АКАДЕМИЯ НАУК СССР
СИБИРСКОЕ ОТДЕЛЕНИЕ
АВТОМЕТРИЯ

М. И. КУДРЯШОВ
(Новосибирск)

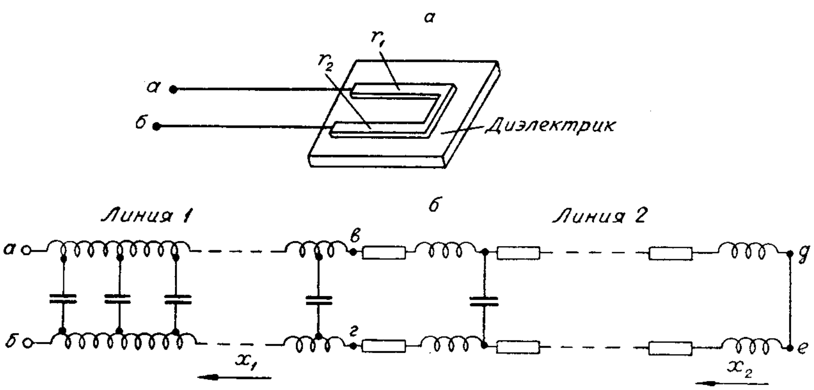
РАСЧЕТ КОМПЛЕКСНОГО КОЭФФИЦИЕНТА ПЕРЕДАЧИ ОДНОЙ СХЕМЫ ТОНКОПЛЕНОЧНОГО ДЕЛИТЕЛЯ НАПРЯЖЕНИЯ

Предлагается методика расчета коэффициента передачи делителя, состоящего из двух параллельных тонкопленочных сопротивлений, нанесенных на диэлектрическую подложку.

Фазовые искажения делителей, применяющихся в качестве основных элементов аналого-цифровых преобразователей переменного напряжения, в некоторых цифровых измерительных приборах могут входить непосредственно в погрешность прибора. Например, в работе [1] показано, что погрешность приборов переменного тока, основанных на принципе формирования опорного напряжения, зависит от угла φ примерно следующим образом:

$$\delta = -\frac{\varphi^2}{2}.$$

В этой формуле одной из компонент угла φ является угол сдвига фаз между входным и выходным напряжениями делителя. В связи с этим представляет интерес расчет комплексного коэффициента передачи делителей, применяющихся в цифровых измерительных приборах переменного тока. При изготовлении делителей напряжения по тонко-



Схематическое изображение микроструктуры *(а)* и ее эквивалентная схема *(б)*.

пленочной технологии в целях уменьшения размеров целесообразно параллельное расположение резистивных пленок на диэлектрической подложке. В данной работе в качестве расчетной модели и рассматривается такой случай (см. рисунок, *а*).

Коэффициент передачи такого делителя равен

$$K = \frac{\quad}{U_{аб}}\,. \qquad (2)$$

В установившемся режиме каждая линия [2] описывается следующими дифференциальными уравнениями:

$$\frac{d^2U}{dx^2} = \gamma^2 U; \qquad (3)$$

$$\frac{d^2I}{dx^2} = \gamma^2 I, \qquad (4)$$

где U и I — соответственно комплексные напряжение и ток в линии;

$$\gamma = \nu + j\eta = \sqrt{j\omega C(R + j\omega L)}\,; \qquad (5)$$

$$\nu = \sqrt{\frac{1}{2}\left[-\omega^2 LC + \sqrt{\omega^2 C^2 (R^2 + \omega^2 L^2)}\right]}\,; \qquad (6)$$

$$\eta = \sqrt{\frac{1}{2}\left[\omega^2 LC + \sqrt{\omega^2 C^2 (R^2 + \omega^2 L^2)}\right]}\,; \qquad (7)$$

C, R, L — соответственно погонные емкость, сопротивление, индуктивность линий.

