $\frac{2n-1}{2}$, поэтому максимальная чувствительность будет приближаться к значению

$$G_{2n-1\,(\max)} \to 8Sw\,\omega\, b\,\alpha\, H_0\,\frac{n(n-1)}{1+\left(\frac{2n-1}{2}\right)^2}\left[\frac{\sqrt{1+\left(\frac{2n-1}{2}\right)^2}-1}{\frac{2n-1}{2}}\right]^{2n-1}. \qquad (11)$$

Зависимости $\alpha H_{m\,(\max)}$ (кривая *1*) и $G_{2n-1\,(\max)}$ (кривая *2*) от номера гармоники показаны на рис. 2. Кроме того, на рис. 3 представлен вид кривых отношения чувствительности полуэлемента ММД по нечетным гармоникам к величине измеряемого поля αH_0 как функции величины поля возбуждения αH_m, построенных по выражению (9). Кривые имеют резко выраженный максимум, и характер их изменения соответствует зависимости чувствительности полуэлемента ММД по четным гармоникам к αH_0 от поля возбуждения αH_m [6].

Некоторый интерес может представить сравнение чувствительности по нечетным и четным гармоникам к постоянному измеряемому магнитному полю. Как известно [6], чувствительность по четным гармоникам определяется выражением

$$G_{2n} = 4Sw\,\omega\,bn \frac{1}{\sqrt{1+(\alpha H_m)^2}} \left[\frac{\sqrt{1+(\alpha H_m)^2}-1}{\alpha H_m}\right]^{2n}. \qquad (12)$$

Поэтому

$$\frac{G_{2n-1}}{G_{2n}} = 2(n-1)\,\alpha H_0 \frac{\alpha H_m}{1+(\alpha H_m)^2-\sqrt{1+(\alpha H_m)^2}}. \qquad (13)$$

Для $\alpha H_m > 1{,}6$

$$\frac{\alpha H_m}{1+(\alpha H_m)^2-\sqrt{1+(\alpha H_m)^2}} < 1,$$

а αH_0 по величине весьма мало (для реально измеряемых полей $H_0 = 10^{-4} \div 10^{-2}\,a/м$ и применяемых на практике датчиков $\alpha = 0{,}01 \div 0{,}1\ м/а$), так что, как видно из (13), чувствительность по нечетным гармоникам будет меньше чувствительности по

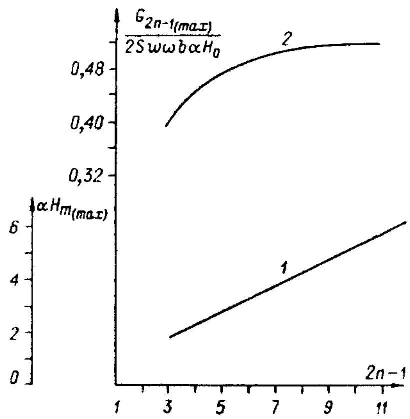

Рис. 2.

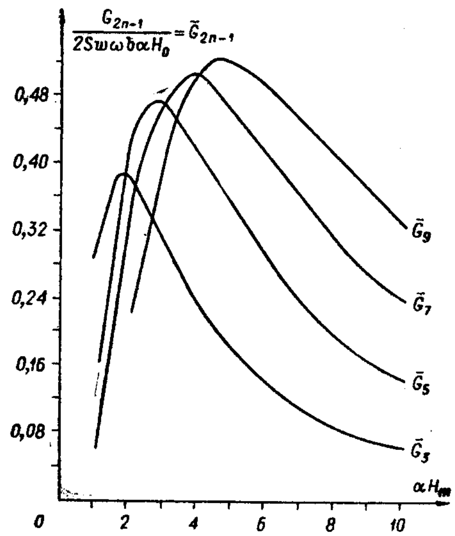

Рис. 3.

четным гармоникам примерно в 10^5—10^4 раз. Для сравнения в таблице приведены относительные значения максимальной чувствительности к постоянному полю по четным и нечетным гармоникам и значения полей возбуждения, соответствующих этому максимуму.

Приведенные в таблице величины $\frac{G_{2n\,(\max)}}{2Sw\,\omega\,b}$ и $\alpha H_{m\,(\max)}$, соответствующие $G_{2n} = G_{2n\,(\max)}$, заимствованы из работы [6], а величина $\frac{G_{2n-1\,(\max)}}{2Sw\,\omega\,b}$ и соответствующие ей значения $\alpha H_{m\,(\max)}$ определены по формулам (9) и (10).