Условимся в дальнейшем все коэффициенты и характеристики для 1-й линии обозначать с индексом *1*, а для 2-й линии — с индексом *2*. Согласно эквивалентной схеме (см. рисунок, *б*), во всех уравнениях для 1-й линии $R_1 = 0$, для 2-й линии $R_2 = \frac{r_1 + r_2}{l_2}$. Погонную индуктивность резистивных пленок одинаковых геометрических размеров можно определить (в предположении, что пленки немагнитные) из выражения [2]

$$L_2 = \frac{\mu_0}{\pi}\left(\ln\frac{D_2}{b + t_2} + \frac{3}{2}\right) гн/м, \qquad (8)$$

где $\mu_0 = 4\pi \cdot 10^{-7}$ — магнитная проницаемость воздуха в *гн/м*;

D_2 — расстояние между резистивными пленками, отсчитанное от центров их поперечных сечений в *м*;

b и t_2 — соответственно ширина и толщина резистивных пленок в *м*.

При $t_2 \ll b$, что для тонкопленочных схем справедливо почти всегда, величиной t_2 можно пренебречь.

Погонную индуктивность выводов без учета поверхностного эффекта (в случае использования выводов из очень тонкого провода) можно найти из соотношения [3]

$$L_1 = \frac{\mu_0}{\pi}\left(\ln\frac{2D_1}{d} + 0{,}25\right) \text{ гн/м}, \tag{9}$$

где D_1 — расстояние между выводами, отсчитанное от центров их поперечных сечений в *м*;

d — диаметр выводов в *м*.

Погонная емкость выводов [2] определяется следующим образом:

$$C_1 = \frac{\pi \varepsilon \varepsilon_0}{\ln\left[\frac{D_1}{d} + \sqrt{\left(\frac{D_1}{d}\right)^2 - 1}\right]}, \tag{10}$$

где ε — относительная диэлектрическая проницаемость материала подложки;

$\varepsilon_0 = 8{,}66 \cdot 10^{-2}$ — диэлектрическая проницаемость воздуха в *ф/м*.

Погонную емкость резистивных пленок можно вычислить по формуле [4]

$$C_2 = \frac{\varepsilon\varepsilon_0 F\left(\sqrt{1-\left(\frac{\alpha}{\beta}\right)^2},\ \frac{\pi}{2}\right)}{2F\left(\frac{\alpha}{\beta},\ \frac{\pi}{2}\right)}, \tag{11}$$

где

$$\frac{\alpha}{\beta} = \frac{1 + \operatorname{th}\frac{\pi b}{2t}\operatorname{th}\frac{\pi N}{4t}}{1 + \left(\operatorname{th}\frac{\pi b}{2t}\Big/\operatorname{th}\frac{\pi N}{4t}\right)}; \tag{12}$$

где $F\left(\sqrt{1-\left(\frac{\alpha}{\beta}\right)^2},\ \frac{\pi}{2}\right)$ и $F\left(\frac{\alpha}{\beta},\ \frac{\pi}{2}\right)$ — эллиптические интегралы 1-го рода.

$N = D_2 - b$ в *м*.

Решения уравнений (3) и (4) при отсчете x от конца линий, т. е. от *д — е* к *а — б*, имеют следующий вид:

$$U = Ae^{\gamma x} + Be^{-\gamma x}; \tag{13}$$

$$I = \frac{1}{Z}\left(Ae^{\gamma x} - Be^{-\gamma x}\right), \tag{14}$$

где A и B — постоянные интегрирования;

$$Z = |Z|e^{j\vartheta} = \sqrt{\frac{R + j\omega L}{j\omega C}}; \tag{15}$$

$$|Z| = \sqrt[4]{\frac{R^2 + \omega^2 L^2}{\omega^2 C^2}}\,; \tag{16}$$

$$\vartheta = \frac{1}{2} \operatorname{arctg} \frac{-R}{\omega L}. \tag{17}$$

Для определения коэффициента передачи схемы удобно взять $U_{аб} = 1$.

Постоянные интегрирования A_1 и B_1 в (13) и (14) для 1-й линии находим из граничных условий:

$$U_1 = 1 \quad (x_1 = l_1); \tag{18}$$

$$\frac{U_1}{I_1} = Z_{вх_2} = Z_2 \operatorname{th} \gamma_2 l_2 \qquad (x_1 = 0). \tag{19}$$

Подставляя (18) и (19) в (13) и (14), получим:

$$A_1 = \frac{1}{e^{\gamma_1 l_1}} - \frac{Z_2 \operatorname{th} \gamma_2 l_2 - Z_1 e^{-\gamma_1 l_1}}{Z_2 \operatorname{th} \gamma_2 l_2 (e^{2\gamma_1 l_1} + 1) + Z_1 (e^{2\gamma_1 l_1} - 1)}\,; \tag{20}$$

$$B_1 = \frac{Z_2 \operatorname{th} \gamma_2 l_2 e^{\gamma_1 l_1} - Z_1}{2Z_2 \operatorname{th} \gamma_2 l_2 \operatorname{ch} \gamma_1 l_1 + 2Z_1 \operatorname{sh} \gamma_1 l_1}. \tag{21}$$

Напряжение на элементарном участке 1-й линии равно

$$dU_1 = I_1 Z_{1\,пог}\, dx_1,$$

напряжение на зажимах *бг* —

$$U_{бг} = \int\limits_{x_1 = 0}^{x_1 = l_1} dU_1 = \int\limits_0^{l_1} \frac{Z_{1\,пог}}{Z_1} \left(A_1 e^{\gamma_1 x_1} - B_1 e^{-\gamma_1 x_1}\right) dx_1 =$$

$$= \frac{Z_{1\,пог}}{Z_1 \gamma_1} \left[A_1 \left(e^{\gamma_1 l_1} - 1\right) + B_1 \left(e^{-\gamma_1 l_1} - 1\right)\right], \tag{22}$$

где

$$Z_{1\,пог} = j\, \frac{\omega L_1}{2}. \tag{23}$$

Постоянные интегрирования A_2 и B_2 в (13) и (14) для 2-й линии находим из следующих граничных условий

$$U_2 = 0 \quad (x_2 = 0); \tag{24}$$

$$U_2 = U_1(0) = A_1 + B_1 \quad (x_2 = l_2), \tag{25}$$

где $U_1(0) = U_1$ при $x_1 = 0$.

Подставляя (24) и (25) в (13) и (14), получим:

$$A_2 = \frac{Z_2 (e^{2\gamma_1 l_1} + 2\operatorname{ch} \gamma_1 l_1 - 1)}{2\operatorname{ch} \gamma_2 l_2 \left[Z_2 \operatorname{th} \gamma_2 l_2 \left(1 + e^{2\gamma_1 l_1}\right) + Z_1 \left(e^{2\gamma_1 l_1} - 1\right)\right]}\,; \tag{26}$$

$$B_2 = -A_2. \tag{27}$$

По аналогии с (22)

$$U_{ге} = \frac{Z_{2\,пог}}{Z_2 \gamma_2}\left[A_2\left(e^{\gamma_2 l_2} - 1\right) + B_2\left(e^{-\gamma_2 l_2} - 1\right)\right], \tag{28}$$