Номер гармоники	2	3	4	5	6	7	8	9
Поле возбуждения, соответствующее $G=G_{\max}$	2,19	1,73	4,12	2,67	6,07	3,63	8,06	4,6
$\frac{G_{2n\,(\max)}}{2Sw\omega b}$	0,344	—	0,354	—	0,36	—	0,364	—
$\frac{G_{2n-1\,(\max)}}{2Sw\omega b}$	—	$0{,}386\cdot\alpha H_0$	—	$0{,}476\cdot\alpha H_0$	—	$0{,}5025\cdot\alpha H_0$	—	$0{,}519\cdot\alpha H_0$

Из таблицы, а также из выражений (7) и (13) следует, что при измерении слабых магнитных полей амплитуды э.д.с. нечетных гармоник полуэлемента ММД уменьшаются, однако это уменьшение настолько незначительно, что с большой степенью точности им можно пренебречь и для анализа влияния нечетных гармоник на порог чувствительности ММД использовать упрощенное выражение (2).

Воспользовавшись этими выводами, определим величину остаточного напряжения первой гармоники на выходе ММД, состоящего из двух полуэлементов, включенных по дифференциальной схеме. В качестве примера примем, что магнитные характеристики двух сердечников по параметру b одинаковы, а по параметру α отличаются на 10%.

Тогда при поле возбуждения, соответствующем максимальной чувствительности по второй гармонике, $\alpha H_m = 2{,}19$ на выходе одного полуэлемента ММД амплитуда э. д. с. первой гармоники будет иметь величину $E_1 = 2Sw\omega b\cdot 0{,}642$ *в*, а на выходе другого полуэлемента $(0{,}9\alpha H_m = 1{,}97) - E_1' = 2Sw\omega b\cdot 0{,}614$ *в*. В этом случае остаточное напряжение определится как разность E_1 и E_1', т. е. $\Delta E_1 = 2Sw\omega b\cdot 0{,}028$ *в*. Если, например, $H_0 = 10^{-4}$ *а/м* и $\alpha = 0{,}1$ *м/а*, то амплитуда э. д. с. второй гармоники равна $E_2 = 2Sw\omega b\cdot 10^{-5}\cdot 0{,}344$ *в*. Сравнение ΔE_1 и E_2 показывает, что для измерения поля $H_0 = 10^{-4}$ *а/м* при отличии магнитных характеристик сердечника на 10% необходимо иметь такую избирательную систему, чтобы отношение ее коэффициента передачи по второй гармонике к коэффициенту передачи по первой $\frac{K_{f_2} K_{д_2}}{K_{f_1} K_{д_1}}$ имело величину не меньше $10^4 \left(\frac{K_{f_2} K_{д_2}}{K_{f_1} K_{д_1}} \geqslant \frac{\Delta E_1}{E_2}\right)$. Если же магнитные характеристики сердечников отличаются на 2%, то требуемая избирательность системы падает до величины не менее 10^3.

Таким образом, пользуясь сравнительно простым выражением для амплитуд нечетных гармоник на выходе ММД, нетрудно оценить при известном различии магнитных характеристик двух сердечников требования к избирательной системе, что является важным моментом для проектирования измерительных устройств с использованием ММД.

В заключение автор считает своим долгом выразить признательность канд. техн. наук Г. А. Штамбергеру за ценные замечания, которые были сделаны при обсуждении данной работы.

ЛИТЕРАТУРА

1. М. А. Розенблат. Теория и расчет магнитного модулятора, действующего по принципу удвоения частоты.— Радиотехника, 1956, № 8.
2. Н. С. Пилипенко, Л. А. Синицкий. Работа магнитного модулятора с выходом на удвоенной частоте на синхронный детектор.— В сб. «Магнитные аналоговые элементы». М., изд-во «Наука», 1965.
3. Л. А. Бессонов. Нелинейные электрические цепи. М., изд-во «Высшая школа», 1964.
4. Л. С. Гольдфарб, Г. Р. Герценберг. Определение амплитуд гармоник тока и напряжения в электрических цепях, содержащих железо.— Электричество, 1939, № 1.
5. Андре Анго. Математика для электро- и радиоинженеров. М., изд-во «Наука», 1965.
6. Н. Н. Зацепин. Гармоники э.д.с. феррозондов с продольным возбуждением при измерении однородного постоянного магнитного поля.— Геофизическое приборостроение, вып. 7. Л., Гостоптехиздат, 1960.

Поступила в редакцию
31 января 1966 г.,
окончательный вариант —
4 февраля 1966 г.