где

$$Z_{2\,пог} = \frac{r_2}{l_2} + j\frac{\omega L_2}{2}.$$

Подставляя (20) и (21) в (22), а (26) и (27) в (28) и решая уравнения (2), (22) и (28), получим окончательное выражение для комплексного коэффициента передачи схемы

$$K = \frac{Z_{1\,пог} Z_2 \gamma_2 \left[2Z_2 \operatorname{th}\gamma_2 l_2 \left(1 - \operatorname{ch}\gamma_1 l_1\right) + Z_1\left(e^{2\gamma_1 l_1} - 1\right)\right] + Z_1 Z_{2\,пог}\gamma_1\left[Z_2 \operatorname{th}\gamma_2 l_2\left(e^{2\gamma_1 l_1} + 2\operatorname{ch}\gamma_1 l_1 - 1\right)\right]}{Z_1 Z_2 \gamma_1 \gamma_2 \left[Z_2 \operatorname{th}\gamma_2 l_2 \left(e^{2\gamma_1 l_1} + 1\right) + Z_1\left(e^{2\gamma_1 l_1} - 1\right)\right]}. \tag{29}$$

Уравнение (29) после подстановки в него численных значений характеристик линий может быть приведено к виду:

$$K = K_\alpha + jK_\varphi = |K|\, e^{j\varphi}; \tag{30}$$

где K_α — активная составляющая коэффициента передачи;

φ — угол сдвига фаз между входным и выходным напряжениями делителя; $\varphi = \operatorname{arctg}\frac{K_\varphi}{K_\alpha}$;

$|K|$ — модуль коэффициента передачи; $|K| = \sqrt{K_\alpha^2 + K_\varphi^2}$.

По изложенной методике производился расчет коэффициента передачи схемы (см. рисунок) при исходных данных: $l_1=20$ *мм*; $d=0{,}1$ *мм*; $D_1=3{,}6$ *мм*; $l_2=10$ *мм*; $b=0{,}5$ *мм*; $t_2 \ll b, t=2$ *мм*; $D_2=3{,}5$ *мм*. Материал подложки — стекло; $\varepsilon=7$; $r_1=1$ *ком*; $r_2=2$ *ком*.

Результаты расчета параметров эквивалентной схемы следующие: $L_1=18{,}1 \cdot 10^{-7}$ *гн/м*; $L_2=13{,}8 \cdot 10^{-7}$ *гн/м*; $C_1=45 \cdot 10^{-12}$ *ф/м*; $C_2=22 \cdot 10^{-12}$ *ф/м*; $R_2=3 \cdot 10^5$ *ом/м*.

Результаты расчета коэффициента передачи: при $f=1$ *Мгц* $\varphi=-0{,}156'$; при $f=10$ *Мгц* $\varphi=-3{,}374'$. На частоте 1 *Мгц* модуль K ничтожно мало отличается от K на постоянном токе $\left(K=\frac{2}{3}=0{,}666\,(6)\right)$ на частоте 10 *Мгц* $|K|-0{,}6665$.

Расчет производился с помощью пятизначных математических таблиц [5—7] на цифровой вычислительной машине.

Таким образом, можно предположить, что тонкопленочные делители будут обладать хорошими высокочастотными свойствами.

ЛИТЕРАТУРА

1. С. Т. Васьков. Об одном способе измерения переменных напряжений по действующему значению.— Изв. Сиб. отд. АН СССР, серия техн. наук, 1963, вып. 1, № 2.
2. П. Л. Калантаров, Л. Р. Нейман. Теоретические основы электротехники. М.—Л., Госэнергоиздат, 1951.
3. П. Л. Калантаров, Л. А. Цейтлин. Расчет индуктивностей. М.—Л., Госэнергоиздат, 1955.

4. H. R. Kaiser, P. S. Castro. Capacitance Between Thin-Film Conductors Deposited on a High Dielectric-constant Substrate.— Proc. of the IRE, 1962, v. 50, № 10, p. 2142.
5. Б. И. Сегал, К. А. Семендяев. Пятизначные математические таблицы. М., Физматгиз, 1959.
6. Таблицы круговых и гиперболических синусов и косинусов в радианной мере угла, вып. 1. М., ВЦ АН СССР, 1958.
7. Таблицы круговых и гиперболических тангенсов и котангенсов в радианной мере угла, вып. 6. М., ВЦ АН СССР, 1959.

Поступили в редакцию
10 января 1966 г.